

PENGOLAHAN SIGNAL

**Angga Aditya Permana
Fahmy Rinanda Saputri
Irmawati
Irwan Prasetya Gunawan
Johni S Pasaribu
Ifan Wiranto
Monica Pratiwi**



GET PRESS INDONESIA

PENGOLAHAN SIGNAL

Penulis :

Angga Aditya Permana
Fahmy Rinanda Saputri
Irmawati
Irwan Prasetya Gunawan
Johni S Pasaribu
Ifan Wiranto
Monica Pratiwi

ISBN :

Editor : Ariyanto M.Pd

Penyunting : Tri Putri Wahyuni, S.Pd

Desain Sampul dan Tata Letak : Atyka Trianisa, S.Pd

Penerbit : GET PRESS INDONESIA

Anggota IKAPI No. 033/SBA/2022

Redaksi :

Jln. Palarik Air Pacah No 26 Kel. Air Pacah
Kec. Koto Tangah Kota Padang Sumatera Barat

Website : www.getpress.co.id

Email : adm.getpress@gmail.com

Cetakan pertama, November 2023

Hak cipta dilindungi undang-undang
Dilarang memperbanyak karya tulis ini dalam bentuk dan
dengan cara apapun tanpa izin tertulis dari penerbit.

KATA PENGANTAR

Segala Puji dan syukur atas kehadiran Allah SWT dalam segala kesempatan. Sholawat beriring salam dan doa kita sampaikan kepada Nabi Muhammad SAW. Alhamdulillah atas Rahmat dan Karunia-Nya penulis telah menyelesaikan Buku Pengolahan Signal ini.

Buku ini membahas Konsep pengolahan sinyal, Konsep sinyal dan contoh penerapan DSP, Transformasi fourier, Karakteristik transformasi fourier diskrit dan FFT, Konsep pencuplikan sinyal, Inversi dengan fraksi parsial, Aplikasi transformasi-Z pada analisis system waktu diskrit.

Proses penulisan buku ini berhasil diselesaikan atas kerjasama tim penulis. Demi kualitas yang lebih baik dan kepuasan para pembaca, saran dan masukan yang membangun dari pembaca sangat kami harapkan.

Penulis ucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah mendukung dalam penyelesaian buku ini. Terutama pihak yang telah membantu terbitnya buku ini dan telah mempercayakan mendorong, dan menginisiasi terbitnya buku ini. Semoga buku ini dapat bermanfaat bagi masyarakat Indonesia.

Padang, November 2023

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	i
DAFTAR ISI	ii
DAFTAR GAMBAR	v
DAFTAR TABEL	viii
BAB 1 KONSEP PENGOLAHAN SINYAL	1
1.1 Pendahuluan.....	1
1.2 Manfaat Penggunaan Pengolahan Sinyal	4
1.3 Keuntungan Penggunaan Pengolahan Sinyal	6
1.4 Sinyal	8
1.5 Pengambilan Sampel (Sampling).....	10
1.6 Konversi Analog-Digital.....	13
1.7 Konversi Digital-Analog.....	15
1.8 Transformasi Sinyal.....	17
1.9 Filtering	20
1.10 Modulasi	22
1.11 Demodulasi.....	25
1.12 Analisis Sinyal.....	27
1.13 Komunikasi Sinyal.....	29
1.14 Pengolahan Gambar.....	32
1.15 Pengolahan Suara	35
1.16 Pengolahan Medis	37
1.17 Pengolahan Real-Time.....	40
1.18 Pengolahan Sinyal Multidimensi.....	42
1.19 Koreksi Kesalahan.....	45
DAFTAR PUSTAKA.....	47
BAB 2 KONSEP SINYAL DAN CONTOH	
PENERAPAN DSP.....	49
2.1 Konsep Sinyal.....	49
2.2 <i>Digital Signal Processing</i> (DSP)	54
2.3 Contoh Penerapan DSP.....	57
2.3.1 Telekomunikasi	61
2.3.2 Pemrosesan Audio	63
2.3.3 Lokasi Gema	66
2.3.4 Pemrosesan Gambar	69
DAFTAR PUSTAKA.....	72

BAB 3 TRANSFORMASI FOURIER	73
3.1 Pendahuluan.....	73
3.1.1 Pengenalan Transformasi Fourier	73
3.1.2 Transformasi Fourier dalam Pengolahan Sinyal.....	74
3.2 Transformasi Fourier Seri	76
3.3 Transformasi Fourier Diskrit (DFT)	79
3.3.1 Algoritma Fast Fourier Transform (FFT)	80
3.3.2 Penerapan Transformasi Fourier Diskrit	81
3.4 Transformasi Fourier Kontinu	82
3.4.1 Transformasi Fourier Balik (<i>Inverse Fourier Transform</i>)	83
3.4.2 Penerapan Transformasi Fourier Kontinu	84
3.5 Transformasi Fourier Pada Domain Waktu dan Frekuensi	86
3.5.1 Analisis Sinyal dalam Domain Waktu	87
3.5.2 Analisis Sinyal dalam Domain Frekuensi	87
3.5.3 Hubungan Domain Waktu dan Domain Frekuensi	89
3.6 Transformasi Fourier Dua Dimensi.....	90
3.6.1 Konsep Dasar Transformasi Fourier Dua Dimensi..	91
3.6.2 Penerapan Transformasi Fourier Dua Dimensi.....	92
3.7 Aplikasi Transformasi Fourier	93
3.7.1 Transformasi Fourier dalam Filter Sinyal	94
3.7.2 Transformasi Fourier dalam Komunikasi Sinyal	96
3.8 Pentingnya Memahami Transformasi Fourier.....	97
DAFTAR PUSTAKA	99
BAB 4 KARAKTERISTIK TRANSFORMASI FOURIER DISKRIT DAN FFT	101
4.1 Pendahuluan.....	101
4.2 Fungsi dasar	102
4.3 Penggunaan hampiran untuk representasi sinyal	104
4.4 Transformasi Fourier Diskrit	107
4.5 Karakteristik DFT	110
4.5.1 Sifat periodik DFT/IDFT	110
4.5.2 Linearitas	111
4.5.3 Konjugat simetri	111
4.5.4 Konvolusi	112
4.5.5 Pergeseran.....	112

4.5.6 Turunan	112
4.6 Algoritma FFT	112
4.7 Penutup	117
DAFTAR PUSTAKA	119
BAB 5 KONSEP PENCUPLIKAN SINYAL.....	121
5.1 Pendahuluan.....	121
5.2 Sinyal analog vs sinyal digital.....	121
5.3 Konversi analog ke digital (A/D)	124
5.3.1 Pencuplikan (sampling) sinyal kontinu	124
5.3.2 Teorema sampling Nyquist atau kriteria Nyquist.....	127
5.3.3 Spektrum sinyal sampel	130
5.4 Rekonstruksi Sinyal.....	134
5.5 Kuantisasi	136
DAFTAR PUSTAKA	142
BAB 6 INVERSI DENGAN FRAKSI PARSIAL	143
6.1 Inversi Transformasi-Z	143
6.2 Metode Ekspansi Fraksi Parsial	144
6.3 Ringkasan	155
DAFTAR PUSTAKA	157
BAB 7 APLIKASI TRANSFORMASI-Z PADA	
ANALISIS SISTEM WAKTU DISKRIT	159
7.1 Pendahuluan.....	159
7.2 Fungsi Transfer	161
7.3 Analisis Respons Frekuensi.....	162
7.4 Analisis Stabilitas	165
7.4 Implementasi Analisis menggunakan MATLAB	168
7.4.1 Transformasi Z	168
7.4.2 Fungsi Transfer	169
7.4.3 Analisis Respons Frekuensi	170
7.4.4 Analisis Stabilitas	171
DAFTAR PUSTAKA	173
BIODATA PENULIS	

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1.1. Icon Sinyal	1
Gambar 1.2. Icon Manfaat	4
Gambar 1.3. Icon Keuntungan	6
Gambar 1.4. Icon Sinyal	8
Gambar 1.5. Icon Sampling.....	10
Gambar 1.6. Analog-Digital	13
Gambar 1.7. Digital-Analog	15
Gambar 1.8. Transformasi Sinyal	17
Gambar 1.9. Filtering.....	20
Gambar 1.10. Modulasi	22
Gambar 1.11. Demodulasi	25
Gambar 1.12. Analisis Sinyal.....	27
Gambar 1.13. Komunikasi Sinyal.....	29
Gambar 1.14. Pengolahan Gambar	32
Gambar 1.15. Pengolahan Suara	35
Gambar 1.16. Pengolahan Medis	37
Gambar 1.17. Pengolahan Real-Time.....	40
Gambar 1.18. Sinyal Multidimensi	42
Gambar 2.1. Sinyal analog dan digital	50
Gambar 2.2. Bagian-bagian sinyal analog	52
Gambar 2.3. Bagian-bagian sinyal digital	54
Gambar 2.4. Diagram blok sistem pemrosesan sinyal digital.....	57
Gambar 2.5. DSP telah merevolusi banyak bidang dalam ilmu pengetahuan dan rekayasa. Beberapa dari berbagai aplikasi ini ditunjukkan di sini.....	59
Gambar 2.6. Pemrosesan Sinyal Digital memiliki batas yang kabur dan tumpang tindih dengan banyak bidang lain dalam ilmu pengetahuan, rekayasa, dan matematika.....	61
Gambar 4.1. Contoh sinyal periodik sederhana	105
Gambar 4.2. Hampiran sinyal $x(t)$	105
Gambar 4.3. Fenomena Gibbs	106

Gambar 4.4. Gambar sinyal non-periodik $f(t)$ dan hampiran luas di bawah kurva menggunakan persegi panjang	107
Gambar 4.5. Sinyal waktu diskrit $x[n]$ sebagai cuplikan sinyal waktu kontinyu $x(t)$	109
Gambar 4.6. Tahapan <i>decimation-in-time</i> algoritma FFT	115
Gambar 4.7. Tahapan pemecahan $G[k]$	115
Gambar 4.8. Dua tahap proses <i>decimation-in-time</i>	116
Gambar 4.9. Tahapan terakhir proses <i>decimation-in-time</i>	116
gambar 4.10. Gambar akhir alur sinyal FFT 8-titik	117
Gambar 5.1. Skema pemrosesan sinyal digital (DSP)	121
Gambar 5.2. Sinyal analog vs sinyal digital	122
Gambar 5.3. Langkah-langkah dasar ADC	124
Gambar 5.4. Sampling sinyal analog	125
Gambar 5.5. Tampilan sinyal analog (kontinu) dan sampel digital versus waktu instan pengambilan sampel	126
Gambar 5.6. Tegangan analog sample and hold untuk ADC	127
Gambar 5.7. Plot sinyal sampel yang tepat dan sinyal sampel (alias) yang tidak tepat	129
Gambar 5.8. Proses pengambilan sampel yang disederhanakan	130
Gambar 5.9. Plot spektrum sinyal sampel	131
Gambar 5.10. Filter output daya jika $f_s > 2B$	132
Gambar 5.11. Filter output daya jika $f_s < 2B$	132
Gambar 5.12. Notasi sinyal pada tahap rekonstruksi	134
Gambar 5.13. Spektrum sinyal pada $f_s = 2f_{\max}$	135
Gambar 5.14. Spektrum sinyal pada $f_s > 2f_{\max}$	135
Gambar 5.15. Spektrum sinyal pada $f_s < 2f_{\max}$	135
Gambar 5.16. Diagram blok untuk sistem DSP	137
Gambar 5.17. Karakteristik quantizer unipolar	138
Gambar 5.18. Karakteristik quantizer bipolar	139
Gambar 5.19. Proses ADC	141

Gambar 6.1. grafik sinyal $x[n] = [5(-1)^n - 0,5$ $(-2)^n]u[n]$	148
Gambar 6.2. Grafik sinyal $x[n] = [4 - 4(0,5)^n -$ $2n(0,5)^n]u[n]$	150
Gambar 6.3. Grafik sinyal $x[n] = [2 - 2 \cos(\frac{\pi}{3}n)]u[n]$	152
Gambar 7.1. Diagram Z-Plane	163
Gambar 7.2. Contoh gambaran plot Bode	165
Gambar 7.3. Diagram <i>z-plane</i> untuk analisis stabilitas	167
Gambar 7.4. Sintaks Fungsi Transformasi Z.....	168
Gambar 7.5. Contoh Penggunaan Sintaks 'ztrans'	168
Gambar 7.6. Mendefinisikan Masukan dan Keluaran dari Sistem.....	169
Gambar 7.7. Transformasi Z pada Masukan dan Keluaran	169
Gambar 7.8. Fungsi Transfer $H(z)$	169
Gambar 7.9. Menampilkan Hasil Fungsi Transfer $H(z)$	170
Gambar 7.10. Menentukan Rangkaian Masukan dan Keluaran Sistem.....	170
Gambar 7.11. Menentukan Rentang Frekuensi	170
Gambar 7.12. Melakukan Perhitungan Respons Frekuensi.....	171
Gambar 7.13. Melakukan Plot Respon Magnitudo dan Fasa.....	171
Gambar 7.14. Mendefinisikan Fungsi Transfer dari Sistem.....	171
Gambar 7.15. Menghitung Kutub Fungsi Transfer.....	172
Gambar 7.16. Memeriksa Kestabilan Sistem	172

DAFTAR TABEL

Tabel 4.1. Keluarga Analisis Fourier.....	101
Tabel 5.1. Tabel Kuantisasi untuk Quantizer Unipolar 3-Bit (step size= $\Delta = \frac{(x_{\max} - x_{\min})}{2^3}$, $x_{\max}$ = tegangan maksimum dan $x_{\min} = 0$)	139
Tabel 5.2. Tabel Kuantisasi untuk Quantizer Bipolar 3-Bit (step size= $\Delta = \frac{(x_{\max} - x_{\min})}{2^3}$, $x_{\max}$ = tegangan maksimum dan $x_{\min} = -x_{\max}$).....	140
Tabel 6.1. Beberapa Pasangan Transformasi-Z	145

BAB 1

KONSEP PENGOLAHAN SINYAL

Oleh Angga Aditya Permana

1.1 Pendahuluan



Analog Signal



Digital Signal

Gambar 1.1. Icon Sinyal

Sumber : <https://www.pngdownload.id/>

Pengolahan sinyal adalah disiplin ilmu yang sangat penting dalam dunia teknologi modern. Pada dasarnya, ini merupakan studi tentang cara kita dapat mengambil, menganalisis, dan memanipulasi sinyal untuk mendapatkan informasi yang berharga dari berbagai jenis data yang diukur atau direkam. Sinyal dapat mewakili berbagai bentuk data, termasuk suara, gambar, teks, atau bahkan data medis seperti sinyal jantung. Pentingnya pengolahan sinyal terletak pada kemampuannya untuk menghasilkan peningkatan kualitas, efisiensi, dan interpretasi data, yang sangat penting dalam berbagai aplikasi

seperti komunikasi nirkabel, pemrosesan gambar, pengenalan suara, dan banyak lagi.

Salah satu konsep kunci dalam pengolahan sinyal adalah transformasi sinyal, seperti transformasi Fourier yang memungkinkan kita untuk menganalisis komponen frekuensi dalam suatu sinyal. Selain itu, penggunaan filter adalah elemen dasar dalam pengolahan sinyal yang membantu memisahkan sinyal dari noise atau mengubah karakteristik sinyal. Pengolahan sinyal juga mencakup teknik-teknik seperti modulasi, yang memungkinkan kita untuk mengirimkan data melalui saluran komunikasi dengan cara yang efisien dan andal.

Dalam dunia nyata, pengolahan sinyal digunakan dalam berbagai aplikasi sehari-hari. Misalnya, ketika kita menggunakan ponsel cerdas, pengolahan sinyal terlibat dalam mengubah suara kita menjadi data digital yang dapat dikirim melalui jaringan telekomunikasi. Demikian pula, ketika kita melihat gambar di layar televisi atau komputer, pengolahan sinyal digunakan untuk memproses gambar tersebut sehingga tampak tajam dan jernih. Dengan demikian, pemahaman konsep dasar pengolahan sinyal adalah kunci untuk memahami teknologi modern dan berbagai aplikasi yang kita nikmati sehari-hari. (Strauss 2000; Blackledge 2006; Marquez dan Zaman 2013)

Konsep dasar dalam pengolahan sinyal mencakup sejumlah prinsip yang penting untuk memahami bagaimana sinyal dianalisis, dimanipulasi, dan diinterpretasikan. Berikut adalah beberapa konsep dasar yang penting dalam pengolahan sinyal:

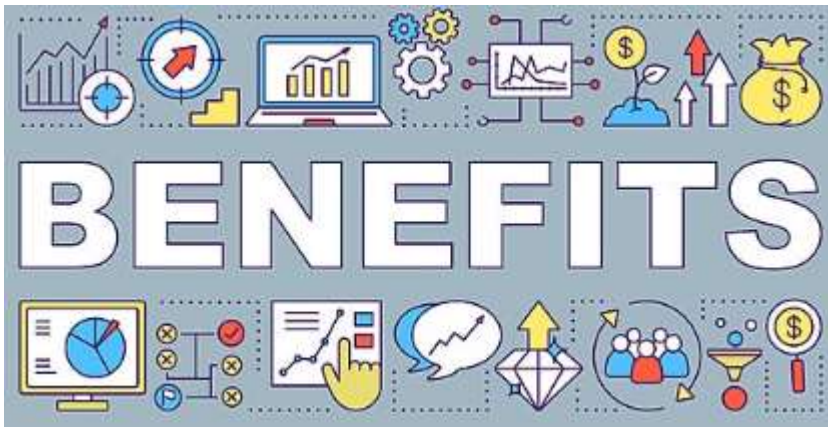
1. **Sinyal:** Sinyal adalah representasi dari data atau informasi dalam bentuk waktu, frekuensi, atau domain lainnya. Sinyal dapat berupa sinyal analog (kontinu) atau sinyal digital (disrit). Contoh sinyal termasuk suara, gambar, data medis, dan banyak lagi.
2. **Konversi Analog-Digital:** Proses konversi analog-digital melibatkan pengambilan sinyal analog dan mengubahnya menjadi bentuk digital dengan mengambil sampel nilai sinyal pada interval waktu tertentu. Proses ini dikenal sebagai proses pengambilan sampel (sampling) dan kuantisasi (quantization).

3. **Konversi Digital-Analog:** Konversi digital-analog adalah proses sebaliknya, di mana sinyal digital dikonversi kembali menjadi sinyal analog. Ini sering diperlukan untuk mengirim sinyal ke perangkat yang memerlukan input analog, seperti pengeras suara.
4. **Transformasi Sinyal:** Transformasi sinyal adalah proses mengubah sinyal dari domain satu ke domain lainnya. Contoh terkenal adalah transformasi Fourier, yang mengubah sinyal dari domain waktu menjadi domain frekuensi. Transformasi semacam ini membantu dalam menganalisis komponen frekuensi dalam sinyal.
5. **Filtering:** Filtering adalah teknik penggunaan filter untuk mengubah sifat sinyal. Filter digunakan untuk mereduksi noise, meningkatkan resolusi, atau memisahkan komponen frekuensi tertentu dalam sinyal.
6. **Modulasi dan Demodulasi:** Modulasi adalah teknik di mana sinyal informasi digabungkan dengan sinyal pembawa untuk mengirimkan informasi melalui saluran komunikasi. Demodulasi adalah kebalikannya, di mana sinyal informasi diekstraksi dari sinyal modulasi. Ini penting dalam komunikasi nirkabel.
7. **Analisis Sinyal:** Analisis sinyal melibatkan pemahaman dan ekstraksi informasi dari sinyal. Ini dapat melibatkan identifikasi pola, deteksi sinyal tertentu, atau pengukuran parameter sinyal seperti frekuensi atau amplitudo.
8. **Komunikasi Sinyal:** Pengolahan sinyal adalah kunci dalam komunikasi, di mana informasi dikirimkan dari satu tempat ke tempat lain melalui sinyal elektromagnetik seperti gelombang radio, kabel serat optik, atau kabel tembaga.
9. **Pengolahan Gambar:** Pengolahan sinyal dalam konteks pemrosesan gambar adalah aplikasi khusus yang berkaitan dengan analisis dan manipulasi citra dan grafik.
10. **Pengolahan Suara:** Pengolahan sinyal suara adalah aplikasi lain yang memungkinkan rekaman, analisis, dan manipulasi suara.

- 11. Pengolahan Medis:** Dalam pengolahan sinyal medis, sinyal seperti elektrokardiogram (ECG) atau pencitraan medis digunakan untuk diagnosis dan perawatan pasien.
- 12. Pengolahan Real-Time:** Pengolahan sinyal real-time adalah pengolahan yang harus dilakukan dalam waktu nyata tanpa penundaan yang signifikan, seperti dalam aplikasi kendali otomatis.

Konsep-konsep dasar ini membentuk dasar untuk pemahaman dan penerapan pengolahan sinyal dalam berbagai bidang, termasuk komunikasi, pemrosesan gambar, pemrosesan suara, kendali sistem, dan banyak lagi.

1.2 Manfaat Penggunaan Pengolahan Sinyal



Gambar 1.2. Icon Manfaat
Sumber : <https://id.pngtree.com/>

Penggunaan pengolahan sinyal memiliki sejumlah manfaat signifikan dalam berbagai bidang. Berikut adalah beberapa manfaat utama dari penggunaan pengolahan sinyal: (Strauss 2000; Blackledge 2006; Marquez dan Zaman 2013)

- 1. Peningkatan Kualitas Data:** Pengolahan sinyal memungkinkan perbaikan kualitas data dengan menghilangkan noise dan gangguan dari sinyal asli. Ini memungkinkan data yang lebih bersih dan akurat.

2. **Pengenalan Pola:** Dalam pengolahan citra dan suara, pengolahan sinyal memungkinkan pengenalan pola yang dapat digunakan dalam pengenalan wajah, deteksi objek, pengenalan suara, dan aplikasi lainnya.
3. **Kompresi Data:** Pengolahan sinyal memungkinkan kompresi data yang efisien, yang mengurangi ruang penyimpanan dan memungkinkan transmisi data yang lebih cepat dan efisien, seperti dalam format audio dan video.
4. **Pengolahan Medis:** Dalam pengolahan sinyal medis, dokter dapat menganalisis sinyal seperti elektrokardiogram (ECG) atau pencitraan medis untuk diagnosis dan perawatan yang lebih baik.
5. **Komunikasi:** Dalam komunikasi nirkabel, pengolahan sinyal memungkinkan transmisi data yang andal dan efisien melalui kanal yang mungkin memiliki gangguan dan kehilangan sinyal.
6. **Pengendalian dan Automasi:** Dalam aplikasi pengendalian sistem seperti kendaraan otonom atau kontrol proses industri, pengolahan sinyal digunakan untuk mengambil keputusan yang diperlukan berdasarkan data yang diterima.
7. **Pengolahan Audio dan Musik:** Dalam produksi audio dan musik, pengolahan sinyal digunakan untuk merekam, mengedit, dan memproses suara, serta menciptakan efek audio khusus.
8. **Keamanan:** Pengolahan sinyal digunakan dalam aplikasi keamanan seperti pengenalan sidik jari, pengenalan wajah, atau pendeteksian intrusi untuk meningkatkan keamanan sistem dan akses terhadap area tertentu.
9. **Pengolahan Citra dan Video:** Dalam pemrosesan gambar dan video, pengolahan sinyal digunakan untuk memperbaiki gambar, mendeteksi pergerakan, pengenalan karakteristik, dan banyak lagi.
10. **Penelitian Ilmiah:** Pengolahan sinyal juga digunakan dalam penelitian ilmiah, seperti dalam astronomi untuk menganalisis sinyal dari teleskop atau dalam ilmu saraf untuk menganalisis aktivitas otak.
11. **Pertahanan dan Keamanan Nasional:** Dalam bidang pertahanan dan keamanan nasional, pengolahan sinyal

digunakan untuk pemantauan, komunikasi, pengintaian, dan aplikasi lainnya yang mendukung keamanan negara.

12. Pengolahan Bahasa Alami: Dalam pemrosesan bahasa alami, pengolahan sinyal digunakan untuk mengenali ucapan, menerjemahkan bahasa, dan memahami teks yang diucapkan.

Dengan demikian, penggunaan pengolahan sinyal memiliki beragam manfaat dalam meningkatkan efisiensi, akurasi, dan pemahaman data dalam berbagai bidang kehidupan kita, dari teknologi sehari-hari hingga aplikasi tingkat tinggi seperti penelitian dan keamanan nasional.

1.3 Keuntungan Penggunaan Pengolahan Sinyal



Gambar 1.3. Icon Keuntungan
Sumber : <https://id.pngtree.com/>

Penggunaan pengolahan sinyal memiliki sejumlah keuntungan yang signifikan dalam berbagai bidang. Berikut adalah beberapa keuntungan utama dari penggunaan pengolahan sinyal: (Strauss 2000; Blackledge 2006; Marquez dan Zaman 2013)

1. Peningkatan Kualitas Sinyal: Pengolahan sinyal memungkinkan perbaikan kualitas sinyal dengan menghilangkan noise, gangguan, atau distorsi. Ini membantu dalam mendapatkan data yang lebih bersih dan akurat.

2. **Analisis Data:** Pengolahan sinyal memungkinkan analisis data yang lebih mendalam. Ini membantu dalam mengidentifikasi pola, tren, dan informasi penting dalam data yang dianalisis.
3. **Ekstraksi Fitur:** Pengolahan sinyal dapat digunakan untuk mengambil fitur-fitur penting dari data, seperti frekuensi, amplitudo, atau kecepatan perubahan. Fitur-fitur ini dapat digunakan untuk analisis lebih lanjut atau pengambilan keputusan.
4. **Kompresi Data:** Pengolahan sinyal dapat digunakan untuk mengompresi data, mengurangi ukuran file, dan memungkinkan penyimpanan yang lebih efisien dan transmisi data yang lebih cepat.
5. **Pengenalan Pola:** Dalam pengolahan citra dan suara, teknik pengolahan sinyal digunakan untuk pengenalan pola, yang dapat digunakan dalam pengenalan wajah, pengenalan tulisan tangan, pengenalan suara, dan lainnya.
6. **Komunikasi yang Efisien:** Pengolahan sinyal adalah kunci dalam komunikasi nirkabel dan telekomunikasi. Ini memungkinkan transmisi data yang andal melalui saluran yang mungkin memiliki gangguan.
7. **Pengendalian Sistem:** Dalam sistem otomatisasi dan kontrol, pengolahan sinyal digunakan untuk mengambil keputusan dan mengendalikan sistem secara otomatis berdasarkan data yang diterima.
8. **Perbaikan Kualitas Audio dan Video:** Dalam produksi audio dan video, pengolahan sinyal digunakan untuk memperbaiki kualitas suara dan gambar, serta menciptakan efek audio dan visual yang menarik.
9. **Aplikasi Kedokteran:** Dalam pengolahan sinyal medis, dokter dapat menganalisis data sinyal seperti elektrokardiogram (ECG) atau pencitraan medis untuk diagnosis dan perawatan yang lebih baik.
10. **Pertahanan dan Keamanan Nasional:** Dalam bidang pertahanan dan keamanan nasional, pengolahan sinyal digunakan untuk pemantauan, komunikasi, pengintaian, dan deteksi ancaman.

- 11. Pengolahan Bahasa Alami:** Dalam pemrosesan bahasa alami, pengolahan sinyal digunakan untuk pengenalan ucapan, transkripsi, dan pemahaman teks yang diucapkan.
- 12. Penelitian Ilmiah:** Pengolahan sinyal digunakan dalam penelitian ilmiah dalam berbagai bidang, termasuk astronomi, fisika, biologi, dan sebagainya.

Dengan menggunakan teknik pengolahan sinyal, kita dapat memaksimalkan nilai dari data yang ada, meningkatkan efisiensi sistem, dan mendukung berbagai aplikasi dari teknologi sehari-hari hingga ilmu pengetahuan dan keamanan nasional.

1.4 Sinyal



Gambar 1.4. Icon Sinyal

Sumber : <https://www.pngegg.com/>

Sinyal adalah representasi dari data atau informasi yang dapat berubah seiring waktu. Sinyal dapat mewakili berbagai jenis informasi dalam bentuk listrik, elektromagnetik, atau lainnya. Sinyal sering digunakan untuk mengukur, merekam, dan mengkomunikasikan data dalam berbagai konteks, termasuk teknologi, ilmu pengetahuan, dan aplikasi sehari-hari. Di bawah ini, saya akan merinci beberapa aspek penting tentang sinyal: (Strauss 2000; Blackledge 2006; Marquez dan Zaman 2013)

1. Jenis Sinyal:

- a. Sinyal Analog:** Sinyal analog adalah sinyal yang mengambil nilai-nilai kontinu dalam selang waktu tertentu. Misalnya, sinyal suara yang direkam oleh mikrofon adalah sinyal

analog karena terdiri dari nilai-nilai amplitudo yang berubah secara kontinu seiring waktu.

- b. **Sinyal Digital:** Sinyal digital adalah sinyal yang direpresentasikan dalam bentuk diskrit atau terbatas pada sejumlah nilai tertentu. Misalnya, data dalam komputer adalah sinyal digital karena direpresentasikan dalam bentuk nol dan satu (biner).

2. Sifat-Sifat Sinyal:

- a. **Amplitudo:** Ini adalah tingkat kekuatan atau besar sinyal dan sering diukur dalam satuan seperti volt atau desibel (dB).
- b. **Waktu:** Waktu adalah variabel independen dalam sinyal, dan sinyal menggambarkan perubahan dalam waktu.
- c. **Frekuensi:** Frekuensi mengukur jumlah siklus atau osilasi yang terjadi dalam satu detik. Frekuensi dinyatakan dalam hertz (Hz).

3. Representasi Sinyal:

- a. **Sinyal Waktu:** Representasi sinyal dalam domain waktu menunjukkan bagaimana nilai sinyal berubah seiring waktu. Ini adalah representasi paling umum untuk sinyal analog.
- b. **Sinyal Frekuensi:** Sinyal dapat diubah ke domain frekuensi menggunakan transformasi seperti transformasi Fourier. Ini mengungkapkan komponen frekuensi yang ada dalam sinyal.
- c. **Sinyal Spektral:** Ini adalah representasi 2D dari sinyal yang menunjukkan bagaimana amplitudo sinyal berubah seiring waktu dan frekuensi. Spektrogram adalah contoh umum dari ini dan sering digunakan dalam pemrosesan suara.

4. Aplikasi Sinyal:

- a. **Komunikasi:** Sinyal digunakan dalam sistem komunikasi untuk mentransmisikan informasi antara pengirim dan penerima. Contohnya adalah sinyal radio, sinyal optik dalam jaringan serat optik, dan sinyal digital dalam komunikasi nirkabel.

- b. Pemrosesan Gambar:** Dalam pengolahan gambar, sinyal menggambarkan intensitas cahaya pada setiap titik dalam citra. Ini digunakan dalam pengenalan pola, pengolahan citra medis, dan banyak aplikasi lainnya.
- c. Pemrosesan Suara:** Pemrosesan sinyal suara digunakan dalam pengenalan suara, sintesis suara, kompresi audio, dan banyak lagi.
- d. Kendali Sistem:** Sinyal digunakan dalam sistem kendali otomatis untuk mengukur status sistem dan menghasilkan sinyal pengendali untuk mengatur sistem ke tujuan yang diinginkan.

5. Sifat-Sifat Sinyal:

- a. Periodisitas:** Beberapa sinyal memiliki pola berulang yang dapat ditemukan dalam waktu. Sinyal seperti gelombang sinusoidal adalah contoh sinyal periodik.
- b. Energi dan Daya:** Energi sinyal adalah ukuran total energi dalam sinyal, sedangkan daya adalah ukuran perubahan energi per satuan waktu.

Pemahaman tentang sinyal dan cara mereka dihasilkan, direpresentasikan, dan dianalisis adalah dasar dari pengolahan sinyal dalam berbagai aplikasi teknologi dan ilmiah.

1.5 Pengambilan Sampel (Sampling)



Gambar 1.5. Icon Sampling
 Sumber : <https://www.pngwing.com/>

Pengambilan sampel (sampling) adalah salah satu tahapan penting dalam pengolahan sinyal digital (Digital Signal Processing/DSP). Ini adalah proses di mana sinyal analog yang kontinu dikonversi menjadi sinyal digital yang diskrit dengan mengambil nilai-nilai tertentu pada interval waktu tertentu. Pengambilan sampel merupakan langkah pertama dalam mengubah sinyal analog menjadi bentuk yang dapat diolah oleh perangkat komputer. Berikut adalah penjelasan lebih rinci tentang pengambilan sampel dalam pengolahan sinyal: (Strauss 2000; Blackledge 2006; Marquez dan Zaman 2013)

1. Sinyal Analog:

Sinyal analog adalah sinyal yang terus menerus bervariasi seiring waktu atau dalam domain lainnya. Contoh sinyal analog termasuk sinyal suara dari mikrofon, sinyal medis dari sensor EKG (elektrokardiogram), atau sinyal gelombang elektromagnetik yang ditangkap oleh antena.

2. Sinyal Diskrit:

Setelah pengambilan sampel, sinyal analog yang kontinu berubah menjadi sinyal digital yang terdiri dari sejumlah nilai yang terpisah atau diskrit. Nilai-nilai ini hanya diambil pada titik-titik waktu tertentu dan memiliki tingkat resolusi yang terbatas.

3. Frekuensi Pengambilan Sampel (Sampling Frequency):

Frekuensi pengambilan sampel, juga dikenal sebagai tingkat sampel atau tingkat pengambilan sampel, adalah jumlah sampel yang diambil per detik. Ini diukur dalam hertz (Hz). Misalnya, jika frekuensi pengambilan sampel adalah 44.1 kHz, maka 44.100 sampel diambil setiap detik.

4. Teorema Nyquist-Shannon (Nyquist-Shannon Sampling Theorem):

Teorema Nyquist-Shannon adalah prinsip dasar yang mengatur pengambilan sampel. Ini menyatakan bahwa untuk merekonstruksi sinyal dengan benar dari sampel-sampelnya, frekuensi pengambilan sampel harus setidaknya dua kali lebih tinggi dari frekuensi tertinggi dalam sinyal aslinya. Ini dikenal sebagai frekuensi Nyquist.

5. Aliasing:

Aliasing terjadi ketika frekuensi pengambilan sampel terlalu rendah sehingga sinyal yang lebih tinggi dari frekuensi Nyquist akan diterjemahkan sebagai frekuensi yang lebih rendah. Hal ini dapat menyebabkan distorsi dalam rekonstruksi sinyal dan harus dihindari.

6. Resolusi:

Resolusi pengambilan sampel adalah kemampuan untuk membedakan antara dua nilai sampel yang berdekatan. Resolusi yang lebih tinggi memungkinkan representasi yang lebih akurat dari sinyal asli, tetapi juga memerlukan lebih banyak data.

7. Bit Depth:

Bit depth atau kedalaman bit mengacu pada jumlah bit yang digunakan untuk merepresentasikan setiap sampel. Misalnya, sinyal audio CD umumnya memiliki kedalaman bit 16, yang menghasilkan 65.536 level amplitudo yang berbeda.

8. Anti-Aliasing Filter:

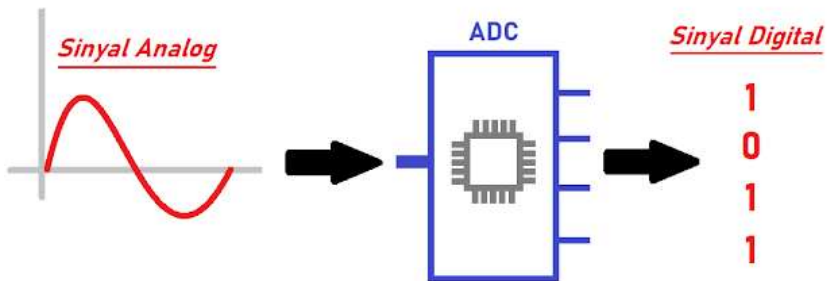
Untuk mencegah aliasing, seringkali diterapkan filter anti-aliasing sebelum proses pengambilan sampel. Filter ini membatasi frekuensi sinyal masuk yang dapat mencapai proses pengambilan sampel sehingga hanya frekuensi yang dapat direkonstruksi dengan benar yang diambil.

9. Oversampling:

Oversampling adalah teknik yang melibatkan pengambilan sampel pada tingkat yang lebih tinggi daripada yang diperlukan oleh Nyquist. Ini dapat digunakan dalam beberapa aplikasi untuk meningkatkan resolusi atau mengurangi noise.

Pengambilan sampel adalah tahap awal yang sangat penting dalam proses pengolahan sinyal digital. Kualitas dan akurasi data yang diperoleh selama pengambilan sampel akan memengaruhi hasil akhir dari analisis dan manipulasi sinyal digital. Oleh karena itu, pemahaman yang baik tentang frekuensi pengambilan sampel, resolusi, dan prinsip dasar pengambilan sampel sangat penting dalam pengolahan sinyal.

1.6 Konversi Analog-Digital



Gambar 1.6. Analog-Digital

Sumber : <https://www.andalanelektro.id/>

Konversi Analog-Digital (ADC) adalah proses penting dalam pengolahan sinyal yang mengubah sinyal analog menjadi sinyal digital. Ini adalah proses dasar dalam banyak aplikasi, termasuk komunikasi nirkabel, pemrosesan suara, pemrosesan gambar, dan banyak lagi. Berikut adalah penjelasan lebih rinci tentang konversi analog-digital: (Strauss 2000; Blackledge 2006; Marquez dan Zaman 2013)

1. **Sinyal Analog:** Sinyal analog adalah sinyal yang mengambil nilai-nilai kontinu dalam selang waktu tertentu. Misalnya, sinyal suara dari mikrofon atau sinyal voltase dari sensor tekanan adalah contoh sinyal analog. Sinyal ini dapat berfluktuasi dalam amplitudo (tingkat) secara kontinu seiring waktu.
2. **Proses Pengambilan Sampel (Sampling):**
 - a. Proses ADC dimulai dengan pengambilan sampel sinyal analog pada interval waktu tertentu. Interval waktu ini dikenal sebagai periode pengambilan sampel atau periode sampling (T).
 - b. Setiap kali sampel diambil, nilai sinyal analog pada saat itu direkam. Ini menghasilkan titik-titik data yang mewakili sinyal analog pada waktu tertentu.
3. **Kuantisasi (Quantization):**
 - a. Setelah sampel-sampel sinyal analog diambil, nilai-nilai ini kemudian dikuantisasi menjadi nilai-nilai diskrit yang

sesuai dengan tingkat bit ADC. Tingkat bit mengukur seberapa banyak level nilai yang mungkin. Misalnya, ADC 8-bit akan menghasilkan 256 level nilai yang mungkin.

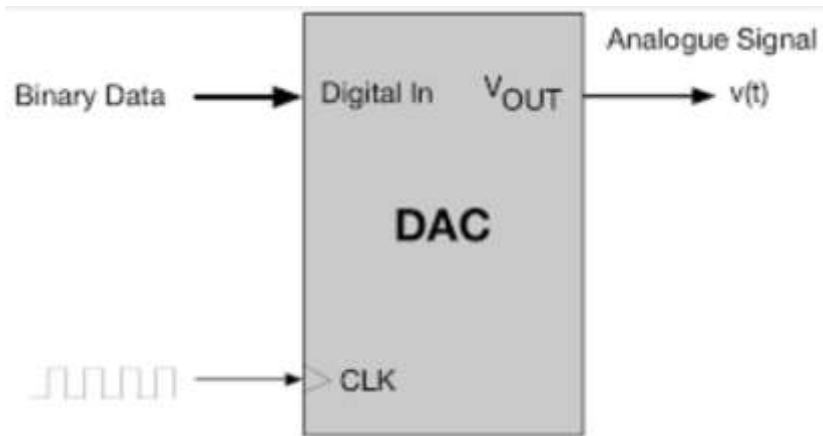
- b. Proses kuantisasi ini mengambil setiap nilai sampel dan menetapkan nilai tertentu dalam rentang level yang tersedia. Hasilnya adalah sinyal yang terdiri dari rangkaian nilai-nilai diskrit.

4. **Hasil Sinyal Digital:** Setelah proses pengambilan sampel dan kuantisasi selesai, sinyal digital dihasilkan. Ini adalah representasi sinyal analog dalam bentuk yang dapat dipahami oleh komputer atau perangkat digital lainnya. Setiap nilai dalam sinyal digital disebut "sample" atau "sampel," dan mereka biasanya dinyatakan dalam bentuk biner (nol dan satu).
5. **Resolusi:** Resolusi ADC mengacu pada seberapa banyak tingkat nilai yang mungkin dalam kuantisasi. Semakin tinggi resolusinya (misalnya, ADC 12-bit), semakin halus perubahan dalam sinyal analog yang dapat dideteksi.
6. **Sinyal Alias:** Jika frekuensi sinyal analog melebihi setengah dari laju sampel (dikenal sebagai teorema Nyquist), maka fenomena aliasing dapat terjadi. Ini mengakibatkan distorsi dan kesalahan dalam representasi sinyal digital.
7. **Aplikasi:** Konversi Analog-Digital digunakan dalam berbagai aplikasi. Dalam pemrosesan suara, misalnya, sinyal suara analog dari mikrofon dikonversi menjadi format digital agar dapat diproses oleh perangkat elektronik. Di bidang telekomunikasi, konversi analog-digital memungkinkan suara manusia diubah menjadi sinyal digital yang dapat dikirimkan melalui jaringan.
8. **Laju Sampel (Sampling Rate):** Laju sampel adalah jumlah sampel yang diambil dalam satu detik. Ini diukur dalam hertz (Hz) dan penting dalam menggambarkan seberapa baik sinyal analog dapat direkonstruksi dari sinyal digitalnya.

Konversi Analog-Digital adalah langkah penting dalam pengolahan sinyal karena memungkinkan sinyal dunia nyata yang kontinu diubah menjadi bentuk yang dapat dianalisis dan diproses

oleh perangkat elektronik. Itu memungkinkan pengolahan, penyimpanan, dan transmisi informasi yang lebih efisien dan akurat.

1.7 Konversi Digital-Analog



Gambar 1.7. Digital-Analog

Sumber : miqbal

Konversi Digital-Analog (DAC) adalah proses kebalikan dari Konversi Analog-Digital (ADC). Ini mengubah sinyal digital, yang merupakan representasi diskrit dari data, menjadi sinyal analog yang kontinu. Proses DAC memiliki peran penting dalam menghasilkan output analog dari perangkat digital, seperti pemutar musik digital, pemrosesan audio, dan banyak aplikasi lainnya. Berikut adalah penjelasan lebih rinci tentang konversi digital-analog: (Strauss 2000; Blackledge 2006; Marquez dan Zaman 2013)

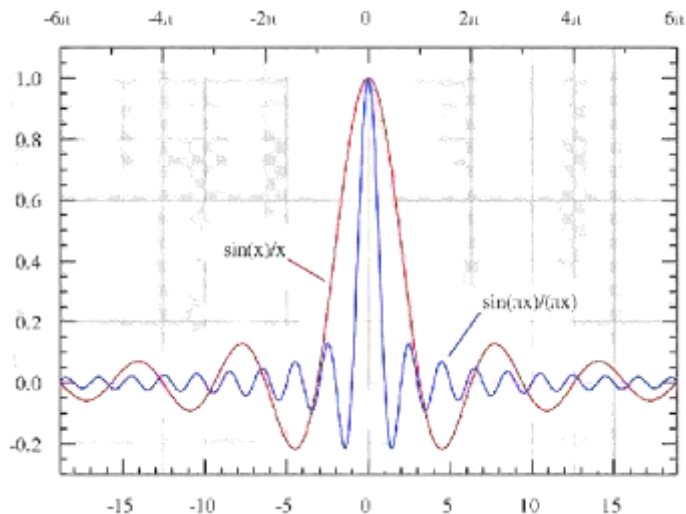
1. **Sinyal Digital:** Sinyal digital adalah representasi data yang terdiri dari nilai-nilai diskrit, yang biasanya dalam bentuk biner (nol dan satu). Data digital biasanya terkumpul dalam bentuk angka-angka biner, yang dapat diolah dan disimpan oleh perangkat digital seperti komputer.
2. **Proses Konversi:** Proses DAC dimulai dengan mengambil data digital sebagai input. Data digital ini mungkin berasal dari sumber seperti file audio digital atau perhitungan dari komputer.

3. **Kuantisasi:** Seperti pada proses ADC, proses DAC melibatkan proses kuantisasi. Ini mengubah nilai-nilai digital yang diskrit menjadi nilai-nilai kontinu dalam bentuk voltase. Semakin tinggi resolusinya, semakin dekat hasil konversi dengan sinyal aslinya.
4. **Sinyal Analog:** Hasil dari DAC adalah sinyal analog yang berubah secara kontinu seiring waktu. Sinyal ini dapat direpresentasikan dalam bentuk tegangan atau arus yang mewakili suara, gambar, atau informasi analog lainnya.
5. **Fungsionalitas DAC:** Beberapa DAC memiliki fungsi tambahan, seperti penghalus sinyal untuk mengurangi noise, pengaturan level amplitudo, atau penambahan filter analog untuk membatasi komponen frekuensi tertentu.
6. **Aplikasi:** Konversi Digital-Analog digunakan dalam berbagai aplikasi. Salah satu aplikasi utamanya adalah dalam pemutaran audio. Misalnya, pada pemutar musik digital, DAC mengubah file musik digital menjadi sinyal analog yang dapat diteruskan ke pengeras suara untuk menghasilkan suara.
7. **Resolusi:** Resolusi DAC mengacu pada seberapa akurat sinyal analog yang dihasilkan mencerminkan nilai digital yang diberikan. Semakin tinggi resolusinya, semakin halus perubahan dalam sinyal analog yang dapat diperoleh dari data digital.
8. **Laju Sampel (Sampling Rate):** Laju sampel dalam DAC mengacu pada frekuensi dengan mana data digital diubah menjadi sinyal analog. Semakin tinggi laju sampelnya, semakin akurat representasi sinyal analog yang dihasilkan.
9. **Tingkat DAC:** Tingkat DAC mengukur jumlah tingkat kuantisasi yang digunakan dalam proses konversi. Ini akan memengaruhi seberapa banyak nilai-nilai digital yang mungkin dalam keluaran DAC.
10. **Kualitas Audio:** Dalam pemrosesan audio, kualitas DAC adalah faktor penting dalam menghasilkan suara yang jernih dan akurat. DAC berkualitas tinggi dapat menghasilkan reproduksi audio yang lebih baik.
11. **Penggunaan dalam Telekomunikasi:** DAC digunakan dalam peralatan telekomunikasi untuk mengubah sinyal digital

menjadi sinyal analog yang dapat dikirim melalui saluran analog, seperti sinyal suara dalam telepon.

DAC adalah komponen kunci dalam berbagai aplikasi, terutama dalam pemrosesan audio dan video. Kemampuan DAC untuk mengubah data digital menjadi sinyal analog memungkinkan kita untuk mendengar musik, melihat gambar, dan berinteraksi dengan berbagai sistem yang memerlukan representasi analog dari informasi digital.

1.8 Transformasi Sinyal



Gambar 1.8. Transformasi Sinyal

Sumber : <https://id.pngtree.com/>

Transformasi sinyal adalah proses matematis yang mengubah sinyal dari satu domain menjadi domain yang berbeda. Transformasi ini sering digunakan dalam pengolahan sinyal untuk menganalisis, memahami, atau memodifikasi sinyal. Salah satu transformasi sinyal yang paling terkenal adalah Transformasi Fourier, yang mengubah sinyal dari domain waktu ke domain frekuensi. Di sini, saya akan menjelaskan lebih rinci tentang konsep

transformasi sinyal. (Strauss 2000; Blackledge 2006; Marquez dan Zaman 2013)

1. Transformasi Fourier:

- a. **Transformasi Fourier Diskrit (DFT):** DFT adalah alat penting dalam transformasi sinyal yang digunakan untuk mengubah sinyal dari domain waktu menjadi domain frekuensi. Ini menghasilkan representasi sinyal dalam bentuk koefisien frekuensi yang mewakili komponen frekuensi yang ada dalam sinyal.
- b. **Transformasi Fourier Cepat (FFT):** FFT adalah algoritma yang efisien untuk menghitung DFT. Ini digunakan secara luas dalam aplikasi praktis karena dapat memproses DFT dengan cepat.

2. Transformasi Sinyal Lainnya:

- a. **Transformasi Wavelet:** Transformasi wavelet adalah teknik transformasi yang digunakan dalam analisis sinyal non-stasioner, seperti sinyal yang berubah dalam waktu dengan pola yang tidak tetap.
- b. **Transformasi Laplace:** Transformasi Laplace digunakan dalam pengolahan sinyal untuk menganalisis sinyal dalam domain kompleks. Ini sering digunakan dalam analisis sistem dinamis dan kontrol.
- c. **Transformasi Z:** Transformasi Z adalah transformasi yang digunakan dalam analisis sinyal diskrit untuk menganalisis sinyal dalam domain Z (variabel kompleks) untuk mendapatkan informasi tentang sistem diskrit.

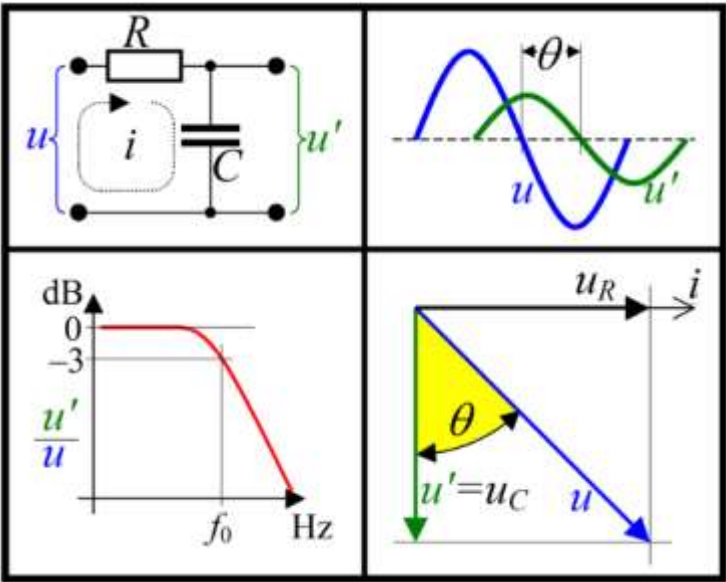
3. Keuntungan Transformasi Sinyal:

- a. **Analisis Frekuensi:** Transformasi sinyal memungkinkan kita untuk menganalisis komponen frekuensi dalam sinyal. Ini sangat berguna dalam pengenalan pola, pemfilteran sinyal, dan pemrosesan suara.
- b. **Pemisahan Komponen:** Transformasi sinyal memungkinkan kita untuk memisahkan berbagai komponen dalam sinyal, seperti isolasi suara tertentu dalam rekaman audio atau pemisahan komponen gambar dalam citra.

- c. **Ekstraksi Fitur:** Transformasi sinyal digunakan untuk mengambil fitur-fitur penting dari data, seperti frekuensi dominan, amplitudo, atau fase.
 - d. **Pemrosesan:** Dalam pemrosesan sinyal, transformasi sinyal digunakan untuk menerapkan efek khusus seperti penyaringan, kompresi, atau modulasi.
 - e. **Penafsiran Data:** Transformasi sinyal membantu kita dalam memahami karakteristik dan informasi dalam data sinyal yang kompleks.
4. **Penggunaan dalam Aplikasi:**
- a. **Pemrosesan Gambar:** Transformasi Fourier dan transformasi wavelet digunakan dalam pemrosesan gambar untuk analisis tekstur, kompresi gambar, dan ekstraksi fitur citra.
 - b. **Pemrosesan Suara:** Transformasi Fourier digunakan dalam analisis suara, seperti pengenalan ucapan dan analisis musik.
 - c. **Pengolahan Sinyal Medis:** Transformasi sinyal digunakan dalam pencitraan medis dan analisis data medis, seperti pemrosesan sinyal EEG untuk diagnosis penyakit otak.

Transformasi sinyal adalah alat yang sangat penting dalam pengolahan sinyal yang membantu kita memahami dan memanipulasi data sinyal dalam berbagai aplikasi. Ini memungkinkan kita untuk mengambil wawasan yang mendalam tentang sifat-sifat sinyal dan melakukan berbagai jenis analisis yang bermanfaat.

1.9 Filtering



Gambar 1.9. Filtering
Sumber : <https://commons.wikimedia.org/>

Filtering, dalam konteks pengolahan sinyal, adalah proses untuk memodifikasi sinyal dengan menghapus, meredam, atau mempertahankan komponen tertentu dari sinyal. Filter digunakan untuk mengubah karakteristik sinyal dalam domain waktu atau frekuensi. Filter dapat diterapkan dalam berbagai aplikasi, termasuk pemrosesan suara, pemrosesan gambar, komunikasi nirkabel, dan banyak lagi. Berikut adalah penjelasan lebih rinci tentang konsep filtering: (Strauss 2000; Blackledge 2006; Marquez dan Zaman 2013)

1. Jenis Filter:

- a. **Filter Pemadaman (*Low-pass Filter*)**: Filter ini meredam komponen frekuensi tinggi dalam sinyal dan memungkinkan komponen frekuensi rendah untuk melewati. Ini digunakan untuk meredam noise tinggi dan menjaga sinyal dasar.

- b. **Filter Penyaringan (*High-pass Filter*)**: Filter ini meredam komponen frekuensi rendah dan memungkinkan komponen frekuensi tinggi untuk melewati. Ini digunakan dalam aplikasi seperti deteksi tepi dalam gambar.
- c. **Filter Band-pass**: Filter ini memungkinkan hanya rentang frekuensi tertentu untuk melewati sinyal dan meredam komponen di luar rentang tersebut.
- d. **Filter Band-stop (*Notch Filter*)**: Filter ini meredam rentang frekuensi tertentu dan memungkinkan komponen frekuensi di luar rentang tersebut untuk melewati. Ini digunakan untuk menghilangkan interferensi atau komponen frekuensi tertentu.

2. Fungsi Transfer:

Filter dapat dijelaskan dalam domain frekuensi dengan menggunakan fungsi transfer. Fungsi transfer menggambarkan respons frekuensi filter terhadap berbagai frekuensi. Ini membantu kita memahami bagaimana filter akan mempengaruhi sinyal.

3. Filter FIR (*Finite Impulse Response*):

- a. Filter FIR memiliki respons impuls yang terbatas dalam waktu, yang berarti mereka hanya merespons terhadap entri terbatas dalam waktu. Ini dapat diimplementasikan secara langsung dan memiliki fase linier.
- b. Filter FIR sering digunakan dalam pemrosesan sinyal digital dan memiliki karakteristik yang mudah diprediksi.

4. Filter IIR (*Infinite Impulse Response*):

- a. Filter IIR memiliki respons impuls yang tak terbatas dalam waktu, yang berarti mereka merespons terhadap entri sepanjang waktu. Ini dapat menghasilkan respons frekuensi yang lebih kompleks.
- b. Filter IIR sering digunakan dalam aplikasi yang memerlukan efisiensi komputasi lebih tinggi dan lebih kompak, tetapi mereka dapat lebih sulit untuk dirancang dan mungkin memiliki karakteristik fasa yang tidak linier.

5. Desain Filter:

Desain filter adalah proses menentukan parameter filter (misalnya, koefisien) agar sesuai dengan kebutuhan aplikasi

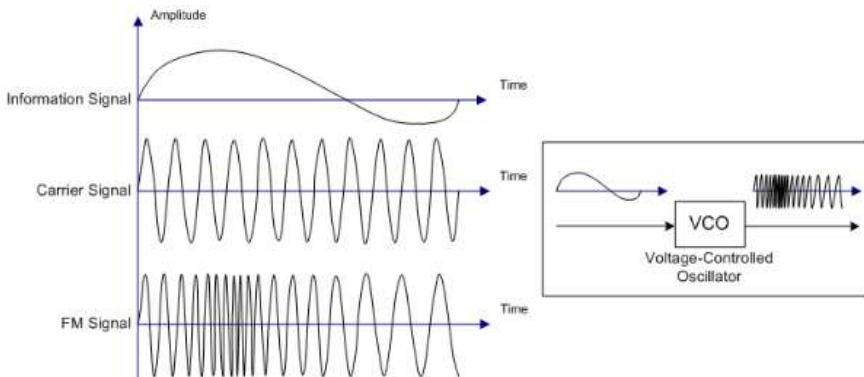
tertentu. Ini dapat melibatkan perancangan filter analog atau filter digital, tergantung pada aplikasi.

6. Penggunaan dalam Aplikasi:

- a. **Pemrosesan Suara:** Filtering digunakan dalam pemrosesan suara untuk menghilangkan noise, mengatur kualitas suara, dan menciptakan efek suara khusus.
- b. **Pemrosesan Gambar:** Filtering dalam pemrosesan gambar digunakan untuk meratakan citra, mengurangi noise, meningkatkan kontras, atau mendeteksi fitur dalam citra.
- c. **Komunikasi:** Filter digunakan dalam komunikasi nirkabel untuk meredam gangguan atau selektif dalam penerimaan sinyal dari berbagai sumber.
- d. **Pengolahan Sinyal Medis:** Filtering digunakan dalam analisis sinyal medis seperti elektrokardiogram (ECG) untuk mendeteksi dan menganalisis aktivitas jantung.

Filtering adalah alat penting dalam pengolahan sinyal yang memungkinkan kita untuk memanipulasi sinyal sesuai dengan kebutuhan aplikasi tertentu. Pemilihan jenis filter dan parameter filter yang tepat adalah langkah penting dalam merancang sistem pengolahan sinyal yang efektif.

1.10 Modulasi



Gambar 1.10. Modulasi

Sumber : <https://commons.wikimedia.org/>

Modulasi adalah proses dalam komunikasi nirkabel dan telekomunikasi yang mengubah sinyal informasi (pemodulator) menjadi bentuk yang sesuai untuk transmisi melalui saluran komunikasi tertentu, seperti gelombang radio, serat optik, atau saluran kabel. Proses ini memungkinkan transmisi data jarak jauh, transmisi data multimedia, dan komunikasi antar perangkat elektronik. Berikut adalah penjelasan lebih rinci tentang konsep modulasi: (Strauss 2000; Blackledge 2006; Marquez dan Zaman 2013)

1. Sinyal Informasi:

- a. Sinyal informasi adalah sinyal yang berisi data atau informasi yang ingin dikirim. Ini bisa berupa suara (sinyal suara), teks, video, atau data lainnya.

2. Pemodulator:

- a. Pemodulator adalah perangkat atau proses yang mengubah sinyal informasi menjadi sinyal modulasi. Pemodulator mengatur sinyal informasi pada sinyal pembawa dengan memodifikasi karakteristik sinyal informasi, seperti amplitudo (AM), frekuensi (FM), atau fase (PM).
- b. Contoh modulasi yang umum adalah modulasi amplitudo (AM) dan modulasi frekuensi (FM) dalam penyiaran radio. Dalam modulasi AM, amplitudo gelombang pembawa berubah sesuai dengan sinyal informasi, sedangkan dalam modulasi FM, frekuensi gelombang pembawa berubah.

3. Sinyal Pembawa:

- a. Sinyal pembawa adalah sinyal yang digunakan untuk mengirimkan sinyal informasi. Ini adalah gelombang elektromagnetik atau gelombang lain yang biasanya memiliki frekuensi tertentu.
- b. Gelombang pembawa membawa sinyal informasi dengan mengubah karakteristik (misalnya, amplitudo, frekuensi, atau fase) sesuai dengan informasi yang dikirimkan oleh pemodulator.

4. Proses Demodulasi:

- a. Proses demodulasi adalah kebalikan dari modulasi. Ini melibatkan pemulihan sinyal informasi dari sinyal modulasi yang diterima. Demodulator menghilangkan

informasi dari sinyal pembawa dan mengembalikan sinyal informasi ke bentuk semula.

- b. Contoh demodulasi dalam pemrosesan suara adalah ketika radio menerima sinyal FM dan mengembalikan audio yang dapat didengar oleh pendengar.

5. Keuntungan Modulasi:

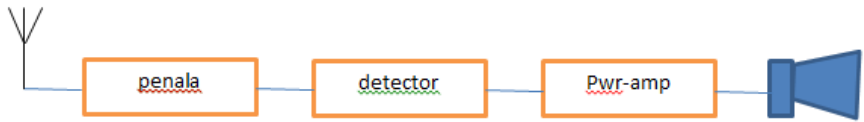
- a. **Peningkatan Jarak:** Modulasi memungkinkan transmisi data jarak jauh melalui saluran komunikasi yang sesuai. Gelombang pembawa dapat menjalani perjalanan jarak yang lebih besar daripada sinyal informasi yang asli.
- b. **Penghindaran Noise:** Modulasi juga membantu dalam penghindaran gangguan dan noise selama transmisi. Sinyal informasi yang dimodulasi lebih tahan terhadap gangguan daripada sinyal informasi mentah.
- c. **Penggabungan Sinyal:** Modulasi memungkinkan beberapa sinyal informasi untuk digabungkan dan dikirim melalui saluran yang sama. Ini memungkinkan efisiensi spektral yang lebih baik.

6. Aplikasi Modulasi:

- a. **Komunikasi Nirkabel:** Modulasi digunakan dalam telekomunikasi nirkabel, termasuk penyiaran radio, komunikasi seluler, dan Wi-Fi.
- b. **Komunikasi Serat Optik:** Dalam serat optik, modulasi digunakan untuk mengirimkan sinyal cahaya yang mengandung informasi.
- c. **Televisi Digital:** Modulasi digunakan dalam penyiaran televisi digital untuk mengirimkan sinyal televisi berkualitas tinggi.
- d. **Pemrosesan Audio:** Modulasi juga digunakan dalam pemrosesan audio, seperti dalam sintesis suara dan efek audio.

Modulasi adalah konsep penting dalam dunia komunikasi dan teknologi informasi yang memungkinkan kita untuk mengirim data dan informasi dengan efisien dan efektif melalui berbagai saluran dan media.

1.11 Demodulasi



Gambar 1.11. Demodulasi
Sumber : <https://bundet.com/>

Demodulasi adalah proses yang digunakan untuk mengembalikan sinyal informasi dari sinyal modulasi yang telah dikirim melalui saluran komunikasi. Ini adalah langkah kunci dalam pengambilan data yang dikirimkan melalui komunikasi nirkabel, telekomunikasi, penyiaran radio, dan berbagai aplikasi lainnya. Berikut adalah penjelasan lebih rinci tentang konsep demodulasi: (Strauss 2000; Blackledge 2006; Marquez dan Zaman 2013)

1. Sinyal Modulasi:

- a. Sinyal modulasi adalah sinyal yang telah diubah oleh pemodulator sebelum dikirim melalui saluran komunikasi. Sinyal modulasi membawa informasi yang ingin dikirim.

2. Demodulator:

- a. Demodulator adalah perangkat atau proses yang digunakan untuk mengambil sinyal informasi dari sinyal modulasi yang diterima. Demodulator bertanggung jawab untuk memisahkan atau mendekonversi informasi yang terdapat dalam sinyal pembawa menjadi bentuk yang dapat diinterpretasikan.

3. Sinyal Pembawa:

- a. Sinyal pembawa adalah sinyal yang digunakan untuk mengirimkan sinyal informasi melalui saluran komunikasi. Ini adalah gelombang elektromagnetik atau gelombang lain yang membawa sinyal informasi.

4. Metode Demodulasi:

- a. Demodulasi dapat dilakukan dengan berbagai metode, tergantung pada jenis modulasi yang digunakan. Beberapa metode umum termasuk:

- b. **Demodulasi Amplitudo (AM):** Demodulasi AM melibatkan pengukuran amplitudo sinyal modulasi untuk mendapatkan sinyal informasi.
- c. **Demodulasi Frekuensi (FM):** Demodulasi FM melibatkan pengukuran perubahan frekuensi sinyal modulasi untuk mendapatkan sinyal informasi.
- d. **Demodulasi Fasa (PM):** Demodulasi PM melibatkan pengukuran perubahan fasa sinyal modulasi untuk mendapatkan sinyal informasi.
- e. **Demodulasi Digital:** Dalam komunikasi digital, demodulasi melibatkan penguraian kode digital (misalnya, kode biner) dari sinyal modulasi.

5. Keuntungan Demodulasi:

- a. Demodulasi memungkinkan sinyal informasi yang telah dikirim melalui berbagai saluran komunikasi untuk dipulihkan di penerima.
- b. Ini memungkinkan komunikasi yang efisien dan akurat, dan berperan penting dalam aplikasi seperti telepon seluler, televisi digital, dan radio.

6. Aplikasi Demodulasi:

- a. Demodulasi digunakan dalam berbagai aplikasi, termasuk:
- b. **Penerima Radio:** Di sini, demodulasi digunakan untuk mengambil sinyal audio dari sinyal modulasi yang dikirimkan oleh stasiun radio.
- c. **Komunikasi Seluler:** Dalam telepon seluler, demodulasi digunakan untuk mengambil data suara atau data lain yang dikirimkan kepada pengguna.
- d. **Televisi Digital:** Dalam penyiaran televisi digital, demodulasi digunakan untuk mengambil sinyal video dan audio dari transmisi digital.

Demodulasi adalah langkah penting dalam komunikasi nirkabel dan telekomunikasi yang memungkinkan kita untuk menerima dan memahami informasi yang dikirimkan melalui berbagai saluran komunikasi. Ini memungkinkan komunikasi yang handal dalam berbagai aplikasi.

1.12 Analisis Sinyal



Gambar 1.12. Analisis Sinyal

Sumber : <https://www.pngwing.com/>

Analisis sinyal adalah proses untuk memahami, menganalisis, dan mendapatkan wawasan dari data sinyal. Ini melibatkan berbagai teknik dan metode untuk mengungkap informasi yang terkandung dalam sinyal, seperti komponen frekuensi, amplitudo, fase, tren, dan karakteristik lainnya. Analisis sinyal sering digunakan dalam berbagai disiplin ilmu, termasuk ilmu sinyal, ilmu komputer, ilmu kedokteran, fisika, dan banyak lagi. Berikut adalah penjelasan lebih rinci tentang konsep analisis sinyal: (Strauss 2000; Blackledge 2006; Marquez dan Zaman 2013)

1. Pendahuluan Sinyal:

- a. Analisis sinyal dimulai dengan pemahaman tentang jenis sinyal yang dianalisis. Ini bisa berupa sinyal suara, gambar, data medis, atau jenis sinyal lainnya. Pemahaman tentang sifat-sifat dasar sinyal, seperti domain waktu dan domain frekuensi, penting dalam proses ini.

2. Preprocessing Sinyal:

- a. Sebelum analisis, seringkali diperlukan preprocessing sinyal. Ini dapat mencakup langkah-langkah seperti penghapusan noise, penormalan amplitudo, atau pemotongan bagian sinyal yang tidak diperlukan.

3. Transformasi Sinyal:

- a. Transformasi sinyal adalah langkah penting dalam analisis sinyal yang mengubah sinyal dari satu domain ke domain lain. Transformasi sinyal, seperti Transformasi Fourier, mengungkapkan komponen frekuensi dalam sinyal dan membantu dalam memahami karakteristiknya.

4. Ekstraksi Fitur:

- a. Ekstraksi fitur melibatkan identifikasi dan pemilihan fitur-fitur khusus dalam sinyal yang memiliki nilai informatif. Fitur-fitur ini dapat digunakan untuk menggambarkan sinyal dan memungkinkan analisis yang lebih fokus.
- b. Contoh fitur-fitur termasuk frekuensi dominan, amplitudo maksimum, spektrum daya, atau fitur lain yang relevan.

5. Pengolahan Statistik:

- a. Analisis statistik dapat digunakan untuk mengidentifikasi pola, tren, dan distribusi dalam sinyal. Ini membantu dalam memahami karakteristik probabilitas sinyal.
- b. Metode statistik seperti rata-rata, deviasi standar, regresi, dan uji hipotesis sering digunakan dalam analisis sinyal.

6. Pemrosesan Sinyal Digital (DSP):

- a. Pemrosesan Sinyal Digital (DSP) adalah teknik kunci dalam analisis sinyal yang melibatkan penggunaan algoritma matematis untuk memproses sinyal. Ini dapat mencakup operasi seperti penyaringan, konvolusi, atau transformasi cepat.
- b. DSP memungkinkan untuk menerapkan berbagai operasi pada sinyal untuk tujuan analisis dan manipulasi.

7. Visualisasi Data:

- a. Visualisasi data adalah metode untuk menggambarkan data sinyal secara grafis. Plot waktu, spektrum frekuensi, grafik kontur, dan lainnya digunakan untuk memvisualisasikan sinyal dan hasil analisisnya.

8. Aplikasi Analisis Sinyal:

- a. Analisis sinyal memiliki banyak aplikasi, termasuk:
 - 1) **Pemrosesan Suara:** Analisis sinyal digunakan dalam pemrosesan suara untuk pengenalan ucapan, sintesis suara, pemrosesan musik, dan analisis akustik.

- 2) **Pemrosesan Gambar:** Dalam pengolahan gambar, analisis sinyal digunakan untuk analisis tekstur, deteksi objek, pengenalan pola, dan banyak lagi.
- 3) **Pengolahan Sinyal Medis:** Dalam pengolahan sinyal medis, analisis sinyal digunakan dalam pencitraan medis, analisis EKG, EEG, dan aplikasi medis lainnya.
- 4) **Telekomunikasi:** Analisis sinyal digunakan dalam transmisi dan penerimaan sinyal dalam telekomunikasi nirkabel, pemrosesan sinyal optik, dan aplikasi lainnya.

Analisis sinyal memainkan peran penting dalam memahami dan memanfaatkan informasi yang terkandung dalam berbagai jenis sinyal. Ini memungkinkan penggunaan yang efisien dari data sinyal dalam berbagai aplikasi ilmiah, teknologi, dan industri.

1.13 Komunikasi Sinyal



Gambar 1.13. Komunikasi Sinyal
Sumber : <https://id.lovepik.com/>

Komunikasi sinyal adalah proses pengiriman informasi dari satu tempat ke tempat lain menggunakan sinyal atau gelombang yang dapat berupa gelombang elektromagnetik, suara, cahaya, atau media lainnya. Ini adalah komponen kunci dalam berbagai aplikasi,

termasuk komunikasi nirkabel, televisi, radio, telepon, dan banyak lagi. Berikut adalah penjelasan lebih rinci tentang konsep komunikasi sinyal: (Strauss 2000; Blackledge 2006; Marquez dan Zaman 2013)

1. Sinyal Informasi:

- a. Sinyal informasi adalah pesan atau data yang ingin dikirimkan dari pengirim ke penerima. Ini bisa berupa suara, teks, video, atau data lainnya yang dapat diubah menjadi bentuk yang dapat ditransmisikan.

2. Pengirim (Transmitter):

- a. Pengirim adalah perangkat atau sistem yang bertugas mengubah sinyal informasi menjadi sinyal yang sesuai untuk transmisi. Ini dapat melibatkan proses modulasi, di mana sinyal informasi digabungkan dengan sinyal pembawa.

3. Sinyal Pembawa:

- a. Sinyal pembawa adalah sinyal atau gelombang yang digunakan untuk mengirimkan sinyal informasi. Ini bisa berupa gelombang elektromagnetik, seperti gelombang radio atau cahaya optik, atau gelombang suara dalam komunikasi suara.

4. Saluran Komunikasi:

- a. Saluran komunikasi adalah media atau medium yang digunakan untuk mentransmisikan sinyal dari pengirim ke penerima. Ini bisa berupa kabel tembaga, serat optik, udara untuk komunikasi nirkabel, atau media lainnya.

5. Penerima (Receiver):

- a. Penerima adalah perangkat atau sistem yang digunakan untuk menerima sinyal yang dikirimkan melalui saluran komunikasi. Penerima memproses sinyal yang diterima untuk mendapatkan kembali sinyal informasi asli.

6. Demodulasi:

- a. Demodulasi adalah proses yang dilakukan oleh penerima untuk mengubah sinyal yang diterima kembali ke bentuk sinyal informasi asli. Ini melibatkan pemisahan sinyal informasi dari sinyal pembawa.

7. Pengolahan Sinyal Digital (DSP):

- a. Dalam komunikasi modern, seringkali terdapat pengolahan sinyal digital (DSP) yang digunakan di pengirim dan penerima. DSP melibatkan penggunaan algoritma matematis untuk mengolah dan memproses sinyal, seperti modulasi, demodulasi, pemfilteran, dan enkripsi.

8. Fungsi Error Correction:

- a. Dalam beberapa sistem komunikasi, fungsi koreksi kesalahan digunakan untuk memperbaiki sinyal yang rusak atau terganggu selama transmisi.

9. Aplikasi Komunikasi Sinyal:

- a. Komunikasi sinyal memiliki banyak aplikasi, termasuk:
 - 1) **Komunikasi Nirkabel:** Ini melibatkan komunikasi tanpa kabel, seperti jaringan seluler, Wi-Fi, dan Bluetooth.
 - 2) **Televisi dan Radio:** Komunikasi sinyal digunakan dalam penyiaran televisi dan radio untuk mengirim program dan informasi.
 - 3) **Telepon:** Telepon menggunakan komunikasi sinyal suara untuk menghubungkan panggilan antarpengguna.
 - 4) **Pengolahan Sinyal Medis:** Dalam pengolahan sinyal medis, komunikasi digunakan untuk mentransfer data medis, seperti hasil pencitraan medis, dari satu lokasi ke lokasi lain untuk diagnosis dan perawatan.

10. Keamanan Komunikasi:

- a. Keamanan komunikasi adalah aspek penting dalam komunikasi sinyal. Untuk melindungi informasi yang dikirimkan, seringkali digunakan enkripsi dan protokol keamanan.

11. Pemahaman Kualitas Sinyal:

- a. Untuk memastikan kualitas komunikasi yang baik, metrik seperti rasio sinyal-ke-noise (SNR), tingkat bit error (BER), dan pengukuran kualitas sinyal lainnya digunakan untuk mengukur sejauh mana informasi dapat dipertahankan selama transmisi.

Komunikasi sinyal adalah fondasi dari banyak teknologi modern yang memungkinkan kita untuk berkomunikasi, mentransfer data, dan berbagi informasi dengan cepat dan efisien dalam berbagai konteks dan aplikasi. Itu memainkan peran penting dalam dunia saat ini yang semakin terhubung.

1.14 Pengolahan Gambar



Gambar 1.14. Pengolahan Gambar
Sumber : <https://www.pngdownload.id/>

Pengolahan gambar adalah bidang dalam ilmu komputer dan pengolahan sinyal yang berkaitan dengan pemrosesan, analisis, manipulasi, dan interpretasi gambar digital. Ini melibatkan berbagai teknik dan algoritma untuk mengubah citra digital atau gambar menjadi bentuk yang lebih berguna atau informatif. Pengolahan gambar memiliki banyak aplikasi, termasuk pengolahan medis, visi komputer, grafika komputer, pemrosesan foto, dan lainnya. Berikut adalah penjelasan lebih rinci tentang konsep pengolahan gambar: (Strauss 2000; Blackledge 2006; Marquez dan Zaman 2013)

1. *Acquisition* (Penciptaan Gambar):

Proses awal dalam pengolahan gambar adalah mendapatkan gambar digital. Ini dapat dilakukan melalui berbagai perangkat,

seperti kamera digital, pemindai (scanner), atau citra medis yang dihasilkan oleh perangkat medis seperti MRI dan CT scan.

2. *Preprocessing (Pra-Pemrosesan):*

Pra-pemrosesan adalah langkah awal dalam pengolahan gambar yang melibatkan persiapan citra untuk analisis lebih lanjut. Ini termasuk operasi seperti pengurangan noise, penajaman (sharpening), normalisasi kontras, dan koreksi warna.

3. *Segmentation (Segmentasi):*

Segmentasi adalah proses pemisahan gambar menjadi bagian-bagian yang lebih kecil atau objek yang dapat dikenali. Ini membantu dalam mengidentifikasi dan memisahkan objek dalam gambar.

4. *Feature Extraction (Ekstraksi Fitur):*

Ekstraksi fitur melibatkan identifikasi fitur-fitur penting dalam gambar yang dapat digunakan untuk mendeskripsikan atau mengenali objek dalam gambar. Fitur-fitur ini dapat berupa tekstur, bentuk, warna, atau atribut lainnya.

5. *Image Enhancement (Peningkatan Gambar):*

Peningkatan gambar adalah proses untuk meningkatkan kualitas atau daya tarik visual dari gambar. Ini bisa melibatkan perbaikan kontras, pencahayaan, atau pemulusan (smoothing).

6. *Image Transformation (Transformasi Gambar):*

Transformasi gambar melibatkan perubahan bentuk atau ukuran gambar, rotasi, dan pembalikan. Ini digunakan untuk mencapai tujuan tertentu seperti registrasi gambar atau koreksi distorsi.

7. *Image Compression (Kompresi Gambar):*

Kompresi gambar adalah proses pengurangan ukuran file gambar tanpa mengorbankan banyak informasi visual. Ini digunakan untuk mengurangi penggunaan penyimpanan dan memungkinkan pengiriman gambar dengan kecepatan tinggi melalui jaringan.

8. *Image Analysis (Analisis Gambar):*

Analisis gambar melibatkan penggunaan algoritma komputer untuk mendeteksi, mengukur, mengidentifikasi, atau mengklasifikasikan objek dalam gambar. Ini memiliki banyak

aplikasi dalam pengenalan pola, visi komputer, dan pemrosesan gambar medis.

9. *Image Recognition* (Pengenalan Gambar):

Pengenalan gambar adalah subdomain penting dalam pengolahan gambar yang melibatkan identifikasi objek atau pola dalam gambar. Ini digunakan dalam aplikasi seperti pengenalan wajah, pengenalan karakter tulisan tangan, dan kendaraan tanpa awak.

10. *Geometric Transformation* (Transformasi Geometrik):

Transformasi geometrik melibatkan manipulasi geometris dalam gambar, seperti translasi, rotasi, dan pergeseran. Ini digunakan dalam pemosisian objek atau perubahan perspektif.

11. *Color Image Processing* (Pemrosesan Gambar Berwarna):

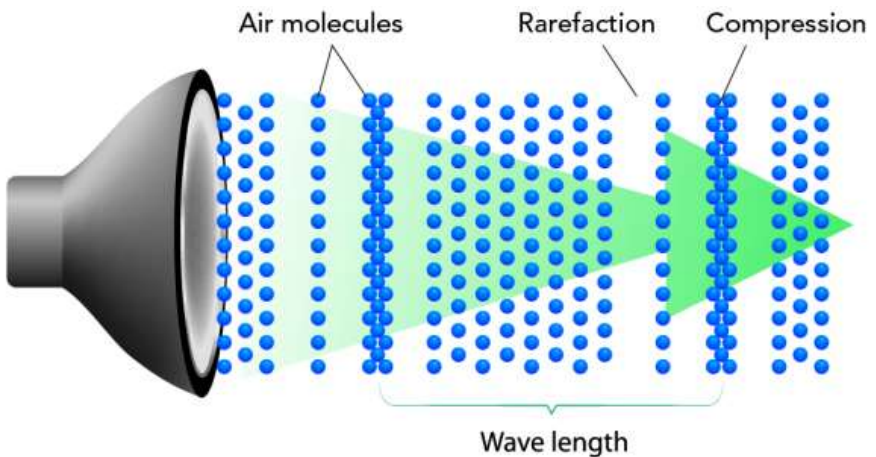
Pengolahan gambar berwarna melibatkan manipulasi dan analisis citra berwarna. Ini termasuk konversi ruang warna, segmentasi warna, dan penyesuaian warna.

12. *Morphological Image Processing* (Pemrosesan Morfologi Gambar):

Pemrosesan morfologi gambar melibatkan operasi matematika pada gambar yang digunakan untuk menghilangkan noise, menghubungkan komponen, dan menggambarkan struktur objek.

Pengolahan gambar adalah bidang yang berkembang pesat dalam ilmu komputer dan teknologi. Teknik-tekniknya memiliki berbagai aplikasi yang mencakup berbagai industri, mulai dari pengolahan medis hingga visi komputer untuk kendaraan tanpa awak, dan banyak lagi.

1.15 Pengolahan Suara



Gambar 1.15. Pengolahan Suara

Sumber : <https://pemrogramanmatlab.com/>

Pengolahan suara adalah bidang dalam ilmu komputer dan teknik yang berkaitan dengan analisis, manipulasi, dan pemahaman sinyal suara atau audio. Bidang ini memiliki berbagai aplikasi, termasuk komunikasi suara, pengenalan suara, pemrosesan audio, sintesis suara, dan banyak lagi. Berikut adalah penjelasan lebih rinci tentang konsep pengolahan suara: (Strauss 2000; Blackledge 2006; Marquez dan Zaman 2013)

1. Penciptaan Sinyal Suara:

Sinyal suara adalah gelombang longitudinal yang terdiri dari variasi tekanan udara sepanjang waktu. Proses penciptaan sinyal suara melibatkan perangkat seperti mikrofon atau perangkat rekaman yang mengubah perubahan tekanan udara menjadi sinyal listrik yang dapat diolah oleh komputer.

2. Digitalisasi Sinyal Suara:

Sinyal suara analog (kontinu) harus didigitalisasi agar dapat diolah oleh komputer. Ini melibatkan konversi analog ke digital menggunakan proses pengambilan sampel (sampling) dan kuantisasi (quantization).

3. *Preprocessing* (Pra-Pemrosesan):

Pra-pemrosesan audio adalah langkah awal dalam pengolahan suara. Ini melibatkan operasi seperti pemadaman noise, normalisasi amplitudo, atau pemfilteran untuk meningkatkan kualitas audio.

4. Analisis Sinyal Suara:

Analisis sinyal suara melibatkan pemahaman dan ekstraksi informasi dari sinyal suara. Ini mencakup teknik seperti transformasi Fourier, spektrogram, ekstraksi fitur, dan analisis statistik untuk mengidentifikasi pola dalam suara.

5. Pemrosesan Audio:

Pemrosesan audio melibatkan berbagai teknik untuk memodifikasi sinyal suara. Ini bisa berupa operasi pemfilteran, perubahan amplitudo, perubahan pitch, atau penghapusan noise.

6. Sintesis Suara:

Sintesis suara adalah proses menciptakan sinyal suara dari awal. Ini digunakan dalam aplikasi seperti sintesis ucapan, pembuatan musik, atau efek suara dalam permainan video.

7. Komunikasi Suara:

Pengolahan suara adalah bagian penting dalam aplikasi komunikasi suara, seperti telepon, konferensi video, dan komunikasi nirkabel.

8. Pengenalan Suara:

Pengenalan suara adalah subdomain penting dalam pengolahan suara yang melibatkan identifikasi atau transkripsi kata-kata yang diucapkan dalam sinyal suara. Ini digunakan dalam aplikasi seperti pengenalan suara asisten virtual dan pengenalan ucapan dalam aplikasi medis.

9. Musik dan Audio:

Pengolahan suara digunakan dalam analisis musik, pengeditan audio, dan kompresi audio. Ini memungkinkan produksi musik digital, pengeditan rekaman audio, dan penyiaran musik.

10. Keamanan Suara:

Keamanan suara adalah bidang yang berkaitan dengan penggunaan suara sebagai alat pengidentifikasi, seperti sistem

verifikasi suara atau deteksi suara yang mencurigakan dalam aplikasi keamanan.

11. Aplikasi Medis:

Pengolahan suara juga digunakan dalam aplikasi medis, seperti analisis sinyal suara jantung dalam elektrokardiogram (ECG) atau deteksi suara batuk dalam pemantauan kesehatan.

12. Pemrosesan Real-time:

Dalam beberapa aplikasi, seperti telepon dan konferensi video, pengolahan suara harus dilakukan dalam waktu nyata untuk menghindari jeda dalam komunikasi.

Pengolahan suara adalah bidang yang luas dan memiliki banyak cabang dan aplikasi yang berbeda. Ini memungkinkan kita untuk memahami, mengolah, dan menggunakan informasi yang terkandung dalam sinyal suara, serta menciptakan pengalaman suara yang lebih baik dalam berbagai aplikasi.

1.16 Pengolahan Medis



Gambar 1.16. Pengolahan Medis
Sumber : <https://thenounproject.com/>

Pengolahan medis adalah bagian penting dari sistem perawatan kesehatan yang melibatkan pengumpulan, analisis, penyimpanan, dan pertukaran data medis untuk tujuan diagnosis, pengobatan, pemantauan, dan penelitian dalam lingkungan medis. Ini melibatkan penggunaan teknologi informasi dan komunikasi untuk meningkatkan kualitas perawatan kesehatan, mengurangi

biaya, dan meningkatkan efisiensi. Berikut adalah penjelasan lebih rinci tentang pengolahan medis: (Strauss 2000; Blackledge 2006; Marquez dan Zaman 2013)

1. Rekam Medis Elektronik (Electronic Health Records/EHR):

Rekam Medis Elektronik (EHR) adalah sistem informasi medis yang digunakan untuk mengumpulkan, menyimpan, dan mengelola informasi medis pasien secara elektronik. EHR menggantikan rekam medis kertas tradisional dan memungkinkan akses cepat dan aman ke informasi pasien.

2. Interoperabilitas Sistem Medis:

Interoperabilitas adalah kemampuan sistem medis yang berbeda untuk berkomunikasi dan berbagi data dengan mudah. Ini penting dalam situasi medis yang memerlukan akses cepat ke informasi pasien dari berbagai sumber.

3. Telemedicine (Telemedisin):

Telemedicine adalah praktik medis yang memungkinkan layanan kesehatan disampaikan secara virtual. Ini melibatkan konsultasi dokter melalui video conference, pemantauan jarak jauh, dan diagnosa online.

4. Pengolahan Gambar Medis:

Pengolahan gambar medis melibatkan analisis citra medis, seperti pemindaian MRI, CT scan, atau sinar-X, untuk diagnosis dan perencanaan perawatan. Ini memungkinkan dokter untuk melihat dan menganalisis gambar secara lebih rinci.

5. Sistem Pencitraan Medis (Medical Imaging Systems):

Sistem pencitraan medis adalah perangkat keras dan perangkat lunak yang digunakan untuk menghasilkan dan menganalisis gambar medis. Ini mencakup mesin pencitraan seperti MRI, CT scanner, dan ultrasonografi.

6. Pemrosesan Sinyal Medis:

Pemrosesan sinyal medis melibatkan analisis sinyal biomedis, seperti EKG (elektrokardiogram) atau EEG (elektroensefalogram), untuk mendeteksi dan menganalisis gangguan medis.

- 7. Sistem Informasi Kesehatan (Health Information Systems):**
Sistem Informasi Kesehatan adalah sistem yang digunakan untuk mengelola data dan informasi kesehatan dalam suatu organisasi kesehatan atau sistem perawatan kesehatan.
- 8. Aplikasi Mobile Kesehatan (Mobile Health/MHealth):**
Aplikasi mobile kesehatan adalah perangkat lunak yang digunakan di perangkat seluler untuk membantu pasien memantau kondisi kesehatan mereka, mengingat jadwal pengobatan, atau berkomunikasi dengan penyedia layanan kesehatan.
- 9. Analisis Data Kesehatan (Health Data Analytics):**
Analisis data kesehatan adalah penggunaan teknik analisis data untuk mengidentifikasi tren, pola, atau informasi berharga dalam data medis. Ini dapat membantu dalam penelitian klinis, pemantauan pasien, dan perencanaan layanan kesehatan.
- 10. Keamanan Data Medis:**
Keamanan data medis adalah aspek penting dalam pengolahan medis karena melibatkan informasi sensitif tentang pasien. Ini mencakup kebijakan dan teknologi untuk melindungi data medis dari akses yang tidak sah.
- 11. Standar Medis (Medical Standards):**
Standar medis adalah panduan dan protokol yang digunakan dalam pengolahan medis untuk memastikan integritas data dan komunikasi yang tepat antara sistem medis.
- 12. Perundangan Kesehatan (Healthcare Legislation):**
Perundangan kesehatan adalah serangkaian hukum dan regulasi yang mengatur praktik kesehatan, privasi pasien, dan keamanan data medis.

Pengolahan medis memiliki peran penting dalam meningkatkan efisiensi dan akurasi perawatan kesehatan, mengintegrasikan teknologi informasi dalam lingkungan medis, dan memberikan layanan yang lebih baik kepada pasien. Hal ini juga memungkinkan perkembangan dalam penelitian medis dan pengembangan solusi inovatif dalam perawatan kesehatan.

1.17 Pengolahan Real-Time



Gambar 1.17. Pengolahan Real-Time
Sumber : <https://www.pngdownload.id/>

Pengolahan real-time (*real-time processing*) adalah konsep dalam komputasi yang mengacu pada pemrosesan data atau informasi secara instan atau dengan penundaan yang sangat minimal. Ini berarti bahwa data atau input diproses dan direspon hampir seketika setelah diterima, tanpa adanya jeda yang signifikan antara masukan dan output. Pengolahan real-time sangat penting dalam berbagai aplikasi yang memerlukan tanggapan segera, seperti sistem kendali, komunikasi nirkabel, permainan komputer, pemrosesan sinyal, dan banyak lagi. Berikut adalah penjelasan lebih rinci tentang konsep pengolahan real-time: (Strauss 2000; Blackledge 2006; Marquez dan Zaman 2013)

1. Waktu Nyata (Real-time):

Waktu nyata mengacu pada waktu yang berjalan secara alami dan tidak dapat diubah atau tertunda. Dalam pengolahan real-time, informasi diproses sesuai dengan waktu nyata, sehingga

respons atau tindakan dapat diambil segera setelah data tersedia.

2. Sistem Waktu Nyata:

Sistem waktu nyata adalah sistem komputasi yang dirancang untuk menjalankan tugas-tugas dalam waktu yang sangat cepat atau seketika. Sistem ini digunakan dalam aplikasi yang memerlukan respons instan, seperti sistem kendali industri, robotika, dan sistem peringatan dini.

3. Respons Segera:

Dalam pengolahan real-time, respons terhadap masukan atau kejadian yang terjadi dalam lingkungan harus segera diberikan. Ini sering kali berarti bahwa algoritma dan perangkat keras harus dioptimalkan untuk meminimalkan latensi atau penundaan dalam pemrosesan.

4. Pemrosesan Streaming:

Pengolahan real-time sering melibatkan pemrosesan data dalam bentuk aliran (stream) kontinu. Contohnya adalah pemrosesan video langsung, pemantauan sensor dalam kendaraan otonom, atau analisis data pasar saham secara real-time.

5. Kesalahan Toleransi (Fault Tolerance):

Dalam beberapa aplikasi yang kritis, seperti sistem kendali pesawat terbang, kesalahan atau gangguan dalam sistem real-time dapat berbahaya. Oleh karena itu, sistem ini sering dirancang dengan tingkat toleransi kesalahan yang tinggi dan kemampuan pemulihan otomatis.

6. Sistem Embedded (Embedded Systems):

Banyak sistem embedded, seperti mikrokontroler dalam perangkat elektronik, beroperasi dalam waktu nyata. Mereka harus merespons dengan cepat terhadap masukan pengguna atau kondisi lingkungan.

7. Kehadiran Manusia:

Beberapa aplikasi real-time melibatkan interaksi dengan manusia. Contohnya adalah permainan video, aplikasi komunikasi, atau sistem kontrol mobil yang merespons tindakan pengemudi secara langsung.

8. Penggunaan Sensor dan Perangkat Keras Khusus:

Dalam aplikasi real-time, seringkali diperlukan penggunaan sensor dan perangkat keras yang khusus untuk mengumpulkan dan memproses data dengan kecepatan tinggi.

9. Keamanan dan Keandalan:

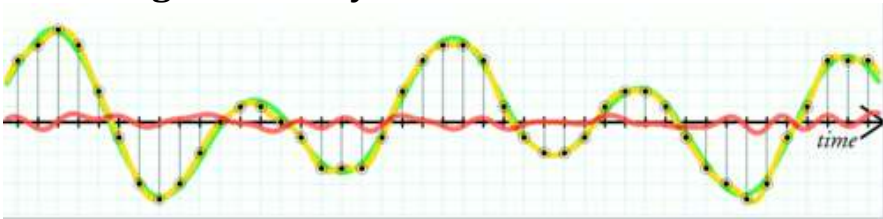
Pengolahan real-time yang melibatkan sistem kritis sering kali memiliki persyaratan keamanan dan keandalan yang sangat tinggi untuk menghindari potensi bahaya atau kerusakan.

10. Aplikasi Pengolahan Real-time:

Pengolahan real-time digunakan dalam berbagai aplikasi, termasuk kontrol industri, jaringan komunikasi nirkabel, kendaraan otonom, sistem peringatan dini, permainan video, pemrosesan suara dan gambar secara langsung, dan banyak lagi.

Pengolahan *real-time* adalah aspek penting dalam dunia komputasi modern yang memungkinkan aplikasi dan sistem untuk beroperasi secara efisien dan efektif dalam waktu yang sangat singkat. Ini memiliki implikasi yang signifikan dalam berbagai industri dan teknologi yang mengandalkan respons cepat dan akurat terhadap perubahan lingkungan atau permintaan pengguna.

1.18 Pengolahan Sinyal Multidimensi



Gambar 1.18. Sinyal Multidimensi

Sumber : wikipedia

Pengolahan sinyal multidimensi adalah cabang dalam pengolahan sinyal yang berfokus pada analisis, manipulasi, dan transformasi sinyal yang memiliki lebih dari satu dimensi atau lebih dari satu variabel independen. Ini mencakup berbagai jenis sinyal, seperti citra (gambar) dua dimensi, volume tiga dimensi, dan data

multidimensi lainnya. Berikut adalah penjelasan lebih rinci tentang pengolahan sinyal multidimensi: (Strauss 2000; Blackledge 2006; Marquez dan Zaman 2013)

1. Sinyal Multidimensi:

Sinyal multidimensi adalah sinyal yang bervariasi dalam lebih dari satu dimensi atau variabel independen. Ini berbeda dari sinyal satu dimensi yang hanya bervariasi sepanjang satu sumbu, seperti sinyal waktu.

2. Citra Digital:

Citra digital adalah contoh paling umum dari sinyal multidimensi. Citra adalah representasi dua dimensi dari objek atau pemandangan yang direkam dalam bentuk matriks piksel. Setiap piksel dalam citra memiliki nilai yang mewakili tingkat kecerahan atau warna pada posisi tertentu.

3. Volume Medis:

Data medis, seperti data pencitraan CT scan atau MRI, sering kali berbentuk volume tiga dimensi. Ini mencakup data dalam bentuk tumpukan matriks citra dua dimensi yang merepresentasikan potongan-potongan tumpukan dalam tiga dimensi.

4. Pemrosesan Citra:

Pengolahan citra digital melibatkan berbagai teknik seperti pemfilteran, segmentasi, deteksi tepi, dan ekstraksi fitur untuk meningkatkan kualitas gambar, menganalisis citra, atau mengenali objek dalam citra.

5. Pemrosesan Volume Medis:

Pemrosesan volume medis sangat penting dalam diagnostik medis dan perencanaan perawatan. Ini termasuk rekonstruksi citra, segmentasi organ, analisis tekstur, dan ekstraksi informasi anatomi dari volume tiga dimensi.

6. Sinyal Audio Multikanal:

Sinyal audio multikanal adalah contoh lain dari sinyal multidimensi. Ini mencakup audio stereo atau audio multikanal yang merepresentasikan sinyal suara dalam dua atau lebih saluran (kanal) yang menggambarkan lokasi atau arah suara.

7. Data Geospasial:

Data geospasial adalah data yang mencakup informasi mengenai lokasi geografis dan atributnya dalam beberapa dimensi. Ini digunakan dalam pemetaan, navigasi, dan analisis geografis.

8. Pengolahan Video:

Video adalah rangkaian citra dua dimensi yang ditampilkan secara berurutan dalam waktu. Pengolahan video melibatkan analisis dan manipulasi berurutan ini, termasuk deteksi objek, pelacakan, kompresi video, dan banyak lagi.

9. Data Sensor 3D:

Data sensor 3D mencakup informasi tentang kedalaman dan jarak dalam tiga dimensi. Ini digunakan dalam sensor pemetaan, pemindai 3D, dan teknologi realitas virtual.

10. Pengolahan Sinyal dalam Jaringan Neuron Tiruan 2D/3D:

Pengolahan sinyal multidimensi digunakan dalam jaringan neuron tiruan (ANN) dengan data masukan berupa citra atau volume, seperti dalam pengenalan gambar atau pengenalan objek dalam video.

11. Transformasi dan Analisis Multidimensi:

Pengolahan sinyal multidimensi melibatkan berbagai teknik matematis dan algoritma, seperti transformasi Fourier multidimensi, transformasi wavelet, analisis komponen utama (PCA), dan sebagainya.

12. Rekonstruksi Citra 3D dari Citra 2D:

Dalam beberapa aplikasi, seperti tomografi komputer, citra 3D dapat direkonstruksi dari serangkaian citra 2D yang diambil dari berbagai sudut.

Pengolahan sinyal multidimensi sangat penting dalam berbagai aplikasi yang melibatkan analisis data kompleks dalam beberapa dimensi. Ini memungkinkan kita untuk menggali informasi yang berharga dari data citra, volume, dan data multidimensi lainnya dalam berbagai disiplin ilmu, termasuk kedokteran, ilmu komputer, rekayasa, dan banyak lagi.

1.19 Koreksi Kesalahan

Koreksi kesalahan (*error correction*) adalah teknik yang digunakan dalam pengolahan sinyal digital untuk mendeteksi dan memperbaiki kesalahan yang mungkin terjadi selama transmisi, penyimpanan, atau pemrosesan data digital. Teknik ini penting untuk memastikan keakuratan dan integritas data dalam berbagai aplikasi, terutama dalam komunikasi nirkabel, penyimpanan data, dan komputasi. (Strauss 2000; Blackledge 2006; Marquez dan Zaman 2013)

Berikut adalah penjelasan lebih rinci tentang koreksi kesalahan:

1. **Deteksi Kesalahan (*Error Detection*):**

Tahap pertama dalam koreksi kesalahan adalah mendeteksi adanya kesalahan dalam data. Ini dilakukan dengan menambahkan bit tambahan (bit paritas) ke dalam data yang akan dikirim atau disimpan. Bit tambahan ini digunakan untuk memeriksa apakah data telah mengalami perubahan selama transmisi atau penyimpanan.

2. **Kode Kesalahan (*Error Code*):**

Kode kesalahan adalah pola bit tambahan yang digunakan untuk mendeteksi dan mungkin memperbaiki kesalahan. Salah satu jenis kode kesalahan yang umum digunakan adalah kode paritas, yang menambahkan bit paritas ke dalam data. Kode kesalahan yang lebih canggih seperti kode siklik redundansi (CRC) atau kode Hamming juga digunakan untuk mendeteksi dan memperbaiki kesalahan.

3. **Pengenalan Pola Kesalahan (*Error Pattern Recognition*):**

Dalam beberapa kasus, bukan hanya deteksi kesalahan yang diperlukan, tetapi juga pengenalan pola kesalahan. Teknik ini digunakan untuk mengidentifikasi pola kesalahan yang khas, yang dapat memberikan petunjuk tentang penyebab kesalahan dan memungkinkan pemulihan yang lebih baik.

4. **Perbaikan Kesalahan (*Error Correction*):**

Setelah kesalahan dideteksi, langkah selanjutnya adalah mencoba memperbaikinya. Ini dapat dilakukan dengan menggunakan algoritma koreksi kesalahan yang sesuai. Algoritma ini menggunakan informasi dari bit tambahan atau kode kesalahan untuk memperbaiki data yang rusak.

5. Redundansi Data (*Data Redundancy*):

Salah satu konsep dasar dalam koreksi kesalahan adalah penambahan redundansi data, yang berarti data yang ada disertai dengan informasi tambahan yang memungkinkan deteksi dan perbaikan kesalahan. Meskipun ini menghabiskan lebih banyak ruang penyimpanan atau bandwidth komunikasi, itu sangat berharga untuk memastikan integritas data.

6. Koreksi Kesalahan dalam Komunikasi Nirkabel:

Dalam komunikasi nirkabel, seperti jaringan seluler atau Wi-Fi, koreksi kesalahan sangat penting karena sinyal dapat terdistorsi atau hilang selama transmisi. Kode kesalahan seperti CRC atau *Forward Error Correction* (FEC) digunakan untuk memastikan data yang diterima adalah akurat.

7. Koreksi Kesalahan dalam Penyimpanan Data:

Dalam media penyimpanan seperti hard drive, CD, atau USB drive, koreksi kesalahan diterapkan untuk memastikan data yang tersimpan tetap utuh dan dapat diakses kapan saja.

8. Koreksi Kesalahan dalam Kode Koreksi Galat:

Beberapa kode kesalahan memiliki kemampuan koreksi kesalahan yang sangat kuat. Contoh termasuk kode Reed-Solomon yang digunakan dalam CD dan DVD. Mereka dapat mendeteksi dan memperbaiki sejumlah kesalahan yang signifikan dalam data.

Koreksi kesalahan adalah elemen kunci dalam memastikan keandalan komunikasi dan penyimpanan data digital. Tanpa teknik koreksi kesalahan yang efektif, data yang terkirim atau disimpan dapat rusak atau hilang secara permanen akibat gangguan dalam lingkungan transmisi atau penyimpanan. Oleh karena itu, penggunaan kode kesalahan dan teknik koreksi kesalahan adalah praktik standar dalam berbagai aplikasi teknologi informasi.

DAFTAR PUSTAKA

- Blackledge JM. 2006. *Digital Signal Processing: Mathematical and Computational Methods, Software Development and Applications: Second Edition*.
- Marquez FPG, Zaman N. 2013. Digital Filters and Signal Processing. *Digit. Filters Signal Process.*doi:10.5772/45654.
- Strauss W. 2000. *Digital signal processing*. Volume ke-17.

BAB 2

KONSEP SINYAL DAN CONTOH PENERAPAN DSP

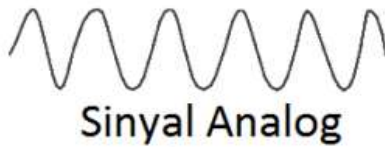
Oleh Fahmy Rinanda Saputri

2.1 Konsep Sinyal

Sinyal adalah konsep fundamental dalam ilmu pengetahuan dan teknik. Mereka digunakan untuk merepresentasikan dan mentransmisikan informasi dari satu tempat ke tempat lain. Sinyal adalah perubahan yang dapat diukur dalam parameter tertentu, seperti amplitudo, frekuensi, atau fase, yang dapat berasal dari berbagai sumber, termasuk suara, cahaya, listrik, dan banyak lagi. Konsep sinyal diterapkan dalam berbagai bidang, termasuk komunikasi, pengolahan data, ilmu medis, dan banyak lagi.

Salah satu konsep dasar dalam sinyal adalah domain sinyal, yang mengacu pada representasi matematis dari sinyal itu sendiri. Ada dua domain sinyal utama: domain waktu dan domain frekuensi. Dalam domain waktu, sinyal direpresentasikan sebagai fungsi waktu, yang berarti bagaimana sinyal berubah seiring waktu. Di sisi lain, dalam domain frekuensi, sinyal direpresentasikan sebagai kombinasi dari komponen frekuensi yang berbeda. Transformasi Fourier adalah alat penting yang digunakan untuk mengubah sinyal dari domain waktu ke domain frekuensi.

Sinyal dapat dibagi menjadi dua kategori besar: sinyal analog dan sinyal digital. Sinyal analog adalah sinyal yang memiliki nilai kontinu dalam domain waktu dan memiliki banyak aplikasi dalam pemrosesan sinyal dan komunikasi. Di sisi lain, sinyal digital adalah sinyal yang direpresentasikan sebagai kumpulan angka diskrit. Mereka biasanya lebih tahan terhadap gangguan dan lebih mudah diolah oleh komputer.



Gambar 2.1. Sinyal analog dan digital
Sumber : (Haryono, 2018)

Konsep sinyal juga berhubungan erat dengan teori sistem. Sinyal dapat diubah atau dimodifikasi oleh sistem, yang dapat berupa rangkaian elektronik, filter, atau algoritma pemrosesan sinyal. Teori sistem digunakan untuk menganalisis dan merancang sistem yang dapat memodifikasi sinyal sesuai dengan kebutuhan tertentu.

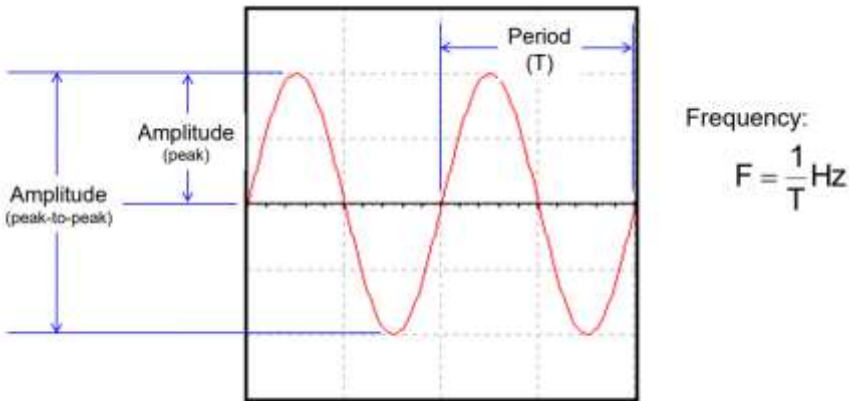
Sinyal juga memiliki berbagai sifat yang dapat dianalisis, seperti amplitudo, frekuensi, durasi, dan lainnya. Analisis sifat-sifat ini membantu dalam pemahaman dan pengolahan sinyal yang lebih baik. Selain itu, sinyal juga dapat mengalami berbagai jenis transformasi, seperti konvolusi, modulasi, dan demodulasi, yang dapat mengubah sifat-sifatnya.

Sinyal analog adalah sinyal yang dapat bervariasi secara kontinu dalam rentang nilai tertentu. Berikut adalah beberapa bagian penting dari sinyal analog:

1. **Amplitudo (*Amplitude*):** Amplitudo adalah tingkat kekuatan atau intensitas sinyal analog. Ini mengukur sejauh mana sinyal bergerak dari nilai nol (*baseline*) ke titik tertinggi positif atau titik terendah negatif. Amplitudo diukur dalam unit seperti volt (V) untuk sinyal listrik atau desibel (dB) untuk sinyal suara.
2. **Frekuensi (*Frequency*):** Frekuensi adalah jumlah siklus yang terjadi dalam satu detik. Dalam konteks sinyal analog, frekuensi mengukur seberapa cepat sinyal berubah atau berfluktuasi. Ini diukur dalam hertz (Hz). Frekuensi yang lebih tinggi menunjukkan sinyal yang berfluktuasi dengan lebih cepat.

3. Fase (*Phase*): Fase mengacu pada posisi relatif sinyal analog terhadap titik awal dalam satu siklus. Ini menggambarkan sejauh mana sinyal telah bergeser dalam waktu terhadap sinyal referensi. Fase diukur dalam derajat atau radian.
4. Waktu (*Time*): Waktu adalah dimensi ketiga dalam sinyal analog. Ini menunjukkan sejauh mana sinyal telah berkembang dalam waktu. Sinyal analog dapat digambarkan sebagai fungsi waktu yang menunjukkan bagaimana nilai sinyal bervariasi sepanjang waktu.
5. Siklus (*Cycle*): Siklus mengacu pada satu lengkungan penuh sinyal analog dari satu titik nol (*baseline*) kembali ke titik yang sama. Frekuensi sinyal analog terkait dengan jumlah siklus yang terjadi dalam satu detik.
6. Bentuk Gelombang (*Waveform*): Bentuk gelombang menggambarkan pola perubahan sinyal analog sepanjang waktu. Contoh bentuk gelombang yang umum termasuk gelombang sinusoidal, gelombang segitiga, gelombang kotak, dan banyak lagi. Bentuk gelombang ini memiliki karakteristik tertentu yang memengaruhi sifat sinyal.
7. Kebisingan (*Noise*): Kebisingan adalah gangguan acak atau tambahan yang muncul dalam sinyal analog. Ini dapat mengurangi kualitas sinyal dan membuatnya lebih sulit untuk dianalisis. Kebisingan sering diukur dalam desibel (dB) dan dapat berasal dari berbagai sumber, termasuk lingkungan, peralatan elektronik, dan interferensi.
8. Batas Dinamis (*Dynamic Range*): Batas dinamis adalah rentang antara nilai minimum dan maksimum yang dapat diukur atau direpresentasikan oleh sinyal analog. Ini mengukur sejauh mana sinyal dapat mencakup nilai-nilai yang berbeda dalam rentang amplitudo.
9. Filtering (*Peng-filteran*): Peng-filteran adalah proses menghilangkan atau memodifikasi komponen frekuensi tertentu dalam sinyal analog. Ini digunakan untuk menghilangkan kebisingan atau untuk mengekstraksi komponen tertentu dalam sinyal.
10. Modulasi (*Modulation*): Modulasi adalah proses mengubah sinyal analog dengan sinyal lain, seperti sinyal pembawa. Ini

sering digunakan dalam komunikasi nirkabel dan penyiaran untuk mentransmisikan informasi melalui sinyal analog.



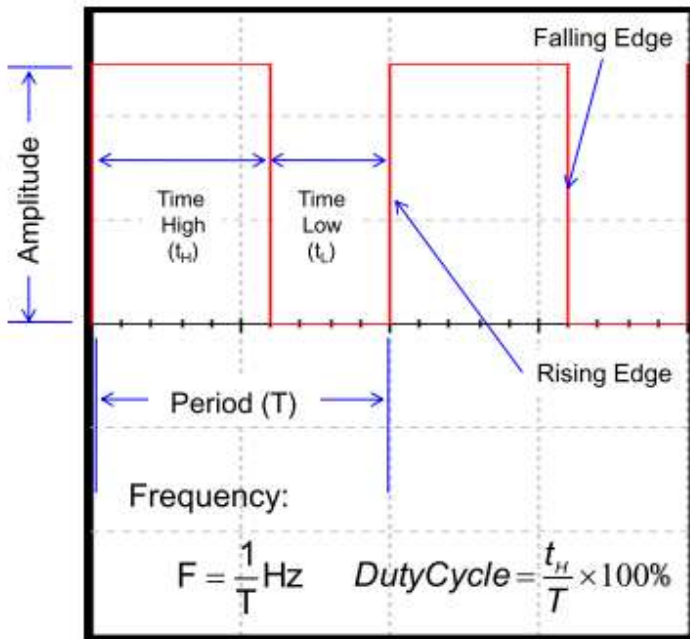
Gambar 2.2. Bagian-bagian sinyal analog
Sumber : (Lead & Way, 2009)

Terkait dengan sinyal digital, ada beberapa konsep dan parameter penting yang perlu dijelaskan:

1. *Rising Edge* (Tepi Naik): Rising edge dalam sinyal digital merujuk pada transisi dari tingkat logika rendah (biasanya 0) ke tingkat logika tinggi (biasanya 1). Ini adalah titik di mana sinyal berubah dari tidak aktif menjadi aktif atau dari nilai 0 ke nilai 1. Rising edge sering digunakan sebagai referensi waktu atau tanda untuk memulai suatu operasi atau pengukuran dalam sistem digital.
2. *Falling Edge* (Tepi Turun): Sebaliknya, falling edge adalah transisi dari tingkat logika tinggi ke tingkat logika rendah. Ini adalah titik di mana sinyal berubah dari aktif menjadi tidak aktif atau dari nilai 1 ke nilai 0. Seperti rising edge, falling edge juga dapat digunakan sebagai referensi waktu atau tanda dalam sistem digital.
3. *Duty Cycle* (Siklus Tugas): *Duty cycle* adalah rasio waktu yang sinyal aktif (tingkat logika tinggi) dibandingkan dengan total periode siklus sinyal. Biasanya diukur sebagai persentase. Sebagai contoh, jika suatu sinyal memiliki periode siklus 10 ms

dan tingkat logika tinggi selama 2 ms, maka duti cycle-nya adalah 20% ($2 \text{ ms} / 10 \text{ ms} * 100\%$). Duty cycle penting dalam sinyal berdenyut seperti PWM (*Pulse Width Modulation*) yang digunakan dalam pengendalian kecepatan motor dan sebagainya.

4. Frekuensi (*Frequency*): Frekuensi adalah jumlah siklus yang terjadi dalam satu detik. Dalam konteks sinyal digital, frekuensi mengukur seberapa cepat sinyal berubah antara tingkat logika tinggi dan rendah dalam satu detik. Frekuensi diukur dalam hertz (Hz). Semakin tinggi frekuensinya, semakin cepat perubahan sinyalnya.
5. Periode (*Period*): Periode adalah waktu yang diperlukan oleh satu siklus sinyal untuk menyelesaikan satu transisi dari tingkat logika rendah ke tingkat logika tinggi, atau sebaliknya. Periode adalah kebalikan dari frekuensi ($T = 1 / f$), di mana T adalah periode dalam detik dan f adalah frekuensi dalam Hz.
6. *Pulse Width* (Lebar Pulsa): Pulse width adalah durasi waktu ketika sinyal berada pada tingkat logika tinggi dalam satu siklus. Ini adalah ukuran dari seberapa lama sinyal tetap aktif dalam satu siklus. Pulse width adalah faktor penting dalam sinyal PWM dan digunakan dalam berbagai aplikasi.
7. *High-Level Voltage* (Tegangan Tingkat Logika Tinggi) dan *Low-Level Voltage* (Tegangan Tingkat Logika Rendah): Ini adalah nilai tegangan yang digunakan untuk mewakili tingkat logika tinggi dan rendah dalam sinyal digital. Misalnya, dalam sistem yang menggunakan tegangan 5V, 5V mungkin digunakan untuk tingkat logika tinggi, sementara 0V (*ground*) digunakan untuk tingkat logika rendah.



Gambar 2.3. Bagian-bagian sinyal digital
 Sumber : (Lead & Way, 2009)

2.2 Digital Signal Processing (DSP)

Sinyal merupakan bagian penting dari kehidupan sehari-hari kita. Segala sesuatu yang membawa informasi disebut sebagai sinyal. Sebuah sinyal didefinisikan sebagai fungsi bernilai tunggal dari satu atau lebih variabel independen yang mengandung beberapa informasi. Sinyal juga didefinisikan sebagai besaran fisik yang bervariasi seiring waktu, ruang, atau variabel independen lainnya. Sebuah sinyal dapat direpresentasikan dalam domain waktu atau domain frekuensi. Ucapan manusia adalah contoh yang akrab dari sinyal. Arus dan tegangan listrik juga contoh sinyal. Sebuah sinyal dapat menjadi fungsi dari satu atau lebih variabel independen. Sebuah sinyal dapat menjadi fungsi dari waktu, suhu, posisi, tekanan, jarak, dll. Jika sebuah sinyal bergantung hanya pada satu variabel independen, disebut sebagai sinyal satu dimensi, dan jika sinyal bergantung pada dua variabel independen, disebut sebagai sinyal dua dimensi.

Sebuah sistem didefinisikan sebagai entitas yang bertindak pada sinyal masukan dan mengubahnya menjadi sinyal keluaran. Sistem juga didefinisikan sebagai kumpulan elemen atau blok dasar yang terhubung satu sama lain dan menghasilkan keluaran sebagai respons terhadap sinyal masukan. Ini adalah hubungan sebab-akibat antara dua atau lebih sinyal. Struktur fisik sebenarnya dari sistem menentukan hubungan yang tepat antara masukan $x(n)$ dan keluaran $y(n)$, dan menggambarkan keluaran untuk setiap masukan. Sistem dapat menjadi sistem satu masukan dan satu keluaran atau sistem banyak masukan dan banyak keluaran.

Pemrosesan sinyal adalah metode untuk mengekstrak informasi dari sinyal, yang pada gilirannya bergantung pada jenis sinyal dan sifat informasi yang dibawanya. Oleh karena itu, pemrosesan sinyal berkaitan dengan merepresentasikan sinyal dalam istilah matematika dan mengekstrak informasi dengan melakukan operasi algoritma pada sinyal. Pemrosesan sinyal digital memiliki banyak keunggulan dibandingkan pemrosesan sinyal analog. Beberapa keunggulan tersebut antara lain (Reddy & Kumar, 2021):

1. Sirkuit digital tidak bergantung pada nilai presisi sinyal digital untuk operasinya. Sirkuit digital kurang sensitif terhadap perubahan nilai komponen. Mereka juga kurang sensitif terhadap variasi suhu, penuaan, dan parameter eksternal lainnya.
2. Dalam pemrosesor digital, sinyal dan koefisien sistem direpresentasikan sebagai kata-kata biner. Ini memungkinkan kita untuk memilih akurasi apa pun dengan meningkatkan atau mengurangi jumlah bit dalam kata biner.
3. Pengolahan digital sinyal memungkinkan berbagi satu pemrosesor di antara beberapa sinyal dengan berbagi waktu. Ini mengurangi biaya pemrosesan per sinyal.
4. Implementasi digital dari suatu sistem memungkinkan penyesuaian mudah terhadap karakteristik pemrosesor selama pemrosesan.
5. Karakteristik fasa linear hanya dapat dicapai dengan filter digital. Selain itu, pemrosesan multirate hanya mungkin dalam domain digital. Sirkuit digital dapat dihubungkan secara

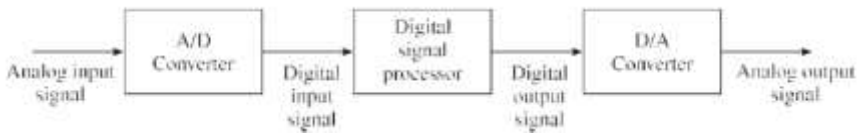
berturut-turut tanpa masalah beban, sedangkan ini tidak dapat dengan mudah dilakukan dengan sirkuit analog.

6. Penyimpanan data digital sangat mudah. Sinyal dapat disimpan dalam berbagai media penyimpanan seperti pita magnetik, disk, dan disk optik tanpa kehilangan informasi. Di sisi lain, sinyal analog yang disimpan memburuk dengan cepat seiring berjalannya waktu dan tidak dapat dipulihkan dalam bentuk aslinya.

Meskipun ada banyak keunggulan, ada beberapa kelemahan yang terkait dengan pemrosesan sinyal dalam domain digital. Pemrosesan digital memerlukan perangkat 'pra' dan 'pasca' seperti konverter analog-digital dan digital-analog serta filter rekonstruksi yang terkait. Ini meningkatkan kompleksitas sistem digital. Selain itu, teknik digital memiliki batasan frekuensi. Sistem digital dibangun dengan menggunakan perangkat aktif yang mengkonsumsi daya, sedangkan algoritma pemrosesan analog dapat diimplementasikan menggunakan perangkat pasif yang tidak mengonsumsi daya. Selain itu, perangkat aktif kurang dapat diandalkan dibandingkan dengan komponen pasif. Tetapi kelebihan teknik pemrosesan digital melebihi kekurangannya dalam banyak aplikasi. Biaya perangkat keras DSP juga terus berkurang. Akibatnya, aplikasi pemrosesan sinyal digital semakin meningkat dengan pesat.

Prosesor sinyal digital dapat berupa komputer digital yang dapat diprogram secara besar-besaran atau mikroprosesor kecil yang diprogram untuk melakukan operasi yang diinginkan pada sinyal masukan. Ini juga dapat menjadi prosesor digital yang terkabel keras yang dikonfigurasi untuk melakukan serangkaian operasi tertentu pada sinyal masukan (Reddy & Kumar, 2021).

DSP memiliki banyak aplikasi. Beberapa di antaranya adalah: pemrosesan ucapan, komunikasi, biomedis, elektronik konsumen, seismologi, dan pemrosesan citra. Diagram blok dari sistem DSP ditunjukkan dalam Gambar 2.4.



Gambar 2.4. Diagram blok sistem pemrosesan sinyal digital
Sumber : (Reddy & Kumar, 2021)

2.3 Contoh Penerapan DSP

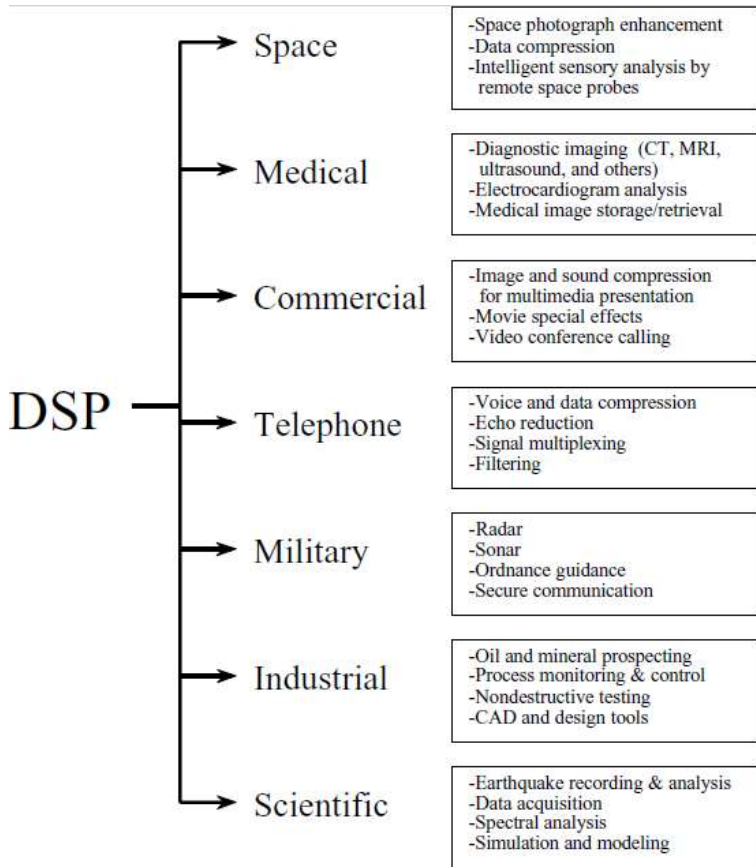
Pendekatan tradisional dalam penilaian kinerja SDM mengacu pada metode manual yang telah lama digunakan sebelum teknologi Pemrosesan Sinyal Digital (DSP) adalah salah satu teknologi paling kuat yang akan membentuk ilmu pengetahuan dan rekayasa di abad ke-21. Perubahan revolusioner telah terjadi dalam berbagai bidang: komunikasi, pencitraan medis, radar & sonar, reproduksi musik berkualitas tinggi, dan eksplorasi minyak, hanya untuk menyebut beberapa contoh. Setiap area ini telah mengembangkan teknologi DSP yang mendalam, dengan algoritma, matematika, dan teknik khususnya sendiri. Kombinasi antara cakupan dan kedalaman ini membuatnya tidak mungkin bagi satu individu untuk menguasai seluruh teknologi DSP yang telah dikembangkan. Pendidikan DSP melibatkan dua tugas: memahami konsep umum yang berlaku untuk seluruh bidang, dan mempelajari teknik khusus untuk area minat Anda sendiri. Bab ini memulai perjalanan kita ke dunia Pemrosesan Sinyal Digital dengan menjelaskan efek dramatis yang telah dibuat oleh DSP dalam beberapa bidang yang beragam. Revolusi telah dimulai (Smith, 1999).

Pemrosesan Sinyal Digital dibedakan dari bidang-bidang lain dalam ilmu komputer oleh jenis data unik yang digunakan: sinyal. Dalam kebanyakan kasus, sinyal-sinyal ini berasal dari data sensor di dunia nyata: getaran seismik, gambar visual, gelombang suara, dan sebagainya. DSP adalah matematika, algoritma, dan teknik yang digunakan untuk memanipulasi sinyal-sinyal ini setelah mereka telah dikonversi menjadi bentuk digital. Ini mencakup berbagai tujuan, seperti: peningkatan gambar visual, pengenalan dan pembuatan ucapan, kompresi data untuk penyimpanan dan transmisi, dan sebagainya. Bayangkan jika kita menghubungkan

konverter analog ke digital ke komputer dan menggunakannya untuk mengambil sebagian data dunia nyata. DSP menjawab pertanyaan: Apa yang harus dilakukan selanjutnya?

Akar DSP berasal dari tahun 1960-an dan 1970-an ketika komputer digital pertama kali tersedia. Komputer saat itu mahal, dan DSP dibatasi hanya pada beberapa aplikasi penting. Upaya perintis dilakukan dalam empat area kunci: radar & sonar, di mana keamanan nasional berada dalam risiko; eksplorasi minyak, di mana banyak uang dapat diperoleh; eksplorasi luar angkasa, di mana data tidak dapat digantikan; dan pencitraan medis, di mana nyawa dapat diselamatkan. Revolusi komputer pribadi pada tahun 1980-an dan 1990-an menyebabkan DSP meledak dengan aplikasi baru. Daripada didorong oleh kebutuhan militer dan pemerintah, DSP tiba-tiba didorong oleh pasar komersial. Siapa pun yang berpikir mereka bisa menghasilkan uang di bidang yang berkembang pesat ini tiba-tiba menjadi penjual DSP. DSP mencapai publik dalam produk-produk seperti: ponsel, pemutar compact disc, dan kotak suara elektronik. Gambar 2.5 mengilustrasikan beberapa aplikasi beragam ini.

Revolusi teknologi ini terjadi dari atas ke bawah. Pada awal tahun 1980-an, DSP diajarkan sebagai kursus tingkat sarjana dalam teknik listrik. Satu dekade kemudian, DSP telah menjadi bagian standar dari kurikulum sarjana. Saat ini, DSP adalah keterampilan dasar yang dibutuhkan oleh ilmuwan dan insinyur di banyak bidang. Sebagai analogi, DSP dapat dibandingkan dengan revolusi teknologi sebelumnya: elektronika. Meskipun masih merupakan ranah teknik listrik, hampir setiap ilmuwan dan insinyur memiliki latar belakang dalam desain rangkaian dasar. Tanpa itu, mereka akan tersesat di dunia teknologi. DSP memiliki masa depan yang sama.



Gambar 2.5. DSP telah merevolusi banyak bidang dalam ilmu pengetahuan dan rekayasa. Beberapa dari berbagai aplikasi ini ditunjukkan di sini.

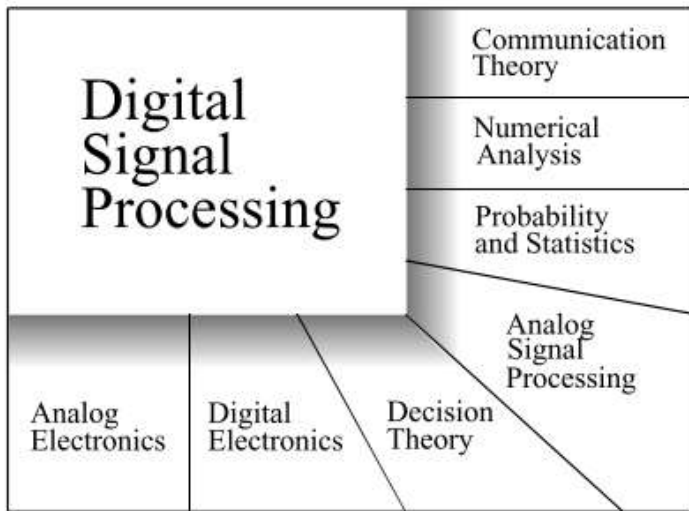
Sumber : (Smith, 1999)

Revolusi teknologi ini terjadi dari atas ke bawah. Pada awal tahun 1980-an, DSP diajarkan sebagai kursus tingkat sarjana dalam teknik listrik. Satu dekade kemudian, DSP telah menjadi bagian standar dari kurikulum sarjana. Saat ini, DSP adalah keterampilan dasar yang dibutuhkan oleh ilmuwan dan insinyur di banyak bidang. Sebagai analogi, DSP dapat dibandingkan dengan revolusi teknologi sebelumnya: elektronika. Meskipun masih merupakan ranah teknik listrik, hampir setiap ilmuwan dan insinyur memiliki latar belakang

dalam desain rangkaian dasar. Tanpa itu, mereka akan tersesat di dunia teknologi. DSP memiliki masa depan yang sama.

Sejarah terbaru ini lebih dari sekadar keanehan; ini memiliki dampak besar pada kemampuan Anda untuk mempelajari dan menggunakan DSP. Bayangkan jika Anda menghadapi masalah DSP dan mencari solusinya dalam buku teks atau publikasi lain. Yang biasanya Anda temukan adalah halaman demi halaman persamaan, simbol matematika yang tidak familiar, dan terminologi yang asing. Ini adalah mimpi buruk! Sebagian besar literatur DSP bahkan membingungkan bagi mereka yang berpengalaman di bidang ini. Bukan karena ada yang salah dengan materi ini, itu hanya ditujukan untuk audiens yang sangat khusus. Premis dasar buku ini adalah bahwa sebagian besar teknik DSP praktis dapat dipelajari dan digunakan tanpa hambatan tradisional matematika dan teori yang mendalam. Panduan Ilmuwan dan Insinyur untuk Pemrosesan Sinyal Digital ditulis untuk mereka yang ingin menggunakan DSP sebagai alat, bukan sebagai karier baru.

Sisa bab ini mengilustrasikan area di mana DSP telah menghasilkan perubahan revolusioner. Saat Anda melalui setiap aplikasi, perhatikan bahwa DSP sangat interdisipliner, bergantung pada pekerjaan teknis di banyak bidang terkait. Seperti yang ditunjukkan dalam Gambar 2.3, batas antara DSP dan disiplin teknis lainnya tidak tajam dan jelas, melainkan kabur dan tumpang tindih. Jika Anda ingin mengkhususkan diri dalam DSP, inilah area terkait yang juga akan Anda butuhkan.



Gambar 2.6. Pemrosesan Sinyal Digital memiliki batas yang kabur dan tumpang tindih dengan banyak bidang lain dalam ilmu pengetahuan, rekayasa, dan matematika.

Sumber : (Smith, 1999)

2.3.1 Telekomunikasi

Telekomunikasi adalah tentang mentransfer informasi dari satu lokasi ke lokasi lainnya. Ini melibatkan banyak bentuk informasi: percakapan telepon, sinyal televisi, file komputer, dan jenis data lainnya. Untuk mentransfer informasi, Anda memerlukan saluran antara dua lokasi tersebut. Ini bisa berupa sepasang kawat, sinyal radio, serat optik, dll. Perusahaan telekomunikasi menerima pembayaran untuk mentransfer informasi pelanggan mereka, sementara mereka harus membayar untuk mendirikan dan memelihara saluran. Hasil akhir keuangan adalah sederhana: semakin banyak informasi yang dapat mereka lewatkan melalui satu saluran, semakin banyak uang yang mereka hasilkan. DSP telah merevolusi industri telekomunikasi dalam banyak bidang: pembangkitan dan deteksi nada sinyal, pergeseran pita frekuensi, penyaringan untuk menghilangkan hum listrik, dll. Tiga contoh spesifik dari jaringan telepon akan dibahas di sini: multiplexing, kompresi, dan kontrol gema.

Multiplexing

Terdapat sekitar satu miliar telepon di dunia. Dengan menekan beberapa tombol, jaringan pengalihan memungkinkan salah satu dari telepon ini terhubung ke yang lain hanya dalam beberapa detik. Besarnya tugas ini luar biasa! Hingga tahun 1960-an, koneksi antara dua telepon memerlukan melewati sinyal suara analog melalui sakelar mekanik dan penguat. Satu koneksi memerlukan satu pasang kawat. Sebagai perbandingan, DSP mengonversi sinyal audio menjadi aliran data digital serial. Karena bit dapat dengan mudah disusun dan kemudian dipisahkan, banyak percakapan telepon dapat ditransmisikan dalam satu saluran. Sebagai contoh, standar telepon yang dikenal sebagai sistem T-carrier dapat secara bersamaan mentransmisikan 24 sinyal suara. Setiap sinyal suara diambil sampel 8000 kali per detik menggunakan konversi analog-ke-digital yang 8 bit diperkecil (kompresi logaritmik). Hal ini menghasilkan masing-masing sinyal suara direpresentasikan sebagai 64.000 bit/detik, dan semua 24 saluran tersebut terdapat dalam 1.544 megabit/detik. Sinyal ini dapat ditransmisikan sekitar 6000 kali menggunakan saluran telepon biasa berukuran 22 gauge, yang merupakan jarak interkoneksi yang tipikal. Keuntungan finansial dari transmisi digital sangat besar. Kawat dan sakelar analog mahal; gerbang logika digital murah.

Kompresi

Ketika sinyal suara diubah menjadi digit dengan 8000 sampel/detik, sebagian besar informasi digital adalah redundant. Artinya, informasi yang dibawa oleh satu sampel sebagian besar diduplikasi oleh sampel-sampel tetangga. Dalam DSP, puluhan algoritma telah dikembangkan untuk mengonversi sinyal suara yang telah di-digitalkan menjadi aliran data yang memerlukan lebih sedikit bit/detik. Ini disebut algoritma kompresi data. Algoritma dekompresi yang sesuai digunakan untuk mengembalikan sinyal ke bentuk aslinya. Algoritma-algoritma ini bervariasi dalam jumlah kompresi yang dicapai dan kualitas suara yang dihasilkan. Secara umum, mengurangi laju data dari 64 kilobit/detik menjadi 32 kilobit/detik tidak menghasilkan kerugian kualitas suara. Ketika

dikompresi menjadi laju data 8 kilobit/detik, suara memang terpengaruh, tetapi masih dapat digunakan untuk jaringan telepon jarak jauh. Kompresi tertinggi yang dapat dicapai adalah sekitar 2 kilobit/detik, menghasilkan suara yang sangat distorsi, tetapi masih dapat digunakan untuk beberapa aplikasi seperti militer dan komunikasi di bawah laut.

Kontrol Gema

Gema adalah masalah serius dalam koneksi telepon jarak jauh. Ketika Anda berbicara melalui telepon, sinyal yang mewakili suara Anda pergi ke penerima yang terhubung, di mana sebagian dari sinyal tersebut kembali sebagai gema. Jika koneksi berada dalam beberapa ratus mil, waktu yang diperlukan untuk menerima gema hanya beberapa milidetik. Telinga manusia terbiasa mendengar gema dengan jeda waktu yang kecil ini, dan koneksi terdengar cukup normal. Saat jarak semakin besar, gema menjadi semakin terasa dan mengganggu. Jeda dapat menjadi beberapa ratus milidetik untuk komunikasi antarbenua, dan sangat mengganggu. Pemrosesan Sinyal Digital menangani jenis masalah ini dengan mengukur sinyal yang kembali dan menghasilkan antisinyal yang sesuai untuk membatalkan gema yang mengganggu. Teknik yang sama ini memungkinkan pengguna speakerphone untuk mendengar dan berbicara secara bersamaan tanpa masalah umpan balik audio (bersiul). Ini juga dapat digunakan untuk mengurangi kebisingan lingkungan dengan membatalkannya dengan antikebisingan yang dihasilkan secara digital.

2.3.2 Pemrosesan Audio

Dua indera utama manusia adalah penglihatan dan pendengaran. Sesuai dengan itu, sebagian besar DSP terkait dengan pemrosesan gambar dan audio. Orang mendengarkan musik dan suara. DSP telah membuat perubahan revolusioner dalam kedua bidang ini.

Musik Jalur yang mengarah dari mikrofon musisi hingga speaker audiophile sangat panjang. Representasi data digital penting untuk mencegah degradasi yang umumnya terkait dengan penyimpanan dan manipulasi analog. Ini sangat akrab bagi siapa pun yang telah membandingkan kualitas musik pada kaset dengan

cakram padat. Dalam skenario tipikal, sebuah potongan musik direkam di studio suara pada beberapa saluran atau trek. Dalam beberapa kasus, ini bahkan melibatkan merekam instrumen dan penyanyi secara terpisah. Hal ini dilakukan untuk memberikan fleksibilitas yang lebih besar kepada insinyur suara dalam menciptakan produk akhir. Proses kompleks menggabungkan trek individu ke dalam produk akhir disebut mix down. DSP dapat memberikan beberapa fungsi penting selama mix down, termasuk: penyaringan, penambahan dan pengurangan sinyal, pengeditan sinyal, dll.

Salah satu aplikasi DSP yang paling menarik dalam persiapan musik adalah reverberasi buatan. Jika saluran individu hanya ditambahkan bersama, maka potongan yang dihasilkan terdengar rapuh dan tipis, seperti jika musisi bermain di luar ruangan. Hal ini disebabkan karena pendengar sangat dipengaruhi oleh konten gema atau reverberasi dalam musik, yang biasanya diminimalkan di studio suara. DSP memungkinkan gema dan reverberasi buatan ditambahkan selama mix down untuk mensimulasikan berbagai lingkungan mendengarkan ideal. Gema dengan jeda beberapa ratus milidetik memberikan kesan lokasi seperti katedral. Menambahkan gema dengan jeda 10-20 milidetik memberikan persepsi ruang dengar yang lebih sederhana.

Pembangkitan Suara

Pembangkitan dan pengenalan suara digunakan untuk berkomunikasi antara manusia dan mesin. Alih-alih menggunakan tangan dan mata Anda, Anda menggunakan mulut dan telinga Anda. Ini sangat nyaman ketika tangan dan mata Anda harus melakukan sesuatu yang lain, seperti mengemudi mobil, melakukan operasi, atau (sayangnya) menembakkan senjata Anda ke musuh. Dua pendekatan digunakan untuk suara yang dibuat oleh komputer: perekaman digital dan simulasi saluran vokal. Dalam perekaman digital, suara pembicara manusia di-digitalkan dan disimpan, biasanya dalam bentuk terkompresi. Selama pemutaran, data yang disimpan didekompresi dan dikonversi kembali menjadi sinyal analog. Satu jam penuh suara yang direkam hanya memerlukan sekitar tiga megabita penyimpanan, yang jauh melampaui

kemampuan bahkan sistem komputer kecil. Ini adalah metode paling umum dari pembangkitan suara digital yang digunakan saat ini.

Simulator saluran vokal lebih rumit, mencoba meniru mekanisme fisik yang digunakan manusia dalam menghasilkan suara. Saluran vokal manusia adalah rongga akustik dengan frekuensi resonansi yang ditentukan oleh ukuran dan bentuk ruangan. Suara berasal dari saluran vokal dalam satu dari dua cara dasar, yang disebut suara bersuara dan suara geseran. Dengan suara bersuara, getaran pita suara menghasilkan pulsa udara mendekati periodik ke dalam rongga vokal. Dalam perbandingan, suara geseran berasal dari turbulensi udara berisik di pembatasan sempit, seperti gigi dan bibir. Simulator saluran vokal beroperasi dengan menghasilkan sinyal digital yang menyerupai kedua jenis rangsangan ini. Karakteristik ruang resonansi disimulasikan dengan melewati sinyal rangsangan melalui filter digital dengan resonansi serupa. Pendekatan ini digunakan dalam salah satu cerita sukses DSP yang sangat awal, Speak & Spell, alat pembelajaran elektronik yang banyak dijual untuk anak-anak.

Pengenalan Suara

Pengenalan otomatis suara manusia jauh lebih sulit daripada pembangkitan suara. Pengenalan suara adalah contoh klasik dari hal-hal yang otak manusia lakukan dengan baik, tetapi komputer digital lakukan dengan buruk. Komputer digital dapat menyimpan dan mengingat jumlah data yang sangat besar, melakukan perhitungan matematika dengan kecepatan yang luar biasa, dan melakukan tugas-tugas berulang tanpa menjadi bosan atau tidak efisien. Sayangnya, komputer saat ini berkinerja sangat buruk ketika dihadapkan dengan data sensorik mentah. Mengajarkan komputer untuk mengirimkan tagihan listrik bulanan kepada Anda adalah hal yang mudah. Mengajarkan komputer yang sama untuk memahami suara Anda adalah tugas besar.

Pemrosesan Sinyal Digital umumnya menghadapi masalah pengenalan suara dalam dua langkah: ekstraksi fitur dan pencocokan fitur. Setiap kata dalam sinyal audio masuk diisolasi dan kemudian dianalisis untuk mengidentifikasi jenis rangsangan dan

frekuensi resonansi. Parameter ini kemudian dibandingkan dengan contoh kata yang telah diucapkan sebelumnya untuk mengidentifikasi kesamaan terdekat. Seringkali, sistem-sistem ini terbatas hanya pada beberapa ratus kata; hanya dapat menerima suara dengan jeda yang jelas antara kata; dan harus dilatih ulang untuk setiap pembicara individu. Meskipun ini cukup untuk banyak aplikasi komersial, keterbatasan-keterbatasan ini membuat terkesan ketika dibandingkan dengan kemampuan pendengaran manusia. Masih banyak pekerjaan yang perlu dilakukan di area ini, dengan imbalan finansial yang sangat besar bagi mereka yang menghasilkan produk komersial yang berhasil.

2.3.3 Lokasi Gema

Metode umum untuk mendapatkan informasi tentang objek yang jauh adalah dengan memantulkan gelombang darinya. Sebagai contoh, radar beroperasi dengan cara mengirimkan pulsa gelombang radio dan mengamati sinyal yang diterima untuk pantulan dari pesawat. Dalam sonar, gelombang suara dikirimkan melalui air untuk mendeteksi kapal selam dan objek yang tenggelam lainnya. Para geofisikawan telah lama memeriksa bumi dengan meledakkan ledakan dan mendengarkan pantulan dari lapisan batuan yang terkubur dalam. Meskipun aplikasi ini memiliki benang merah yang sama, masing-masing memiliki masalah dan kebutuhan khususnya sendiri. Pengolahan Sinyal Digital telah menghasilkan perubahan revolusioner dalam ketiga bidang ini.

Radar

Radar adalah singkatan dari RADio Detection And Ranging. Dalam sistem radar yang paling sederhana, pemancar radio menghasilkan pulsa energi frekuensi radio selama beberapa mikrodetik. Pulsa ini dimasukkan ke dalam antena yang sangat directional, di mana gelombang radio yang dihasilkan menjalar dengan kecepatan cahaya. Pesawat dalam jalur gelombang ini akan memantulkan sebagian kecil energi kembali ke antena penerima, yang terletak dekat dengan lokasi transmisi. Jarak ke objek dihitung dari waktu yang telah berlalu antara pulsa yang dikirimkan dan pantulan yang diterima. Arah ke objek ditemukan lebih sederhana;

Anda tahu ke mana Anda mengarahkan antena directional ketika echo diterima.

Rentang operasi dari sistem radar ditentukan oleh dua parameter: berapa banyak energi dalam pulsa awal, dan tingkat kebisingan penerima radio. Sayangnya, meningkatkan energi dalam pulsa biasanya memerlukan membuat pulsa lebih lama. Dengan gilirannya, pulsa yang lebih lama mengurangi akurasi dan ketepatan pengukuran waktu yang telah berlalu. Ini menghasilkan konflik antara dua parameter penting: kemampuan mendeteksi objek pada jarak jauh, dan kemampuan menentukan jarak objek dengan tepat. DSP telah merevolusi radar dalam tiga area, semua terkait dengan masalah dasar ini. Pertama, DSP dapat mengompres pulsa setelah diterima, memberikan penentuan jarak yang lebih baik tanpa mengurangi rentang operasi. Kedua, DSP dapat menyaring sinyal yang diterima untuk mengurangi kebisingan. Ini meningkatkan jarak, tanpa merusak penentuan jarak. Ketiga, DSP memungkinkan pemilihan dan generasi pulsa yang berbeda dengan cepat dan mudah. Antara lain, ini memungkinkan pulsa dioptimalkan untuk masalah deteksi tertentu. Sekarang bagian yang mengesankan: sebagian besar ini dilakukan pada tingkat pengambilan sampel yang sebanding dengan frekuensi radio yang digunakan, hingga beberapa ratus megahertz! Ketika berbicara tentang radar, DSP sama pentingnya dengan desain perangkat keras berkecepatan tinggi seperti yang penting terkait dengan algoritma.

Sonar

Sonar adalah singkatan dari SOund NAVigation and Ranging. Ini dibagi menjadi dua kategori, aktif dan pasif. Dalam sonar aktif, pulsa suara antara 2 kHz dan 40 kHz dikirimkan ke dalam air, dan pantulan yang dihasilkan dideteksi dan dianalisis. Penggunaan sonar aktif meliputi: deteksi & lokalisasi benda-benda di bawah air, navigasi, komunikasi, dan pemetaan dasar laut. Jangkauan operasi maksimum berkisar antara 10 hingga 100 kilometer. Dalam perbandingan, sonar pasif hanya mendengarkan suara di bawah air, yang mencakup: turbulensi alami, kehidupan laut, dan suara mekanis dari kapal selam dan kapal permukaan. Karena sonar pasif tidak mengeluarkan energi, ini ideal untuk operasi rahasia. Anda

ingin mendeteksi pihak lain tanpa dia mendeteksi Anda. Aplikasi paling penting dari sonar pasif adalah dalam sistem surveilans militer yang mendeteksi dan melacak kapal selam. Sonar pasif biasanya menggunakan frekuensi lebih rendah daripada sonar aktif karena mereka merambat melalui air dengan absorpsi yang lebih sedikit. Rentang deteksi bisa mencapai ribuan kilometer. DSP telah merevolusi sonar dalam banyak area yang sama dengan radar: generasi pulsa, kompresi pulsa, dan penyaringan sinyal yang terdeteksi. Dalam pandangan satu, sonar lebih sederhana daripada radar karena melibatkan frekuensi yang lebih rendah. Dalam pandangan lain, sonar lebih sulit daripada radar karena lingkungan yang jauh lebih tidak seragam dan stabil. Sistem sonar biasanya menggunakan berbagai elemen pengirim dan penerima yang luas, bukan hanya satu saluran. Dengan mengendalikan dan mencampur sinyal dengan benar pada banyak elemen ini, sistem sonar dapat mengarahkan pulsa yang dipancarkan ke lokasi yang diinginkan dan menentukan arah dari mana pantulan diterima. Untuk menghandle banyak saluran ini, sistem sonar memerlukan kekuatan komputasi DSP yang sama besar dengan radar.

Seismologi pantulan

Seismolog geofisika telah menemukan bahwa struktur kerak bumi dapat diidentifikasi dengan suara sejak tahun 1920-an. Penjelajah dapat meledakkan peledakan dan merekam pantulan dari lapisan batuan yang terkubur lebih dari sepuluh kilometer di bawah permukaan. Seismogram pantulan ini diinterpretasikan dengan mata mentah untuk memetakan struktur bawah permukaan. Metode seismik pantulan dengan cepat menjadi metode utama untuk menemukan deposit minyak dan mineral, dan tetap demikian hingga saat ini. Pada kasus ideal, pulsa suara yang dikirimkan ke dalam tanah menghasilkan satu pantulan untuk setiap lapisan batas yang dilalui pulsa tersebut. Sayangnya, situasinya biasanya tidak sesederhana itu. Setiap pantulan yang kembali ke permukaan harus melewati semua lapisan batas lain di atas tempat asalnya.

2.3.4 Pemrosesan Gambar

Gambar adalah sinyal dengan karakteristik khusus. Pertama, mereka adalah ukuran dari parameter secara spasial (jarak), sedangkan sebagian besar sinyal adalah ukuran dari parameter seiring waktu. Kedua, mereka mengandung banyak informasi. Sebagai contoh, lebih dari 10 megabita mungkin dibutuhkan untuk menyimpan satu detik video televisi. Ini lebih dari seribu kali lebih besar daripada sinyal suara dengan panjang yang sama. Ketiga, penilaian kualitas akhir seringkali adalah evaluasi subjektif manusia, bukan kriteria objektif. Karakteristik khusus ini telah membuat pengolahan gambar menjadi subkelompok yang berbeda dalam DSP.

Kesehatan

Pada tahun 1895, Wilhelm Conrad Röntgen menemukan bahwa sinar-X dapat melewati jumlah materi yang substansial. Kedokteran mengalami revolusi berkat kemampuan untuk melihat ke dalam tubuh manusia yang hidup. Sistem sinar-X medis menyebar ke seluruh dunia hanya dalam beberapa tahun. Meskipun kesuksesannya yang jelas, pencitraan sinar-X medis dibatasi oleh empat masalah hingga DSP dan teknik terkait muncul pada tahun 1970-an. Pertama, struktur yang tumpang tindih dalam tubuh dapat menyembunyikan satu sama lain. Misalnya, bagian jantung mungkin tidak terlihat di balik tulang rusuk. Kedua, tidak selalu mungkin untuk membedakan antara jaringan yang mirip. Misalnya, dapat memisahkan tulang dari jaringan lunak, tetapi tidak dapat membedakan tumor dari hati. Ketiga, gambar sinar-X menunjukkan anatomi, struktur tubuh, dan bukan fisiologi, operasi tubuh. Gambar sinar-X dari orang hidup terlihat persis seperti gambar sinar-X dari yang sudah meninggal! Keempat, paparan sinar-X dapat menyebabkan kanker, yang memerlukan penggunaannya dengan hemat dan hanya dengan alasan yang benar.

Masalah tumpang tindih struktur pertama kali diatasi pada tahun 1971 dengan pengenalan pemindai tomografi terkomputasi pertama (sebelumnya disebut pemindai tomografi aksial terkomputasi, atau pemindai CAT). Tomografi terkomputasi (CT) adalah contoh klasik dari Pengolahan Sinyal Digital. Sinar-X dari banyak arah dilewatkan melalui bagian tubuh pasien yang sedang

diperiksa. Alih-alih hanya membentuk gambar dengan sinar-X yang terdeteksi, sinyalnya dikonversi menjadi data digital dan disimpan dalam komputer. Informasi ini kemudian digunakan untuk menghitung gambar yang tampaknya menjadi irisan melalui tubuh. Gambar-gambar ini menunjukkan detail yang jauh lebih besar daripada teknik konvensional, memungkinkan diagnosis dan pengobatan yang jauh lebih baik. Dampak CT hampir sama besar dengan pengenalan gambar sinar-X itu sendiri. Dalam hanya beberapa tahun, setiap rumah sakit besar di dunia memiliki akses ke pemindai CT. Pada tahun 1979, dua kontributor utama CT, Godfrey N. Hounsfield dan Allan M. Cormack, berbagi Hadiah Nobel dalam Bidang Kedokteran. Itu DSP yang bagus!

Tiga masalah sinar-X terakhir telah diselesaikan dengan menggunakan energi yang menembus selain sinar-X, seperti gelombang radio dan suara. DSP memainkan peran kunci dalam semua teknik ini. Misalnya, Pemindaian Resonansi Magnetik (MRI) menggunakan medan magnet bersama dengan gelombang radio untuk menyelidiki bagian dalam tubuh manusia. Penyesuaian yang tepat terhadap kekuatan dan frekuensi medan menyebabkan inti atom di daerah tubuh yang terlokalisasi beresonansi antara keadaan energi kuantum. Resonansi ini menghasilkan emisi gelombang radio sekunder, yang dideteksi dengan antena yang ditempatkan dekat dengan tubuh. Kekuatan dan karakteristik lain dari sinyal yang terdeteksi ini memberikan informasi tentang daerah terlokalisasi yang beresonansi. Penyesuaian medan magnet memungkinkan daerah resonansi dipindai di seluruh tubuh, memetakan struktur internal. Informasi ini biasanya disajikan dalam bentuk gambar, sama seperti dalam tomografi terkomputasi. Selain memberikan diskriminasi yang sangat baik antara jenis jaringan lunak yang berbeda, MRI dapat memberikan informasi tentang fisiologi, seperti aliran darah melalui arteri. MRI sepenuhnya bergantung pada teknik Pengolahan Sinyal Digital dan tidak dapat diimplementasikan tanpanya.

Luar angkasa

Terkadang, Anda hanya perlu mendapatkan yang terbaik dari gambar yang buruk. Ini sering terjadi dalam gambar yang

diambil dari satelit tanpa awak dan kendaraan eksplorasi luar angkasa. Tidak ada yang akan mengirimkan seorang tukang servis ke Mars hanya untuk mengatur knob pada kamera! DSP dapat meningkatkan kualitas gambar yang diambil dalam kondisi yang sangat tidak menguntungkan dalam beberapa cara: penyesuaian kecerahan dan kontras, deteksi tepi, pengurangan noise, penyesuaian fokus, pengurangan blur gerak, dll. Gambar yang memiliki distorsi spasial, seperti yang terjadi saat gambar datar diambil dari planet berbentuk bola, juga dapat diubah menjadi representasi yang benar. Banyak gambar individu juga dapat digabungkan menjadi basis data tunggal, memungkinkan informasi ditampilkan dengan cara yang unik. Misalnya, urutan video yang mensimulasikan penerbangan udara di atas permukaan planet yang jauh.

Produk Pemrosesan Gambar Komersial

Konten informasi yang besar dalam gambar adalah masalah bagi sistem yang dijual dalam jumlah besar kepada masyarakat umum. Sistem komersial harus murah, dan ini tidak selaras dengan memori besar dan tingkat transfer data yang tinggi. Salah satu jawaban atas dilema ini adalah kompresi gambar. Seperti halnya dengan sinyal suara, gambar mengandung informasi yang sangat banyak yang redundan, dan dapat dijalankan melalui algoritma yang mengurangi jumlah bit yang diperlukan untuk mewakilinya. Televisi dan gambar bergerak lainnya sangat cocok untuk dikompresi, karena sebagian besar gambar tetap sama dari bingkai ke bingkai. Produk pemrosesan gambar komersial yang memanfaatkan teknologi ini termasuk: telepon video, program komputer yang menampilkan gambar bergerak, dan televisi digital.

DAFTAR PUSTAKA

- Haryono, S. 2018. *Manajemen Kinerja SDM Teori & Aplikasi*. PENERBIT LUXIMA METRO MEDIA.
- Lead, P., & Way, T. 2009. *Analog & Digital Signals* (pp. 1–4).
- Reddy, K. R., & Kumar, V. K. 2021. Digital Notes. In *Get Organized Digitally!* MALLA REDDY COLLEGE OF ENGINEERING & TECHNOLOGY. <https://doi.org/10.4324/9781003179719-7>
- Smith, S. W. 1999. Digital signal processing. In *IEEE Signal Processing Magazine* (Vol. 17, Issue 2). California Technical Publishing. <https://doi.org/10.1109/79.826412>

BAB 3

TRANSFORMASI FOURIER

Oleh Irmawati

3.1 Pendahuluan

Transformasi Fourier merupakan suatu konsep fundamental dalam matematika dan ilmu pengetahuan alam yang memiliki peran penting dalam pemrosesan sinyal, analisis data, ilmu fisika, dan banyak bidang lainnya. Transformasi Fourier memungkinkan kita untuk mengubah suatu sinyal atau fungsi dari domain waktu ke domain frekuensi, sehingga memungkinkan kita untuk menganalisis komponen frekuensi dalam data tersebut (Goodman, 2005). Konsep ini dinamai berdasarkan nama seorang matematikawan dan fisikawan abad ke-19, Jean-Baptiste Joseph Fourier, yang mengembangkannya untuk memecahkan masalah konduksi panas.

Dalam aplikasi praktisnya, Transformasi Fourier digunakan di berbagai bidang, termasuk komunikasi nirkabel, pemrosesan gambar dan video, spektroskopi, pemodelan gelombang, dan pemrosesan sinyal medis. Dengan bantuan Transformasi Fourier, kita dapat mengidentifikasi frekuensi-frekuensi utama dalam sinyal, menghilangkan noise, memisahkan sinyal dari berbagai sumber, dan banyak lagi. Transformasi Fourier adalah alat yang kuat dan fleksibel yang memberikan dampak besar pada berbagai aspek kehidupan kita.

3.1.1 Pengenalan Transformasi Fourier

Transformasi Fourier digunakan untuk menganalisis dan memahami sifat-sifat frekuensi dalam sinyal dan data. Transformasi Fourier dimulai dengan konsep dasar bahwa sinyal kompleks, seperti gelombang suara atau gambar digital, dapat diurai menjadi sejumlah komponen sinyal sederhana dengan frekuensi yang berbeda. Transformasi Fourier mengubah domain sinyal dari domain waktu menjadi domain frekuensi, sehingga memungkinkan kita untuk menganalisis berapa banyak energi atau informasi yang terkandung dalam berbagai komponen frekuensi tersebut. Dengan

kata lain, Transformasi Fourier membantu kita mengungkap pola-pola frekuensi yang mungkin tersembunyi dalam data.

Dalam implementasinya, terdapat dua jenis Transformasi Fourier yang paling umum digunakan: Transformasi Fourier Diskrit (DFT) dan Transformasi Fourier Kontinu (CFT). DFT digunakan dalam pemrosesan data digital, sedangkan CFT digunakan dalam pemrosesan data analog (Proakis, 2007). Kedua jenis transformasi ini memiliki peran penting dalam berbagai aplikasi teknologi modern, seperti kompresi data, pengolahan citra medis, pemrosesan suara, dan banyak lagi.

Transformasi Fourier merupakan langkah awal yang sangat penting bagi yang ingin memahami aplikasi dalam berbagai disiplin ilmu. Dengan memahami konsep dasarnya, seseorang dapat memanfaatkan kekuatan Transformasi Fourier untuk mengatasi berbagai tantangan dalam pemrosesan sinyal dan analisis data.

3.1.2 Transformasi Fourier dalam Pengolahan Sinyal

Pengolahan sinyal merupakan cabang ilmu yang memungkinkan kita untuk memahami, menganalisis, dan memanipulasi informasi yang terkandung dalam sinyal-sinyal yang kita temui sehari-hari. Sinyal bisa berasal dari berbagai sumber, seperti suara, gambar, sinyal listrik, dan banyak lagi.

Ada dua jenis Transformasi Fourier yang digunakan dalam pengolahan sinyal (Stein and Shakarchi, 2011):

1. Transformasi Fourier Kontinu (*Continuous Fourier Transform*, CFT):
 - a. Digunakan untuk menganalisis sinyal kontinu dalam domain waktu.
 - b. Hasilnya adalah spektrum frekuensi kontinu yang menyajikan informasi tentang semua frekuensi yang ada dalam sinyal.
 - c. Digunakan dalam aplikasi di mana sinyal adalah fungsi kontinu, seperti pemrosesan audio dan analisis gelombang elektromagnetik.

2. Transformasi Fourier Diskret (*Discrete Fourier Transform*, DFT):
 - a. Digunakan untuk menganalisis sinyal yang diambil dalam interval waktu tertentu, sehingga menjadi sinyal diskret dalam domain waktu.
 - b. Menghasilkan spektrum frekuensi diskret yang mencakup informasi tentang frekuensi-frekuensi tertentu dalam sinyal.
 - c. DFT sering dihitung menggunakan algoritma cepat yang disebut *Fast Fourier Transform* (FFT) untuk efisiensi komputasi.
 - d. DFT digunakan dalam berbagai aplikasi termasuk komunikasi digital, pemrosesan gambar, dan analisis sinyal biomedis.

Keuntungan Transformasi Fourier dalam Pengolahan Sinyal:

1. Analisis Frekuensi: Memungkinkan kita untuk memahami komposisi frekuensi dalam sinyal, yang penting dalam berbagai aplikasi seperti penghilangan derau, modulasi, dan analisis spektrum.
2. Filtering: Transformasi Fourier memungkinkan kita untuk merancang filter frekuensi yang efektif untuk menghilangkan komponen frekuensi tertentu dari sinyal.
3. Pengodean Informasi: Dalam komunikasi digital, DFT digunakan untuk mengkodekan sinyal dalam bentuk yang dapat ditransmisikan dengan lebih efisien.
4. Pengolahan Sinyal Medis: Digunakan dalam pemrosesan sinyal medis seperti pemrosesan sinyal EEG, EKG, dan MRI.

Transformasi Fourier adalah alat yang sangat penting dalam pengolahan sinyal, membantu kita memahami sinyal dalam domain frekuensi. Dengan menggunakan konsep ini, kita dapat melakukan berbagai tugas analisis dan pemrosesan yang penting dalam berbagai aplikasi, dari komunikasi digital hingga pengobatan medis. Pemahaman tentang Transformasi Fourier adalah salah satu fondasi yang diperlukan bagi siapa pun yang bekerja dalam bidang pengolahan sinyal.

3.2 Transformasi Fourier Seri

Transformasi Fourier Seri didasarkan pada gagasan bahwa setiap fungsi periodik dapat diurai menjadi jumlah berbagai komponen frekuensi sinusoidal. Hal ini berguna karena banyak fenomena alam dan sinyal dalam dunia nyata dapat dianggap sebagai kombinasi dari gelombang sinusoidal yang berbeda-beda frekuensinya. Dengan menganalisis komponen frekuensi ini, kita dapat memahami sifat-sifat sinyal atau fenomena tersebut dengan lebih baik.

Konsep dasar dari Transformasi Fourier Seri adalah bahwa setiap sinyal periodik yang berulang dengan periode T dapat diurai menjadi jumlah dari komponen sinusoidal yang berbeda frekuensi (Howell, 2016). Hal ini dilakukan dengan menggunakan rumus dasar sebagai berikut:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j2\pi n f_0 t}$$

Di sini, $x(t)$ adalah sinyal periodik dengan periode T yang ingin diuraikan, c_n adalah koefisien kompleks yang merepresentasikan amplitudo dan fase dari komponen sinusoidal, f_0 adalah frekuensi fundamental, dan n adalah bilangan bulat.

Untuk menghitung koefisien c_n , kita menggunakan rumus berikut:

$$c_n = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{-j2\pi n f_0 t} dt$$

Dengan menggunakan rumus ini, kita dapat menguraikan sinyal $x(t)$ menjadi rangkaian sinusoidal dengan berbagai frekuensi, dan inilah inti dari Transformasi Fourier Seri.

Berikut adalah sifat-sifat Transformasi Fourier Seri :

1. Transformasi Fourier Seri adalah proses linier, yang berarti bahwa kita dapat menganalisis setiap komponen frekuensi secara terpisah.
2. Jika $f(t)$ adalah fungsi genap (simetris terhadap sumbu y), maka hanya komponen kosinus a_n yang akan ada. Sebaliknya jika $f(t)$ adalah fungsi ganjil (antisimetris terhadap sumbu y), maka hanya komponen sinus b_n yang akan ada.

3. Transformasi Fourier Seri juga dapat digunakan untuk menganalisis sinyal diskrit, bukan hanya fungsi kontinu.

Transformasi Fourier Seri memiliki banyak aplikasi, yaitu:

1. Analisis sinyal dalam komunikasi dan pengolahan sinyal.
2. Analisis sinyal suara untuk kompresi audio.
3. Pemodelan gelombang elektromagnetik dalam fisika.
4. Analisis spektrum dalam kimia dan spektroskopi.
5. Pemodelan dan analisis data periodik dalam statistik dan ekonomi.
6. Pemrosesan gambar dan pengolahan citra.

Untuk menghitung Transformasi Fourier Seri pada data digital atau sinyal diskrit, digunakan Transformasi Fourier Diskrit (DFT) dan algoritma efisien yang dikenal sebagai Transformasi Fourier Cepat (FFT). Hal ini merupakan pengembangan penting dari Transformasi Fourier Seri dan digunakan secara luas dalam pemrosesan digital, termasuk dalam algoritma kompresi audio dan video.

Transformasi Fourier Seri adalah alat matematika yang sangat kuat dan penting dalam menganalisis sinyal dan fenomena periodik. Ini memberikan wawasan yang mendalam tentang komposisi frekuensi dari berbagai fenomena dan telah mendukung perkembangan teknologi yang kita nikmati hari ini.

3.2.1 Penerapan Transformasi Fourier

Penerapan Transformasi Fourier Seri adalah penggunaan metode matematika yang disebut Transformasi Fourier Seri (atau Fourier Series Transform) dalam berbagai bidang ilmu dan teknologi. Berikut adalah beberapa penerapan utama dari Transformasi Fourier Seri (Howell, 2016):

1. Pengolahan Sinyal: Penerapan utama Transformasi Fourier Seri adalah dalam pengolahan sinyal. Dalam domain ini, metode ini digunakan untuk menganalisis sinyal audio, gambar, dan data lainnya. Dengan mentransformasikan sinyal dari domain waktu ke domain frekuensi, kita dapat mengidentifikasi komponen frekuensi yang membentuk

sinyal, menghilangkan noise, memodifikasi sinyal, dan banyak lagi.

2. Komunikasi: Dalam komunikasi nirkabel, Transformasi Fourier Seri digunakan untuk mengubah sinyal analog menjadi format digital yang dapat ditransmisikan melalui saluran nirkabel. Hal ini adalah langkah penting dalam proses modulasi dan demodulasi yang digunakan dalam transmisi data.
3. Elektronika: Transformasi Fourier Seri digunakan dalam analisis sirkuit elektronik dan desain filter. Membantu insinyur elektronika dalam merancang sirkuit dan filter yang sesuai dengan kebutuhan spesifik dalam hal karakteristik frekuensi.
4. Kontrol dan Automasi: Dalam kontrol dan automasi industri, Transformasi Fourier Seri digunakan untuk menganalisis respons sistem terhadap sinyal input dan untuk merancang kontroler yang sesuai. Membantu dalam mengoptimalkan sistem dan meningkatkan stabilitas.
5. Pemrosesan Gambar: Transformasi Fourier Seri digunakan dalam pemrosesan gambar untuk menganalisis dan memanipulasi fitur-fitur frekuensi dalam gambar. Digunakan dalam pengenalan pola, segmentasi objek, dan kompresi gambar.
6. Fisika: Dalam fisika, Transformasi Fourier Seri digunakan untuk menganalisis berbagai fenomena gelombang dan getaran, seperti analisis spektrum cahaya, getaran mekanis, atau fenomena akustik.
7. Kriptografi: Dalam kriptografi modern, Transformasi Fourier Seri dapat digunakan dalam teknik pengacakan sinyal untuk mengamankan data komunikasi. Membantu dalam menghasilkan kunci enkripsi yang kuat.
8. Ilmu Data: Dalam analisis data, Transformasi Fourier Seri dapat digunakan untuk mengekstraksi pola frekuensi dalam data deret waktu, yang dapat digunakan untuk pemodelan dan prediksi.

9. Biomedis: Transformasi Fourier Seri digunakan dalam analisis sinyal medis seperti elektrokardiogram (EKG) dan elektroensefalogram (EEG) untuk mendiagnosis kondisi medis.
10. Musik: Dalam bidang musik, Transformasi Fourier Seri digunakan untuk analisis musik dan sintesis suara. Membantu dalam menciptakan dan memahami berbagai jenis musik dan suara.

Penerapan Transformasi Fourier Seri memiliki dampak besar dalam berbagai aspek kehidupan kita, dari teknologi komunikasi hingga pengolahan data dan rekayasa. Hal ini memungkinkan kita untuk memahami, menganalisis, dan memanipulasi sinyal dan fenomena berbasis gelombang dengan lebih baik.

3.3 Transformasi Fourier Diskrit (DFT)

Transformasi Fourier Diskrit (DFT) adalah metode matematis yang digunakan dalam analisis sinyal dan pemrosesan gambar. DFT digunakan untuk mengonversi sinyal atau data berdomain waktu menjadi domain frekuensi, sehingga memungkinkan kita untuk menganalisis komponen frekuensi dalam sinyal tersebut. DFT sering digunakan dalam berbagai aplikasi seperti komunikasi digital, pengolahan citra, dan pemrosesan sinyal audio.

DFT mengambil sinyal berdomain waktu sebagai input dan menghasilkan representasi sinyal dalam domain frekuensi. Ini berguna karena banyak sinyal kompleks dapat diuraikan menjadi komponen frekuensi yang lebih sederhana. Dengan menggunakan DFT, kita dapat mengidentifikasi frekuensi dominan dalam sinyal, mengukur amplitudo dan fase komponen frekuensi tersebut, serta melakukan berbagai operasi transformasi lainnya.

DFT beroperasi dengan menghitung koefisien kompleks yang menggambarkan kontribusi berbagai frekuensi terhadap sinyal input. Dalam komunikasi, DFT digunakan dalam teknik modulasi dan demodulasi, dan dalam pengolahan gambar, DFT digunakan dalam transformasi Fourier untuk menganalisis dan

mengubah gambar. Terdapat berbagai algoritma efisien untuk menghitung DFT, salah satunya adalah Transformasi Fourier Cepat (FFT), yang sangat penting dalam implementasi DFT di dunia nyata karena dapat mempercepat proses perhitungannya.

DFT memiliki aplikasi penting dalam spektral analisis, pemfilteran frekuensi, kompresi data, dan banyak lagi. Dengan memahami DFT, kita dapat lebih baik mengerti sifat-sifat dasar sinyal dan data, serta mengoptimalkan penggunaannya dalam berbagai aplikasi teknologi dan ilmu pengetahuan.

Secara matematis, DFT dari sebuah sinyal diskrit $x[n]$ dengan panjang N didefinisikan sebagai berikut:

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot e^{-j\left(\frac{2\pi}{N}\right)kn}, \text{ untuk } k = 0, 1, 2, \dots, N - 1.$$

Di sini, $X[k]$ adalah koefisien kompleks yang mewakili komponen frekuensi dari sinyal, $x[n]$ adalah sinyal asli pada waktu n , dan e adalah basis bilangan kompleks Euler.

3.3.1 Algoritma Fast Fourier Transform (FFT)

Algoritma Fast Fourier Transform (FFT) adalah metode komputasi yang sangat penting dalam analisis sinyal dan pemrosesan data. FFT digunakan untuk mengubah sinyal dari domain waktu menjadi domain frekuensi, memungkinkan kita untuk mengidentifikasi komponen frekuensi yang ada dalam sinyal dengan cepat dan efisien (Pfister, 2017). FFT memiliki sejarah yang kaya, pertama kali dikembangkan oleh James Cooley dan John Tukey pada tahun 1965, dan sejak itu telah menjadi salah satu algoritma yang paling banyak digunakan dalam berbagai aplikasi.

Proses dasar FFT melibatkan pengelompokan data sinyal waktu menjadi kelompok data dengan ukuran yang sama atau kelipatan kekuatan dua, seperti 2, 4, 8, 16, dan seterusnya. Setiap kelompok data kemudian diubah menjadi domain frekuensi dengan menggunakan algoritma FFT. Hasil dari transformasi ini adalah spektrum frekuensi sinyal yang memperlihatkan komponen-komponen frekuensi yang ada dalam sinyal tersebut.

Keunggulan utama FFT adalah efisiensinya dalam mengolah sinyal dengan jumlah sampel yang besar. Algoritma ini memiliki kompleksitas waktu $O(N \log N)$, sedangkan algoritma transformasi Fourier konvensional memiliki kompleksitas waktu $O(N^2)$. Hal ini membuat FFT menjadi pilihan utama dalam aplikasi yang memerlukan analisis cepat dan waktu komputasi yang lebih singkat.

FFT digunakan luas dalam berbagai bidang, termasuk komunikasi, pengolahan gambar, pemrosesan audio, analisis data, dan lebih banyak lagi. Dengan kemampuannya yang kuat dalam mengungkap informasi frekuensi dalam data, FFT adalah alat penting bagi para ilmuwan, insinyur, dan peneliti untuk memahami sinyal dan fenomena yang melibatkan domain frekuensi.

3.3.2 Penerapan Transformasi Fourier Diskrit

DFT memiliki banyak aplikasi dalam berbagai bidang, termasuk pengolahan citra, komunikasi, pemrosesan audio, dan banyak lagi.

Penerapan Transformasi Fourier Diskrit melibatkan beberapa langkah penting:

1. Pengambilan Sampel: Pertama, sinyal waktu kontinu diambil dalam bentuk sampel diskret pada interval waktu tertentu. Proses ini menghasilkan sinyal waktu diskrit yang akan diolah menggunakan DFT.
2. Perhitungan DFT: Setelah mendapatkan sinyal waktu diskrit, langkah berikutnya adalah menghitung DFT dari sinyal tersebut. DFT mengonversi sinyal waktu diskrit menjadi spektrum frekuensi yang menunjukkan berapa banyak energi dalam berbagai komponen frekuensi.
3. Interpretasi Hasil: Hasil DFT biasanya dinyatakan dalam bentuk magnitude (amplitudo) dan fase (fase sudut) untuk berbagai komponen frekuensi. Hal ini memungkinkan kita untuk menentukan komponen frekuensi yang dominan dalam sinyal dan menganalisis karakteristik frekuensinya.
4. Aplikasi: Hasil DFT dapat digunakan untuk berbagai tujuan, termasuk denoising (menghilangkan noise), kompresi data, pengenalan pola, analisis spektrum, dan banyak lagi.

Contoh Penerapan Transformasi Fourier Diskrit:

Misalkan kita memiliki sinyal waktu diskrit berikut ini yang mewakili gelombang sinusoidal dengan dua komponen frekuensi berbeda:

$$x[n] = \cos(2\pi \cdot 100n) + 0.5 \cdot \cos(2\pi \cdot 200n)$$

Kita ingin menganalisis sinyal ini untuk mengidentifikasi frekuensi-frekuensi yang ada. Langkah-langkahnya adalah sebagai berikut:

1. Mengambil sampel sinyal tersebut dalam interval waktu tertentu.
2. Menggunakan algoritma DFT untuk menghitung spektrum frekuensi.
3. Menganalisis hasil DFT untuk mengidentifikasi dua komponen frekuensi yang dominan, yaitu 100 Hz dan 200 Hz.

Hasil DFT akan memberikan informasi tentang amplitudo dan fase komponen frekuensi ini, sehingga kita dapat mengidentifikasi dengan jelas karakteristik sinyal tersebut dalam domain frekuensi.

Penerapan Transformasi Fourier Diskrit adalah alat yang sangat berguna dalam analisis sinyal dan berbagai aplikasi lainnya. Hal ini memungkinkan kita untuk memahami dan memanfaatkan informasi dalam spektrum frekuensi sinyal, yang dapat membantu dalam pengambilan keputusan dan pemrosesan data yang lebih baik dalam berbagai konteks.

3.4 Transformasi Fourier Kontinu

Transformasi Fourier Kontinu (*Continuous Fourier Transform*) adalah konsep matematis yang membuka pintu ke pemahaman mendalam tentang sifat-sifat frekuensi dalam domain waktu kontinu. Diperkenalkan oleh Joseph Fourier, transformasi ini telah menjadi pondasi utama dalam analisis sinyal, pemrosesan sinyal, dan berbagai bidang ilmu terkait.

Transformasi Fourier Kontinu mengonversi suatu fungsi $f(t)$ dalam domain waktu kontinu menjadi representasi dalam domain frekuensi (Körner, 2022). Proses ini memungkinkan kita

untuk memahami kontribusi frekuensi apa saja yang ada dalam sinyal, mengungkap struktur dasar sinyal tersebut.

Secara matematis, Transformasi Fourier Kontinu dari fungsi waktu kontinu $f(t)$ diberikan oleh persamaan integral berikut:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot e^{-j\omega t} dt$$

Dimana $F(\omega)$ adalah transformasi Fourier dari $f(t)$, j adalah unit imajiner, ω adalah frekuensi angular, dan t adalah waktu.

Penting untuk dicatat bahwa Transformasi Fourier Kontinu dapat diinterpretasikan secara geometris. Koefisien $F(\omega)$ dapat dianggap sebagai "amplitudo" dan "fase" untuk setiap komponen frekuensi ω dan sinyal $f(t)$. Dengan kata lain, kita dapat mengidentifikasi sejauh mana dan dengan fase apa masing-masing frekuensi berkontribusi pada sinyal keseluruhan.

Transformasi Fourier Kontinu tidak hanya menjadi alat matematika, tetapi juga merupakan kunci untuk memahami fenomena frekuensi dalam berbagai disiplin ilmu. Dengan penerapannya yang luas, konsep ini terus memainkan peran penting dalam pengembangan teknologi dan pemahaman ilmiah.

3.4.1 Transformasi Fourier Balik (*Inverse Fourier Transform*)

Transformasi Fourier Balik (*Inverse Fourier Transform*) adalah konsep matematika yang mendasari berbagai aplikasi dalam analisis sinyal dan pengolahan citra. Transformasi Fourier sendiri adalah teknik yang digunakan untuk menganalisis fungsi kompleks menjadi kombinasi dari fungsi-fungsi sinus dan kosinus sederhana. Transformasi Fourier Balik adalah kebalikan dari proses ini, dimana kita dapat mendekomposisi fungsi yang diubah Fourier kembali ke dalam bentuk aslinya.

Transformasi Fourier Balik sangat penting dalam konteks pengolahan sinyal dan citra karena memungkinkan kita untuk memahami komponen-frekuensi sebuah sinyal atau citra, yang pada gilirannya memungkinkan manipulasi dan analisis yang lebih baik.

Berikut ini beberapa aspek kunci dari Transformasi Fourier Balik:

1. Proses Matematis:

Transformasi Fourier Balik dari suatu fungsi $F(u)$ dihitung dengan rumus berikut:

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(u) \cdot e^{i2\pi ux} du$$

Dimana $f(x)$ adalah fungsi asli, $F(u)$ adalah transformasi Fourier dari $f(x)$, i adalah unit imajiner, u adalah frekuensi, dan x adalah variabel domain.

2. Rekonstruksi Fungsi Asli:

Transformasi Fourier Balik memberikan kemampuan untuk merekonstruksi fungsi asli dari representasinya dalam domain frekuensi. Proses ini memungkinkan kita untuk memahami kontribusi relatif dari berbagai komponen frekuensi dalam sinyal.

3. Pengolahan Sinyal:

Dalam pengolahan sinyal, Transformasi Fourier Balik sering digunakan untuk mengubah sinyal dari domain frekuensi ke domain waktu. Misalnya, dalam pemrosesan audio, ini dapat digunakan untuk menganalisis dan mensintesis suara.

4. Pengolahan Citra:

Dalam pengolahan citra, Transformasi Fourier Balik digunakan untuk melakukan filter atau manipulasi pada citra dalam domain frekuensi. Hal ini memungkinkan untuk meningkatkan kontras, mengurangi noise, atau melakukan operasi pengolahan citra lainnya.

3.4.2 Penerapan Transformasi Fourier Kontinu

Penerapan Transformasi Fourier Kontinu dapat ditemukan dalam berbagai bidang ilmu, termasuk telekomunikasi, pengolahan sinyal, pengolahan gambar, fisika, dan rekayasa sistem. Berikut adalah beberapa penerapan kunci Transformasi Fourier Kontinu:

1. Analisis Sinyal Periodik dan Non-Periodik:

CFT digunakan untuk menganalisis sinyal periodik dan non-periodik. Dengan menerapkan CFT pada sinyal waktu tertentu, kita dapat mendapatkan representasi frekuensinya, yang memungkinkan identifikasi komponen frekuensi yang terkandung dalam sinyal.

2. Komunikasi dan Telekomunikasi:

Dalam sistem komunikasi, CFT digunakan untuk menganalisis spektrum sinyal. Memungkinkan pemodelan, desain, dan analisis sistem transmisi, seperti modulasi dan demodulasi sinyal.

3. **Pengolahan Gambar:**
CFT digunakan dalam pengolahan gambar untuk menganalisis karakteristik frekuensi gambar. Transformasi ini dapat digunakan, misalnya, dalam filter spasial dan deteksi tepi pada citra digital.
4. **Fisika dan Analisis Gelombang:**
Dalam fisika, CFT digunakan untuk menganalisis gelombang elektromagnetik, akustik, dan gelombang mekanik. Memungkinkan pemahaman tentang struktur frekuensi dari fenomena gelombang yang berbeda.
5. **Rekayasa Sistem dan Kendali:**
CFT digunakan dalam rekayasa sistem dan kendali untuk menganalisis respons frekuensi sistem dinamis. Membantu dalam merancang kontroler yang optimal untuk sistem tertentu.
6. **Pemrosesan Sinyal Audio:**
Dalam industri audio, CFT digunakan untuk analisis dan sintesis suara. Memungkinkan pemodelan karakteristik frekuensi dari sinyal audio, yang penting dalam rekayasa akustik dan desain sistem audio.
7. **Pemrosesan Sinyal Biomedis:**
Dalam pengolahan sinyal biomedis, CFT dapat digunakan untuk menganalisis sinyal seperti sinyal EEG (elektroensefalogram) atau sinyal EKG (elektrokardiogram).
8. **Sistem Radar dan Sonar:**
Dalam sistem radar dan sonar, CFT membantu menganalisis sinyal yang terkirim dan diterima, memungkinkan deteksi objek dan pemrosesan informasi yang lebih baik.

Penerapan CFT ini memungkinkan kita untuk melihat sinyal atau sistem dari perspektif frekuensi, yang seringkali memberikan wawasan yang lebih baik daripada analisis di domain waktu. Hal ini

memberikan dasar untuk pemahaman mendalam tentang karakteristik dan perilaku berbagai sistem dalam berbagai bidang.

3.5 Transformasi Fourier Pada Domain Waktu dan Frekuensi

Transformasi Fourier pada domain waktu mengacu pada konversi dari representasi sinyal dalam bentuk domain waktu menjadi representasi dalam domain frekuensi. Dalam hal ini, sinyal dapat dinyatakan sebagai fungsi yang bergantung pada waktu. Transformasi ini memberikan informasi tentang sejauh mana suatu frekuensi tertentu berkontribusi pada sinyal tersebut.

Pada umumnya, Transformasi Fourier pada domain waktu dinyatakan sebagai integral untuk sinyal kontinu atau sebagai jumlah untuk sinyal diskrit. Dengan Transformasi Fourier, kita dapat mengurai sinyal kompleks menjadi serangkaian komponen frekuensi yang membentuk sinyal tersebut.

Transformasi Fourier pada domain frekuensi adalah kebalikan dari Transformasi Fourier pada domain waktu. Dengan mengkonversi representasi sinyal dari domain frekuensi menjadi domain waktu. Dalam hal ini, sinyal diuraikan menjadi kombinasi sinus dan kosinus dengan frekuensi tertentu, dan kita dapat melihat kontribusi masing-masing frekuensi terhadap sinyal asli (Champagne and Labeau, 2004).

Transformasi Fourier pada domain frekuensi sangat penting dalam analisis sinyal karena memungkinkan kita untuk memahami spektrum frekuensi suatu sinyal. Dengan kata lain, kita dapat melihat "bentuk" sinyal dalam hal frekuensi mana yang paling dominan atau memiliki amplitudo yang signifikan.

Dengan menggunakan Transformasi Fourier pada kedua domain ini, kita dapat memahami sinyal dari perspektif yang berbeda. Transformasi Fourier memungkinkan inspeksi yang lebih mudah terhadap karakteristik waktu dan frekuensi suatu sinyal, memberikan dasar untuk berbagai aplikasi seperti pemrosesan sinyal, komunikasi, pemrosesan gambar, dan banyak lagi. Transformasi Fourier ini memiliki persamaan matematis yang dapat diaplikasikan baik pada sinyal kontinu maupun sinyal diskrit, dan

ini menjadi dasar teoritis yang sangat penting dalam banyak bidang ilmu dan teknologi.

3.5.1 Analisis Sinyal dalam Domain Waktu

Analisis sinyal dalam domain waktu merupakan suatu pendekatan untuk memahami karakteristik dan perilaku sinyal-sinyal dalam rentang waktu tertentu. Melibatkan pemahaman terhadap bagaimana sinyal berubah seiring waktu, dan teknik-teknik ini penting dalam berbagai bidang, termasuk teknik pengolahan sinyal, komunikasi, sistem kontrol, dan ilmu lainnya.

Analisis sinyal dalam domain waktu melibatkan berbagai metode matematis dan algoritma untuk memahami karakteristik sinyal. Salah satu konsep dasar dalam analisis sinyal dalam domain waktu adalah fungsi sinyal waktu (time-domain signal). Fungsi sinyal waktu mewakili bagaimana amplitudo sinyal berubah sepanjang waktu. Dalam analisis ini, sering kali digunakan teknik-teknik seperti transformasi Fourier untuk mentransformasikan sinyal dari domain waktu ke domain frekuensi, memungkinkan identifikasi komponen frekuensi yang ada dalam sinyal.

Contoh kasus dalam analisis sinyal dalam domain waktu dapat melibatkan pemahaman tentang sinyal suara. Misalnya, ketika merekam percakapan, analisis sinyal dalam domain waktu dapat membantu mengidentifikasi pola suara, menilai durasi dan amplitudo suara, serta mengidentifikasi frekuensi-suara tertentu yang mungkin penting dalam konteks analisis tersebut.

Sebagai contoh, dalam analisis sinyal suara, dapat dilakukan ekstraksi fitur-fitur seperti energi sinyal, frekuensi dasar, atau pola-pola tertentu yang mengindikasikan karakteristik suara tertentu (Kral, Habetler and Harley, 2004). Hal ini dapat berguna dalam aplikasi pengenalan suara, diagnostik medis, atau keamanan, dimana pemahaman yang baik tentang sinyal suara dapat memberikan informasi penting.

3.5.2 Analisis Sinyal dalam Domain Frekuensi

Analisis sinyal dalam domain frekuensi adalah pendekatan penting dalam memahami struktur dan karakteristik sinyal. Konsep utamanya melibatkan transformasi sinyal dari representasi dalam domain waktu menjadi domain frekuensi. Transformasi ini dapat

dilakukan menggunakan alat matematis seperti Transformasi Fourier, yang memungkinkan kita untuk memisahkan sinyal-sinyal kompleks menjadi komponen-komponen frekuensinya. Dalam analisis frekuensi, fokus utama adalah pada identifikasi dan interpretasi komponen frekuensi yang ada dalam suatu sinyal.

Analisis spektral melibatkan identifikasi dan interpretasi komponen frekuensi dalam suatu sinyal. Puncak-puncak pada spektrum frekuensi mewakili kontribusi frekuensi tertentu dalam sinyal tersebut. Dengan demikian, analisis spektral memungkinkan pemahaman yang lebih baik tentang karakteristik sinyal, termasuk frekuensi dominan, harmonik, dan sinyal bising.

Aplikasi Analisis Frekuensi dalam Sinyal:

1. Komunikasi: Analisis frekuensi digunakan dalam desain dan evaluasi sistem komunikasi untuk memahami spektrum frekuensi yang digunakan oleh sinyal-sinyal informasi.
2. Pemrosesan Sinyal Audio: Dalam musik dan audio, analisis frekuensi membantu dalam identifikasi dan penyesuaian berbagai komponen frekuensi, seperti nada dan harmonik.
3. Ilmu Medis: Dalam pemrosesan sinyal medis, analisis frekuensi dapat membantu mendeteksi anomali dan pola dalam sinyal-sinyal biologis.

Contoh kasus penggunaan analisis sinyal dalam domain frekuensi dapat ditemukan dalam berbagai bidang. Salah satu contohnya adalah dalam bidang komunikasi. Saat mengirimkan data melalui saluran komunikasi, sinyal sering kali terdistorsi oleh gangguan atau noise. Dengan melakukan analisis frekuensi pada sinyal tersebut, engineer dapat mengidentifikasi frekuensi-frekuensi yang terpengaruh dan mengembangkan strategi untuk mengurangi dampak gangguan tersebut. Hal ini penting untuk memastikan transmisi data yang andal.

Dalam aplikasi praktis, teknik analisis frekuensi juga diterapkan dalam pemrosesan sinyal audio. Misalnya, dalam industri musik atau produksi audio, analisis frekuensi digunakan untuk memahami struktur harmonik dari sebuah rekaman atau untuk menghilangkan noise yang mungkin muncul selama proses perekaman.

Sinyal biomedis adalah bidang lain dimana analisis frekuensi sangat relevan. Dalam memantau aktivitas jantung atau otak, analisis sinyal frekuensi dapat membantu dalam mendeteksi pola atau anomali yang mungkin sulit diidentifikasi dalam domain waktu.

Dapat disimpulkan bahwa analisis sinyal dalam domain frekuensi merupakan alat yang kuat untuk memahami karakteristik sinyal. Transformasi Fourier dan analisis spektral adalah konsep kunci yang membuka pintu untuk aplikasi luas, dari komunikasi hingga pemrosesan sinyal medis. Dengan memahami sinyal dalam domain frekuensi, kita dapat meningkatkan pemahaman kita tentang dunia yang kompleks dari informasi yang disampaikan oleh sinyal-sinyal di sekitar kita.

3.5.3 Hubungan Domain Waktu dan Domain Frekuensi

Pengolahan sinyal seringkali melibatkan konsep domain waktu dan domain frekuensi. Kedua domain ini merupakan representasi berbeda dari informasi sinyal dan memiliki hubungan yang erat. Pemahaman terhadap hubungan ini penting dalam berbagai aplikasi, seperti komunikasi nirkabel, pemrosesan audio, dan pengolahan gambar.

1. Domain Waktu:

Domain waktu merujuk pada representasi sinyal sebagai fungsi waktu. Sinyal dalam domain waktu diukur terhadap variabel waktu dan memberikan informasi tentang bagaimana sinyal berubah seiring waktu. Misalnya, jika kita merekam suara, representasi domain waktu akan menunjukkan bagaimana amplitudo suara bervariasi sepanjang waktu.

2. Domain Frekuensi:

Domain frekuensi, disisi lain, mencirikan sinyal berdasarkan frekuensi komponennya. Transformasi Fourier adalah alat utama untuk mentransformasikan sinyal dari domain waktu ke domain frekuensi. Dalam domain frekuensi, kita dapat melihat komponen frekuensi yang membentuk sinyal. Contohnya, dalam sinyal suara, kita dapat mengidentifikasi frekuensi tertentu yang menyusun bunyi tertentu.

Transformasi Fourier memungkinkan kita melihat bagaimana komponen frekuensi tertentu menyumbang pada sinyal dalam domain waktu. Sebaliknya, inverse Fourier transform memungkinkan kita merestitusi sinyal dalam domain waktu dari representasi domain frekuensi. Hal ini menciptakan hubungan erat antara kedua domain.

Contoh pada aplikasi musik. Jika kita merekam suara dari alat musik, dalam domain waktu, kita melihat bagaimana amplitudo gelombang suara berubah sepanjang waktu saat nada dipukul. Namun, dalam domain frekuensi, kita dapat mengidentifikasi komponen frekuensi yang menyusun suara dari instrumen tersebut, seperti nada dasar dan harmonik.

3.6 Transformasi Fourier Dua Dimensi

Transformasi Fourier dua dimensi (*2D Fourier Transform*) adalah alat matematis yang esensial dalam analisis sinyal dan citra, memungkinkan kita untuk memahami dan merepresentasikan data dua dimensi dalam domain frekuensi. Dibangun di atas konsep transformasi Fourier satu dimensi, proses ini menyajikan pandangan baru tentang sifat-sifat frekuensi dari citra atau sinyal yang kompleks. Salah satu aplikasi utama transformasi Fourier dua dimensi adalah dalam pengolahan citra, di mana kita dapat mengungkap struktur dan pola yang mungkin tidak terlihat dalam domain spasial.

Contoh kasus yang nyata dapat ditemukan dalam bidang kedokteran, terutama pada analisis citra medis. Misalnya, ketika memeriksa citra resonansi magnetik (MRI), transformasi Fourier dua dimensi digunakan untuk mentransformasikan citra spasial menjadi domain frekuensi. Hal ini memungkinkan dokter untuk mengidentifikasi dan menganalisis berbagai komponen frekuensi dalam citra, membantu dalam pengenalan struktur anatomi yang mungkin sulit diinterpretasi secara langsung. Dengan demikian, penggunaan transformasi Fourier dua dimensi menjadi kunci dalam peningkatan diagnostik dan perencanaan perawatan medis.

Dalam konteks komunikasi digital, transformasi Fourier dua dimensi juga menjadi kritis. Saat mentransmisikan data melalui saluran komunikasi, penggunaan transformasi Fourier

memungkinkan pemahaman yang lebih baik terhadap sifat frekuensi sinyal. Dalam modulasi sinyal untuk transmisi data, transformasi Fourier dua dimensi dapat digunakan untuk analisis frekuensi dan pemodelan sinyal, meningkatkan efisiensi dan keandalan komunikasi.

Dengan demikian, transformasi Fourier dua dimensi tidak hanya merupakan alat matematis yang kuat, tetapi juga memiliki dampak besar dalam berbagai aplikasi praktis, mulai dari pengolahan citra medis hingga komunikasi digital. Kemampuannya untuk membongkar sifat frekuensi dari data dua dimensi membuka jendela baru dalam pemahaman dan manipulasi informasi, memajukan bidang-bidang ilmu yang melibatkan analisis citra dan sinyal.

3.6.1 Konsep Dasar Transformasi Fourier Dua Dimensi

Transformasi Fourier Dua Dimensi (*2D Fourier Transform*) adalah konsep matematis yang sangat penting dalam analisis dan pemrosesan citra serta sinyal dua dimensi. Konsep ini memungkinkan kita untuk mengurai citra atau sinyal dalam domain frekuensi, yang mengungkapkan informasi tentang frekuensi dan amplitudo berbagai komponen yang membentuk citra atau sinyal tersebut. Konsep dasar dari Transformasi Fourier Dua Dimensi mirip dengan konsep dalam Transformasi Fourier satu dimensi, tetapi diterapkan pada data dua dimensi seperti citra.

Berikut adalah langkah-langkah dasar dalam Transformasi Fourier Dua Dimensi:

1. **Domain Spasial (Gambar Asli):** Representasi asli data berada dalam domain spasial, yang berarti data diorganisasikan berdasarkan posisi dalam ruang dua dimensi. Dalam konteks gambar, ini adalah representasi piksel gambar.
2. **Transformasi Fourier Dua Dimensi:** Proses ini mengubah data dari domain spasial menjadi domain frekuensi. Dalam domain frekuensi, informasi tentang frekuensi dan amplitudo setiap komponen frekuensi dari gambar dapat dianalisis.
3. **Domain Frekuensi (Spektrum Frekuensi):** Representasi hasil transformasi Fourier terletak dalam domain frekuensi.

Ini menggambarkan bagaimana frekuensi berbeda berkontribusi terhadap gambar asli.

4. Filtering dan Analisis Frekuensi: Dalam domain frekuensi, kita dapat melakukan berbagai operasi seperti filtering atau analisis untuk mengidentifikasi komponen frekuensi tertentu yang mungkin penting atau diinginkan.
5. Inverse Fourier Transform Dua Dimensi: Setelah analisis atau modifikasi dalam domain frekuensi, kita dapat mengembalikan data ke domain spasial menggunakan inverse Fourier transform.

Dalam praktiknya, komputasi Transformasi Fourier Dua Dimensi sering dilakukan menggunakan algoritma cepat seperti *Fast Fourier Transform* (FFT) untuk mengatasi masalah perhitungan yang intensif. Pemahaman konsep dasar Transformasi Fourier Dua Dimensi adalah kunci untuk mengembangkan pemahaman yang kuat dalam pemrosesan citra dan sinyal dua dimensi.

3.6.2 Penerapan Transformasi Fourier Dua Dimensi

Pada dasarnya, transformasi ini mengubah representasi spasial suatu citra menjadi domain frekuensi, memungkinkan analisis terhadap komponen frekuensi yang membentuk citra tersebut.

Penerapan utama transformasi Fourier dua dimensi terletak dalam kemampuannya untuk mengidentifikasi dan mengekstrak informasi frekuensi dari citra. Citra dapat dianggap sebagai kombinasi dari berbagai frekuensi spasial yang berkontribusi pada bentuk dan struktur keseluruhan gambar. Dengan menerapkan transformasi Fourier dua dimensi, kita dapat melihat kontribusi dari berbagai frekuensi terhadap citra tersebut.

Contoh nyata penerapan transformasi Fourier dua dimensi dapat ditemukan dalam pengolahan citra medis. Misalnya, pada gambar sinar-X atau resonansi magnetik, transformasi Fourier digunakan untuk mengidentifikasi pola frekuensi yang mungkin mencerminkan keberadaan patologi atau struktur tertentu di dalam tubuh. Penerapan ini memungkinkan dokter untuk melakukan diagnosis lebih mendalam dan akurat.

Selain itu, dalam dunia komunikasi digital, transformasi Fourier dua dimensi juga sering digunakan untuk modulasi sinyal atau pemrosesan gambar. Dalam pemrosesan gambar, teknik ini dapat digunakan untuk filter dan memanipulasi citra, seperti penghilangan noise atau penguatan fitur tertentu.

Penerapan transformasi Fourier dua dimensi tidak terbatas pada bidang-bidang tersebut saja, dan konsep ini juga diterapkan dalam berbagai konteks, termasuk grafika komputer, analisis suara, dan bidang ilmu lainnya yang melibatkan data dua dimensi.

Transformasi Fourier dua dimensi membuka pintu untuk analisis yang mendalam terhadap struktur dan karakteristik frekuensi dalam data dua dimensi, memberikan fondasi yang kuat untuk banyak aplikasi di berbagai disiplin ilmu.

3.7 Aplikasi Transformasi Fourier

Transformasi Fourier memungkinkan kita untuk mengkonversi sinyal dari domain waktu ke domain frekuensi, sehingga kita dapat memahami komponen-komponen frekuensi yang membentuk sinyal tersebut. Berikut adalah beberapa aplikasi utama dari Transformasi Fourier:

1. **Analisis Frekuensi Sinyal:** Transformasi Fourier digunakan untuk menganalisis sinyal dalam domain frekuensi. Dengan cara ini, kita dapat mengidentifikasi komponen-komponen frekuensi yang ada dalam sinyal tersebut. Sangat berguna dalam pemrosesan sinyal, seperti deteksi gangguan atau isolasi frekuensi tertentu dalam data.
2. **Pengolahan Citra Digital:** Dalam pengolahan citra digital, Transformasi Fourier dua dimensi digunakan untuk mengubah citra menjadi domain frekuensi. Hal ini memungkinkan berbagai operasi seperti penyaringan citra, deteksi tepi, kompresi citra, dan rekonstruksi citra. Aplikasi ini sering ditemukan dalam pengolahan gambar medis, pengenalan pola, dan industri hiburan.
3. **Komunikasi:** Dalam teknologi komunikasi, seperti komunikasi nirkabel dan transmisi data, Transformasi Fourier digunakan dalam modulasi dan demodulasi sinyal. Dapat membantu mengirimkan informasi melalui saluran

komunikasi yang sesuai dengan lebar pita dan karakteristik frekuensi tertentu.

4. Analisis Sinyal Biomedis: Transformasi Fourier digunakan dalam analisis sinyal biomedis seperti elektrokardiogram (EKG), elektroensefalogram (EEG), dan sinyal gelombang otak. Membantu dalam diagnosis penyakit dan pemantauan kesehatan.
5. Pemodelan Gelombang dan Getaran: Dalam ilmu fisika dan rekayasa, Transformasi Fourier digunakan untuk memodelkan gelombang dan getaran. Dapat digunakan untuk mengkarakterisasi perilaku getaran struktural dalam bangunan atau peralatan, serta untuk merancang sistem kendali yang efisien.
6. Spektroskopi: Dalam kimia dan fisika, spektroskopi adalah teknik yang digunakan untuk memeriksa interaksi cahaya dengan materi. Transformasi Fourier digunakan dalam spektroskopi untuk identifikasi komponen-komponen spektrum cahaya, memungkinkan analisis kualitatif dan kuantitatif.
7. Tomografi: Dalam pencitraan medis, seperti tomografi komputer (CT) atau pencitraan resonansi magnetik (MRI), Transformasi Fourier digunakan dalam rekonstruksi gambar dari data sinogram yang diukur.
8. Prosesing Audio: Dalam produksi audio, Transformasi Fourier digunakan dalam pengolahan suara, termasuk analisis suara, pemfilteran audio, dan kompresi audio.

Aplikasi Transformasi Fourier ini sangat luas dan beragam, dengan kontribusi penting dalam berbagai aspek kehidupan kita, termasuk dalam bidang ilmu pengetahuan, teknologi, dan kesehatan.

3.7.1 Transformasi Fourier dalam Filter Sinyal

Dalam konteks filter sinyal, Transformasi Fourier seringkali digunakan untuk mendesain dan menganalisis filter frekuensi. Filter sinyal adalah suatu sistem atau algoritma yang diterapkan pada sinyal untuk mengubah karakteristiknya. Beberapa cara penggunaan Transformasi Fourier dalam filter sinyal meliputi:

1. Analisis Frekuensi:
 - a. Transformasi Fourier DFT (*Discrete Fourier Transform*): Menganalisis sinyal diskrit dalam domain frekuensi.
 - b. Transformasi Fourier Kontinu (CTFT): Untuk sinyal kontinu, mengkonversi sinyal dari domain waktu ke domain frekuensi.
2. Desain Filter:
 - a. *Low-pass, High-pass, Band-pass, dan Band-stop filters*: Transformasi Fourier memungkinkan analisis frekuensi sinyal, yang sangat penting dalam desain filter.
 - b. Filter FIR (*Finite Impulse Response*) dan IIR (*Infinite Impulse Response*): Transformasi Fourier membantu mendesain filter dengan menentukan karakteristik frekuensi yang diinginkan.
3. Filtering dalam Domain Frekuensi:
 - a. Convolution Theorem: Transformasi Fourier memungkinkan melakukan konvolusi sinyal dalam domain frekuensi. Operasi ini dapat mempermudah proses filter pada sinyal.
4. Penghapusan Komponen Frekuensi Tertentu:
 - a. Penghilangan Noise: Jika sinyal tercemar oleh noise frekuensi tinggi yang tidak diinginkan, Transformasi Fourier digunakan untuk mengidentifikasi dan menghilangkan komponen frekuensi tersebut.
5. Modulasi dan Demodulasi:
 - a. Modulasi Frekuensi (FM) dan Amplitudo (AM): Menganalisis dan merancang sistem modulasi/demodulasi pada sinyal.

Penggunaan Transformasi Fourier dalam filter sinyal membantu insinyur dan ilmuwan untuk memahami dan memanipulasi sinyal dengan cara yang lebih efektif dalam domain frekuensi. Pendekatan ini memungkinkan untuk penyesuaian yang lebih baik terhadap karakteristik sinyal, seperti penyaringan frekuensi yang tidak diinginkan atau penguatan komponen frekuensi tertentu.

3.7.2 Transformasi Fourier dalam Komunikasi Sinyal

Transformasi Fourier memiliki peran kritis dalam analisis dan pengolahan sinyal dalam berbagai aplikasi, termasuk dalam komunikasi sinyal. Berikut beberapa penggunaan Transformasi Fourier dalam konteks komunikasi sinyal:

1. Modulasi dan Demodulasi:
 - a. Modulasi: Dalam komunikasi, sinyal informasi dimodulasikan ke dalam gelombang pembawa untuk ditransmisikan. Transformasi Fourier dapat digunakan untuk menganalisis sinyal modulasi dan mengekstrak informasi yang dimodulasi.
 - b. Demodulasi: Untuk mendekonvolusi sinyal modulasi dan mengembalikan sinyal informasi, Transformasi Fourier dapat digunakan untuk menganalisis dan mengidentifikasi komponen frekuensinya.
2. Filtering Sinyal:
 - a. Transformasi Fourier mentransformasikan sinyal dari domain waktu ke domain frekuensi. Dalam domain frekuensi, filter diterapkan untuk menghilangkan atau menekankan komponen frekuensi tertentu dari sinyal. Hal ini berguna dalam pembersihan sinyal atau penghilangan gangguan.
3. Analisis Spektrum:
 - a. Dengan mentransformasikan sinyal ke domain frekuensi, dapat dilihat distribusi energi frekuensi dalam spektrum sinyal. Analisis spektrum membantu dalam merancang sistem komunikasi yang efisien dan mengidentifikasi masalah seperti interferensi atau kehilangan informasi.
4. Multiplexing dan Demultiplexing:
 - a. Transformasi Fourier digunakan dalam teknik multiplexing untuk menggabungkan beberapa sinyal ke dalam satu saluran komunikasi. Sebaliknya, demultiplexing melibatkan penggunaan Transformasi Fourier untuk memisahkan sinyal yang telah digabungkan.

5. Pemrosesan Sinyal:

- a. Dalam pemrosesan sinyal, Transformasi Fourier digunakan untuk menganalisis sinyal dan mendapatkan waktu-waktu (representasi frekuensi) sinyal. Hal ini dapat digunakan untuk tujuan seperti penekanan fitur tertentu, pemotongan frekuensi, atau pemodelan sinyal.

6. Komunikasi Digital:

- a. Dalam transmisi data digital, pengkodean sinyal dan teknik modulasi sering memanfaatkan konsep Transformasi Fourier. Hal ini membantu dalam desain dan analisis sistem transmisi data digital yang efisien.

Penggunaan Transformasi Fourier dalam komunikasi sinyal mencakup sejumlah aplikasi, membantu insinyur dan ilmuwan dalam merancang sistem komunikasi yang handal dan efisien.

3.8 Pentingnya Memahami Transformasi Fourier

Memahami Transformasi Fourier sangat penting dalam pengolahan sinyal karena dapat menganalisis dan memahami karakteristik sinyal dalam domain frekuensi. Berikut adalah beberapa alasan mengapa Transformasi Fourier memiliki peran penting dalam pengolahan sinyal:

1. Representasi dalam Domain Frekuensi:

Memungkinkan representasi sinyal dalam domain frekuensi. Sinyal dapat diurai menjadi komponen frekuensi dasar yang membentuknya.

2. Filtering Frekuensi:

Dengan memahami Transformasi Fourier, Anda dapat merancang dan menerapkan filter frekuensi untuk memanipulasi sinyal. Digunakan untuk menyaring atau menekankan komponen frekuensi tertentu dalam sinyal.

3. Modulasi dan Demodulasi:

Transformasi Fourier membantu dalam pemahaman modulasi dan demodulasi sinyal. Modulasi adalah proses menggabungkan sinyal informasi dengan sinyal pembawa, sementara demodulasi adalah proses pemisahan kembali

dari sinyal informasi. Konsep ini penting dalam komunikasi nirkabel dan transmisi data.

4. Komunikasi dan Sistem Komunikasi:

Transformasi Fourier digunakan secara luas dalam analisis sistem komunikasi. Dalam sistem ini, sinyal dapat direpresentasikan sebagai kombinasi dari berbagai frekuensi, dan pemahaman ini penting untuk desain dan analisis kinerja sistem komunikasi.

5. Pengolahan Sinyal Digital:

Dalam konteks pengolahan sinyal digital, Transformasi Fourier digunakan untuk menerapkan operasi seperti konvolusi dan filtering. Memungkinkan pemrosesan sinyal yang efisien dan efektif.

6. Analisis Spektral:

Transformasi Fourier memungkinkan analisis spektral yang mendalam, yang penting dalam memahami distribusi energi sinyal dalam domain frekuensi. Analisis spektral digunakan dalam berbagai aplikasi, termasuk di bidang medis, geofisika, dan pengolahan citra.

7. Pemrosesan Gambar dan Suara:

Dalam pemrosesan gambar dan suara, Transformasi Fourier memiliki peran kunci dalam analisis dan manipulasi. Dalam hal suara, misalnya, transformasi ini digunakan untuk menganalisis spektrum frekuensi suara dan dalam pemrosesan gambar, untuk analisis frekuensi konten citra.

8. Pengenalan Pola dan Identifikasi Sinyal:

Transformasi Fourier membantu mengidentifikasi pola dan ciri khas sinyal. Berguna dalam pengenalan pola suara, citra, atau bahkan sinyal medis.

Dengan pemahaman tentang Transformasi Fourier, insinyur dan ilmuwan dapat mengoptimalkan kinerja sistem dan merancang solusi yang lebih efisien dalam berbagai bidang seperti komunikasi, pengolahan gambar, dan pemrosesan sinyal secara umum.

DAFTAR PUSTAKA

- Champagne, B. and Labeau, F. 2004. 'Discrete time signal processing', *Class Notes for the Course ECSE-412, Department of Electrical & Computer Engineering, McGill University*, pp. 190–194.
- Goodman, J.W. 2005. *Introduction to Fourier optics*. Roberts and Company publishers.
- Howell, K.B. 2016. *Principles of Fourier analysis*. CRC Press.
- Körner, T.W. 2022. *Fourier analysis*. Cambridge university press.
- Kral, C., Habetler, T.G. and Harley, R.G. 2004. 'Detection of mechanical imbalances of induction machines without spectral analysis of time-domain signals', *IEEE Transactions on Industry Applications*, 40(4), pp. 1101–1106.
- Pfister, H. 2017. 'Discrete-Time Signal Processing', *Lecture Note, pfister.ee.duke.edu/courses/ece485/dtsp.pdf* [Preprint].
- Proakis, J.G. 2007. *Digital signal processing: principles, algorithms, and applications, 4/E*. Pearson Education India.
- Stein, E.M. and Shakarchi, R. 2011. *Fourier analysis: an introduction*. Princeton University Press.

BAB 4

KARAKTERISTIK TRANSFORMASI FOURIER DISKRIT DAN FFT

Oleh Irwan Prasetya Gunawan

4.1 Pendahuluan

Transformasi Fourier Diskrit (*Discrete Fourier Transform*, DFT) adalah salah satu dari keluarga analisis Fourier yang berdasar pada metode dekomposisi sinyal ke dalam sinyal-sinyal dasar sinusoidal. Sesuai dengan namanya, DFT mendekomposisi sinyal diskrit menjadi sinyal-sinyal dasar sinusoidal atau kompleks eksponensial. Dalam pengolahan sinyal, sinyal dapat berupa sinyal waktu kontinu (SWK) atau waktu diskrit (SWD), dan bersifat periodik atau non-periodik. Analisis Fourier dapat kita kategorikan berdasarkan sifat-sifat sinyal ini (Smith, 1999) (lihat Tabel 4.1).

Tabel 4.1. Keluarga Analisis Fourier

	Periodik	Non-periodik
Kontinu, (<i>t</i>)	<i>Fourier Series</i> (Deret Fourier)	<i>Fourier Transform</i> (Transformasi Fourier)
Diskrit, [<i>n</i>]	<i>Discrete Fourier Transform</i> (Transformasi Fourier Diskrit)	<i>Discrete Time Fourier Transform</i> (Transformasi Fourier Waktu Diskrit)

Secara umum, semua kategori sinyal yang ada pada Tabel 4. memiliki durasi yang tak terhingga; artinya, jangkauan waktunya bisa dimulai dari negatif tak-hingga sampai dengan positif tak-hingga; yaitu :

$$-\infty < t < \infty, \quad t \in \mathbb{R}$$

untuk sinyal waktu kontinyu, dan

$$-\infty < n < \infty, \quad n \in \mathbb{Z}$$

Untuk sinyal waktu diskrit, dengan $\mathbb{R}, \mathbb{Z}$ berturut-turut melambangkan himpunan bilangan real dan himpunan bilangan bulat. Dalam praktiknya, durasi tak-hingga sinyal ini menjadi sangat tidak praktis ketika kita dihadapkan pada kapasitas pengolahan komputer serta metode komputasinya yang pada dasarnya terbatas. Tambahan lagi, komputer digital yang kita gunakan saat ini hanya mampu menangani sinyal ('data') yang bersifat diskrit. Selain itu, sinyal sinusoidal juga pada dasarnya adalah sinyal yang memiliki durasi tak-terbatas, sehingga jika kita ingin mendeskripsikan sinyal dengan durasi terbatas, maka pemilihan sinyal sinusoidal sebagai sinyal dasar sepertinya kurang tepat. Namun di balik itu, sinyal-sinyal sinusoidal yang durasinya tak-terbatas ini dan kombinasi linearnya ternyata dapat digunakan untuk membentuk sinyal yang non-periodik. Sayangnya, untuk bisa membentuk sinyal yang non-periodik ini maka kita mesti menggunakan banyak sinyal sinusoidal bahkan hingga tak terhingga jumlahnya, yang menjadikan ini menjadi sangat tidak praktis untuk diimplementasikan pada komputer. Komputer digital saat ini hanya bisa bekerja pada data yang bersifat diskrit dan terbatas jumlahnya. Oleh karena itulah, dari keempat jenis analisis Fourier yang diberikan pada Tabel 4., hanya satu jenis yang bisa diterapkan secara praktis menggunakan algoritma komputer, yaitu DFT.

Semua analisis Fourier pada Tabel 4.1. bisa diterapkan menggunakan bilangan riil ataupun bilangan kompleks. Dalam beberapa pembahasan dasar pada bagian-bagian berikut, kita akan mencoba membahas DFT menggunakan bilangan kompleks karena sifatnya yang lebih umum daripada analisis dengan menggunakan bilangan riil.

4.2 Fungsi dasar

Sembarang sinyal dapat dibentuk dari komponen-komponen dasarnya yang berupa sekumpulan sinyal-sinyal yang memiliki karakteristik yang lebih sederhana (Philip D. Cha and John I. Molinder, 2007). Sinyal-sinyal sederhana yang menjadi komponen

pembangun sinyal yang lebih kompleks ini selanjutnya kita sebut sebagai sinyal dasar (atau fungsi dasar, atau *basis function*). Secara formal, sebuah sinyal sembarang bisa kita dekati dengan hampirannya menggunakan kombinasi linear dari fungsi-fungsi dasar pembentuknya:

$$x(t) \approx \hat{x}(t) = \sum_k c_k \psi_k(t) \quad (1)$$

Di sini, kita memiliki sinyal $x(t)$ yang dibentuk dari *basis function* $\psi_k(t)$, dengan c_k melambangkan koefisien dari *basis function* $\psi_k(t)$. Nilai koefisien c_k menggambarkan kontribusi dari fungsi dasar $\psi_k(t)$ terhadap pembentukan sinyal $x(t)$. Kemudian, meskipun pada persamaan di atas kita menggunakan sinyal waktu kontinu $x(t)$, hal ini tidak mengurangi sifat umum dari pendekatan hampiran ini jika diterapkan pada sinyal waktu diskrit seperti $x[n]$, misalnya. Tentunya, fungsi basisnya pun akan menjadi sinyal waktu diskrit, seperti $\psi_k[n]$.

Sebagai contoh, kita bisa memiliki sinyal yang dibentuk dari sejumlah tak hingga sinyal impuls satuan. Atau contoh lainnya, kita juga bisa menggunakan sinyal sinusoidal atau kompleks eksponensial sebagai sinyal atau fungsi basis. Deret Fourier, yang kita gunakan untuk menggambarkan sinyal waktu kontinu yang periodik, juga memiliki bentuk yang sama dengan persamaan (1) di atas, yaitu dengan menggunakan fungsi basis kompleks eksponensial berikut:

$$\psi_k(t) = e^{j\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)kt} = \cos\left(\frac{2\pi kt}{T_0}\right) + j \sin\left(\frac{2\pi kt}{T_0}\right) \quad (2)$$

dengan $-\infty < k < \infty$, $k \in \mathbb{Z}$.

Salah satu karakteristik penting yang harus dipenuhi oleh persamaan adalah sifat ortogonalitas dari fungsi-fungsi dasarnya. Sifat ortogonalitas menyatakan bahwa sepasang fungsi-fungsi dasar $\psi_k(t)$ dan $\psi_l(t)$ dikatakan sebagai fungsi yang ortogonal jika dalam interval waktu T mereka memenuhi persyaratan berikut:

$$\int_T \psi_k(t) \psi_l^*(t) dt = \begin{cases} K_l, & k = l \\ 0, & k \neq l \end{cases} \quad (3)$$

dengan notasi * pada $\psi_l(t)$ melambangkan konjungat kompleks dari fungsi basis $\psi_l(t)$. Persamaan (3) menyatakan bahwa semua integrasi dari hasil kali fungsi basis akan bernilai 0 kecuali ketika $k = l$. Prinsip ortogonalitas dari fungsi basis pada fungsi kompleks eksponensial pada persamaan ditunjukkan pada persamaan berikut:

$$\int_T \psi_k(t) \psi_l^*(t) dt = \begin{cases} T_0, & k = l \\ 0, & k \neq l \end{cases} \quad (4)$$

Dari sini, jika kita ingin mendeskripsikan sinyal periodik $x(t)$ sebagai deret Fourier dengan menggunakan bentuk umum persamaan (1), penerapan prinsip ortogonalitas akan membawa kita pada nilai koefisien c_k sebagai :

$$c_k = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt \quad (5)$$

dengan $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$. Persamaan

(5) ini kita kenal sebagai bentuk kompleks dari koefisien deret Fourier, yaitu deret Fourier yang dinyatakan sebagai kombinasi linear dari sebuah fungsi yang bernilai kompleks, $e^{jk\omega_0 t}$. Jika ini kita terapkan balik pada persamaan

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\omega_0 t} \quad (6)$$

Persamaan terakhir memberikan kita deret Fourier yang dinyatakan sebagai jumlah tak-hingga dari fungsi-fungsi dasar kompleks eksponensial. Penggunaan jumlah tak-hingga inilah yang menyebabkan ketidakpraktisan implementasinya dalam program komputer jika kita ingin menghitung deretnya secara numerik.

4.3 Penggunaan hampiran untuk representasi sinyal

Penggunaan fungsi basis sebagai bangunan dasar sinyal sembarang (periodik) dalam persamaan (6) memberikan kita analisis yang bisa dibuktikan secara matematis. Walaupun

demikian, penggunaan jumlah tak-berhingga pada (6) memberikan kita masalah ketika kita akan menerapkannya pada perhitungan secara numeris menggunakan program komputer. Oleh karena itulah maka digunakan pendekatan menggunakan aproksimasi atau hampiran terhadap persamaan (6) ini; misalnya, dengan hanya mengambil $2K + 1$ suku dari persamaan tersebut. Jadi, kita bisa tulis ulang persamaan (6) menjadi:

$$x(t) \approx \hat{x}(t) = \sum_{k=-K}^K c_k e^{jk\omega_0 t} \tag{7}$$

Sebagaimana halnya pendekatan atau hampiran, maka pasti akan selalu ada *error* atau galat yang terjadi antara sinyal yang sesungguhnya, $x(t)$, dengan hampirannya, $\hat{x}(t)$. Hal ini tergambar pada ilustrasi berikut.

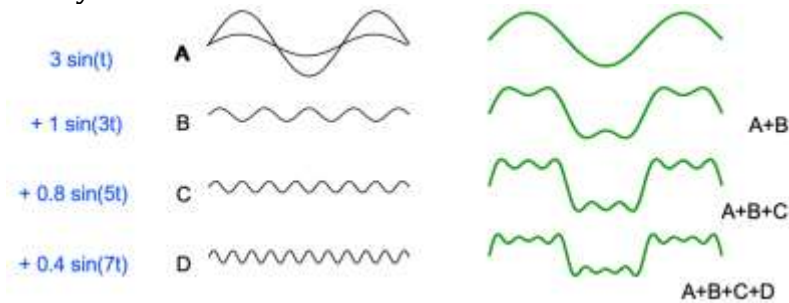


Gambar 4.1. Contoh sinyal periodik sederhana

Pada gambar 4.1 terlihat sebuah sinyal periodik, $x(t)$, yang akan kita hampiri dengan beberapa sinyal sinusoidal sebagai berikut:

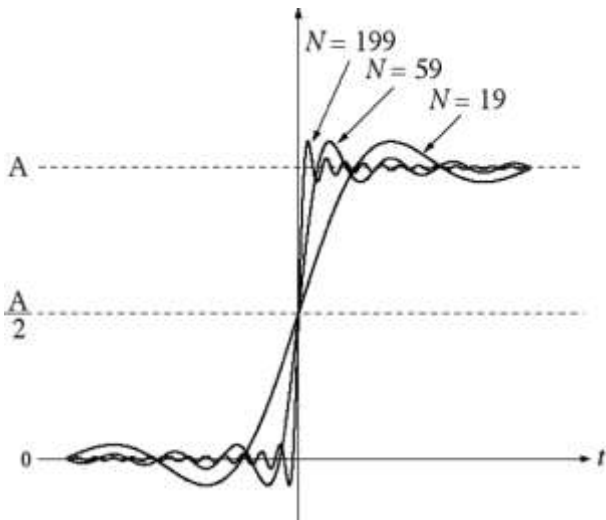
$$x(t) \approx \hat{x}(t) = 3 \sin t + \sin 3t + 0.8 \sin 5t + 0.4 \sin 7t \tag{8}$$

Pada gambar 4.2 kita hampiri sinyal $x(t)$ ini secara bertahap, mulai dari komponen harmonik pertama $\sin t$, lalu $\sin 3t$, dan seterusnya.



Gambar 4.2. Hampiran sinyal $x(t)$

Dari Gambar 4.2 kita bisa melihat bahwa dengan menggunakan 4 komponen sinyal dasar (basis *function*) maka kita bisa menghampiri bentuk sinyal periodik $x(t)$ meskipun tidak sempurna. Kita bisa menambahkan komponen-komponen sinyal dasar pembentuknya sebanyak yang kita inginkan, namun seberapa banyak apapun komponen itu kita tambahkan, selalu akan ada perbedaan (meskipun mungkin sangat kecil nilainya jika kita menggunakan puluhan bahkan ratusan komponen sinyal dasar). Jika kita bisa amati secara seksama, maka pada sinyal hasil pendekatan akan terjadi riak atau *overshoot* nilai sinyal pendekatan dari nilai sebenarnya; fenomena ini yang dikenal sebagai *fenomena Gibbs* (Gambar 4.3). Dalam analisis Fourier, fenomena ini tidak bisa kita hindari; yang bisa kita lakukan adalah membuat sedemikian hingga nilai *overshoot* ini menjadi seminimal mungkin.



Gambar 4.3. Fenomena Gibbs

Kita bisa membuat nilai *overshoot* menjadi seminimal mungkin menggunakan ukuran galat atau *error* yang terjadi antara sinyal $x(t)$ dan hampirannya $\hat{x}(t)$. Perbedaan ini bisa dinyatakan sebagai *integrated squared error* (ISE):

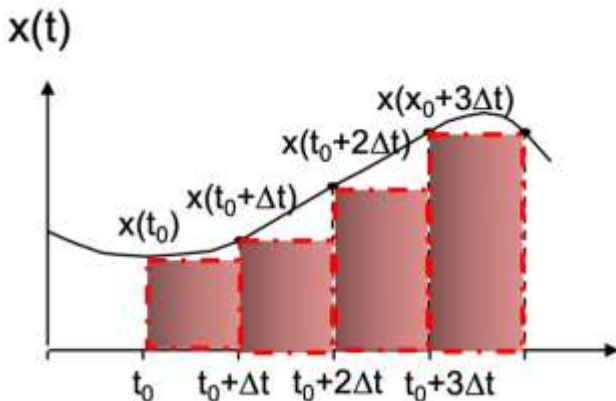
$$\text{ISE} = \int_0^{T_0} (x(t) - \hat{x}(t))^2 dt = \int_0^{T_0} |x(t) - \sum_k c_k \psi_k(t)|^2 dt \quad (9)$$

Minimalisasi ISE bisa dilakukan dengan mengambil turunan pertama persamaan (9) terhadap tiap-tiap koefisien deret Fouriernya, yaitu c_k , dan kemudian membuat turunan pertamanya tersebut nol. Ini akan memberikan kita beberapa persamaan dalam c_k yang bisa kita selesaikan secara simultan untuk mendapatkan nilai koefisien c_k yang memberikan nilai ISE yang minimum.

Penjumlahan berhingga seperti yang diberikan oleh persamaan (7) memberikan perimbangan antara akurasi dan kompleksitas perhitungan analisis Fourier, dengan kriteria ISE sebagaimana diberikan oleh persamaan (9).

4.4 Transformasi Fourier Diskrit

Penggunaan hampiran untuk analisis sinyal sebagaimana diberikan pada Bagian 0telah dilakukan untuk sinyal periodik. Pertanyaan selanjutnya adalah apakah hal yang sama bisa kita terapkan untuk sinyal non-periodik, seperti sinyal yang ditunjukkan pada gambar 4.4.



Gambar 4.4. Gambar sinyal non-periodik $f(t)$ dan hampiran luas di bawah kurva menggunakan persegi panjang.

Gambar 4.4 menunjukkan sembarang sinyal non-periodik $x(t)$ yang memiliki durasi terbatas, yaitu dari $t = t_0$ sampai dengan $t = t_0 + N\Delta t$. Pada analisis kali ini, kita hanya tertarik untuk mempelajari sifat dan karakteristik sinyal ini pada interval $[t_0, t_0 + N\Delta t]$ sehingga kita tidak terlalu peduli dengan sifat dan

karakteristiknya di luar interval tersebut. Dengan pertimbangan seperti ini, maka kita bisa saja menganggap bahwa sinyal $x(t)$ ini bersifat periodik pada interval $[t_0, t_0 + N\Delta t]$. Oleh karena itu, maka analisis Fourier dengan menggunakan perhitungan deret Fourier sebagaimana diberikan pada persamaan (7) bisa kita terapkan di sini:

$$x(t) \approx \hat{x}(t) = \sum_{k=-K}^K c_k e^{jk\omega_0 t} \quad (10)$$

Pada analisis deret Fourier, maka salah satu tujuan utama kita adalah mencari nilai-nilai koefisien c_k , seperti yang diberikan oleh persamaan(5). Di sini, kita tulis ulang persamaan (5) tersebut dengan mempertimbangkan bahwa sinyalnya kita anggap periodik pada interval $[t_0, t_0 + N\Delta t]$; oleh karena itu, kita bisa mendapatkan nilai-nilai koefisiennya sebagai:

$$c_k = \frac{1}{N\Delta t} \int_{t_0}^{t_0+(N-1)\Delta t} x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt \quad (11)$$

Nilai integral yang ada pada persamaan (5) maupun (11) ini adalah luas area di bawah kurva sinyal $x(t)$ yang dikalikan dengan sebuah faktor pengali fungsi eksponensial kompleks $e^{-jk\omega_0 t}$. Luas area di bawah kurva bisa kita dekati dengan penjumlahan Riemann menggunakan persegi panjang seperti diilustrasikan pada gambar 4.6 yaitu dengan mengambil sampel nilai-nilai fungsi $x(t)$ pada waktu-waktu tertentu $\{t_0, t_0 + \Delta t, t_0 + 2\Delta t, \dots, t_0 + (N-1)\Delta t\}$. Dengan pendekatan jumlah Riemann seperti ini, maka operasi integral pada persamaan (11) kita nyatakan dalam bentuk penjumlahan terbatas sebagai berikut:

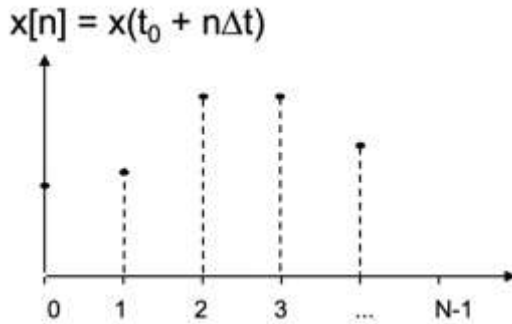
$$c_k = \frac{1}{N\Delta t} \sum_{n=0}^{N-1} x(t_0 + n\Delta t) e^{-jk\omega_0(t_0+n\Delta t)} \Delta t = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(t_0 + n\Delta t) e^{-jk\omega_0(t_0+n\Delta t)} \quad (12)$$

Untuk mempermudah perhitungan, tanpa mengurangi sifat umum dari pendekatan ini, kita bisa mengatur sedemikian hingga $t_0 = 0$. Selain itu, kita juga bisa menganggap Δt pada Gambar 4. sebagai periode sampling T_s , atau $\Delta t = T_s$, dan T_0 sebagai periode

dasar dari sinyal $f(t)$ sedemikian hingga $T_0 = NT_s$ dan $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$. Oleh karena itu, jika ini kita substitusikan ke persamaan terakhir, maka kita bisa mendapatkan,

$$c_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(nT_s) e^{-jk\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)(nT_s)} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(nT_s) e^{-jk\left(\frac{2\pi}{N}\right)n} \quad (13)$$

Dari persamaan (13) kita menggunakan $x(nT_s)$ sebagai sampel dari sinyal $x(t)$ yang nilainya diambil pada interval waktu tertentu; dengan kata lain, $x(nT_s)$ adalah versi diskrit dari sinyal kontinyu $x(t)$; atau, $x[n] = x(nT_s)$. Ini diilustrasikan pada Gambar 4. di bawah ini:



Gambar 4.5. Sinyal waktu diskrit $x[n]$ sebagai cuplikan sinyal waktu kontinyu $x(t)$.

Kita bisa tuliskan c_k sebagai $X[k]$, yaitu representasi sinyal $x(t)$ dalam domain waktu kontinyu (atau $x[n]$ dalam domain waktu diskrit). Oleh karena itu, kita bisa tuliskan kembali persamaan (13) sebagai:

$$X[k] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-jk\left(\frac{2\pi}{N}\right)n} \quad (14)$$

Persamaan terakhir ini adalah persamaan analisis transformasi Fourier diskrit atau *discrete Fourier transform* (DFT). Persamaan ini adalah cara kita menghitung koefisien c_k (atau $X[k]$) secara numerik, dengan mengambil N sampel sinyal $x(t)$ pada periode sampling T_s . Selanjutnya, dengan memasukkan nilai-nilai koefisien $X[k]$ kembali ke persamaan

(7), maka kita bisa tunjukkan bahwa sinyal waktu diskrit $x[n]$ bisa diberikan sebagai,

$$x[n] = \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{jk\left(\frac{2\pi}{N}\right)n} \quad (15)$$

Persamaan (15) adalah persamaan sintesis atau rekonstruksi sinyal $x[n]$, dan kita sebut sebagai persamaan transformasi balik Fourier diskrit atau *inverse discrete Fourier transform* (IDFT).

4.5 Karakteristik DFT

4.5.1 Sifat periodik DFT/IDFT

Satu hal yang bisa kita dapatkan langsung dari pasangan persamaan DFT dan persamaan IDFT pada persamaan (14) dan (15) adalah bahwa keduanya bersifat periodik, yaitu:

$$\begin{aligned} x[n] &= x[n + N] \\ X[k] &= X[k + N] \end{aligned} \quad (16)$$

Hal ini sangat mudah dibuktikan dengan, misalnya, mensubstitusikan $k + N$ pada persamaan analisis DFT, seperti yang ditunjukkan pada persamaan di bawah ini:

$$\begin{aligned} X[k + N] &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j(k+N)\left(\frac{2\pi}{N}\right)n} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-jk\left(\frac{2\pi}{N}\right)n} e^{-jN\left(\frac{2\pi}{N}\right)n} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-jk\left(\frac{2\pi}{N}\right)n} e^{-j2\pi n} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-jk\left(\frac{2\pi}{N}\right)n} \end{aligned} \quad (17)$$

Baris terakhir persamaan (17) didapat dengan mengingat bahwa $e^{j2\pi n} = \cos(2\pi n) + j \sin(2\pi n) = 1$. Baris terakhir ini sama dengan ruas kanan dari persamaan (14); atau dengan kata lain

$$X[k + N] = X[k]$$

Dengan cara yang sama, kita bisa juga menunjukkan bahwa

$$X[k - N] = X[k]$$

Atau dengan kata lain, $X[k]$ adalah spektrum dua sisi dari sinyal $x[n]$ dan spektrum sinyal ini bersifat periodik.

Pembuktian bahwa sinyal $x[n]$ yang dibentuk dari kombinasi linear sinyal basis eksponensial kompleks $e^{-jk(\frac{2\pi}{N})n}$ dengan koefisien $X[k]$ adalah juga sebuah sinyal (waktu diskrit) periodik bisa dilakukan dengan cara yang serupa; yaitu dengan mensubstitusikan $n + N$ pada persamaan IDFT.

Sifat periodik DFT/IDFT berakibat pada adanya kemungkinan *aliasing domain waktu* dan *aliasing domain frekuensi*. Pada sisi praktis, aliasing pada domain frekuensi adalah hal yang sangat mungkin terjadi ketika kita melakukan proses konversi sinyal analog (sinyal waktu kontinyu) menjadi sinyal digital atau diskrit, yaitu pada proses *analog-to-digital conversion* (ADC) karena proses ini melibatkan tahapan sampling atau pencuplikan sinyal sama seperti yang dilakukan pada saat kita menurunkan persamaan transformasi Fourier diskrit di Bagian 0

4.5.2 Linearitas

Karakteristik lain dari DFT/IDFT yang juga mudah dilihat dari persamaan analisis dan sintesisnya adalah sifat linearitas. Jadi, jika A dan B adalah konstanta sembarang dan $x[n]$ dan $y[n]$ adalah dua sinyal waktu diskrit yang berbeda, maka DFT dari kombinasi linear kedua sinyal waktu diskrit ini, misalnya $Ax[n] + By[n]$, adalah $AX[k] + BY[k]$, dengan $X[k]$ dan $Y[k]$ adalah DFT dari $x[n]$ dan $y[n]$ masing-masing.

4.5.3 Konjugat simetri

Sifat ini menyatakan bahwa jika sinyal $x[n]$ adalah sinyal diskrit yang bernilai riil (bukan bernilai kompleks), maka DFT dari $x[n]$ memiliki sifat konjugat simetri, yaitu $X[k] = X^*[N - k]$, di

mana $X[k]$ adalah koefisien DFT pada frekuensi k , dan X^* adalah kompleks konjugat dari X .

4.5.4 Konvolusi

Jika $x[n]$ dan $y[n]$ adalah dua sinyal dalam domain waktu, maka konvolusi sinyal dalam domain waktu setara dengan hasil kali DFT dari kedua sinyal dalam domain frekuensi, yaitu:

$$\text{DFT}\{x[n] * y[n]\} = X[k]Y[k]$$

dengan $X[k]$ dan $Y[k]$ adalah DFT dari $x[n]$ dan $y[n]$ masing-masing. Sebaliknya, konvolusi sinyal dalam domain frekuensi setara dengan perkalian kedua sinyal dalam domain waktu:

$$x[n]y[n] = \text{DFT}\{X[k] * Y[k]\}$$

Sifat konvolusi DFT ini banyak dimanfaatkan dalam analisis sinyal dan sistem dengan mempertimbangkan respon frekuensi dari sistem terhadap sinyal yang masuk.

4.5.5 Pergeseran

Jika $x[n]$ adalah sinyal dalam domain waktu dan $x[n-m]$ adalah sinyal yang dihasilkan dari pergeseran sebanyak m sampel dari $x[n]$, maka DFT dari $x[n-m]$ adalah $e^{-j2\pi km/N}X[k]$, dengan $X[k]$ adalah DFT dari $x[n]$.

4.5.6 Turunan

Untuk sinyal $x[n]$ dalam domain waktu, maka DFT dari turunan diskrit pertama dari $x[n]$, atau $nx[n]$ adalah $\text{DFT}\{nx[n]\} = j2\pi kX[k]$, dengan $X[k]$ adalah DFT dari $x[n]$.

4.6 Algoritma FFT

Pasangan persamaan analisis dan sintesis DFT/IDFT yang diberikan oleh :

$$X[k] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-jk\left(\frac{2\pi}{N}\right)n}$$

$$x[n] = \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{jk\left(\frac{2\pi}{N}\right)n}$$

dengan $k = 0, 1, \dots, N - 1$ memberikan kita beberapa hal terkait proses perhitungannya:

1. Setiap koefisien DFT membutuhkan N perkalian kompleks dan $N - 1$ penjumlahan bilangan kompleks. Karena ada sebanyak N koefisien yang mesti dihitung, maka secara keseluruhan ada N^2 perkalian kompleks dan $N(N - 1)$ penjumlahan bilangan kompleks.
2. Untuk setiap bilangan kompleks dalam bentuk $(a + jb)$, maka operasi perkalian antara dua bilangan kompleks dalam bentuk ini akan membutuhkan 4 buah operasi perkalian dalam bilangan riil. Sementara itu, operasi penjumlahan kompleks dalam bentuk ini akan membutuhkan 2 buah operasi penjumlahan bilangan riil.
3. Oleh karena itu, untuk mendapatkan N koefisien DFT, kompleksitas algoritma perhitungan DFT membutuhkan sebanyak $4N^2$ operasi perkalian bilangan riil dan $2N(N - 1)$ operasi penjumlahan bilangan riil.

Untuk meningkatkan akurasi perhitungan DFT ini, maka penambahan jumlah sampel (N) akan mengakibatkan peningkatan kompleksitas perhitungan secara eksponensial. Akibatnya, waktu perhitungan pun akan semakin meningkat pula. Oleh karena itu, perlu dipikirkan cara untuk menghitung koefisien-koefisien ini secara lebih efisien dengan waktu proses yang lebih singkat. Percepatan proses penghitungan koefisien DFT/IDFT memanfaatkan dua hal:

1. Simetri konjugat:

$$e^{-jk\left(\frac{2\pi}{N}\right)(N-n)} = e^{-jk\left(\frac{2\pi}{N}\right)n}$$

2. Sifat periodik dalam n dan k yang diberikan oleh persamaan (16).

Algoritma cepat perhitungan DFT, atau yang sering kita kenal sebagai *Fast Fourier Transform* (FFT), memanfaatkan sifat simetri dan periodik DFT/IDFT. Selain itu, algoritma ini berfokus pada kasus khusus ketika N bernilai 2^m . Metode perhitungannya menggunakan prinsip *divide et impera*, yaitu dengan cara memecah

sinyal $x[n]$ ke dalam dua barisan dengan panjang masing-masing $N/2$. Atau dengan kata lain:

$$X[k] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-jk\left(\frac{2\pi}{N}\right)n} = \frac{1}{N} \sum_{n \text{ even}}^{N-1} x[n] e^{-jk\left(\frac{2\pi}{N}\right)n} + \frac{1}{N} \sum_{n \text{ odd}}^{N-1} x[n] e^{-jk\left(\frac{2\pi}{N}\right)n} \quad (18)$$

Untuk nilai genap, kita bisa gunakan $n = 2r$ sementara untuk nilai yang ganjil kita gunakan $n = 2r + 1$. Dari sini kita bisa mendapatkan :

$$X[k] = \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N/2-1} x[2r] e^{-jk\left(\frac{2\pi}{N}\right)2r} + \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N/2-1} x[2r + 1] e^{-jk\left(\frac{2\pi}{N}\right)(2r+1)} \quad (19)$$

Untuk penulisan yang lebih ringkas, kita bisa menggunakan notasi

$$W_N = e^{-j\left(\frac{2\pi}{N}\right)}$$

sehingga persamaan terakhir bisa kita tulis sebagai

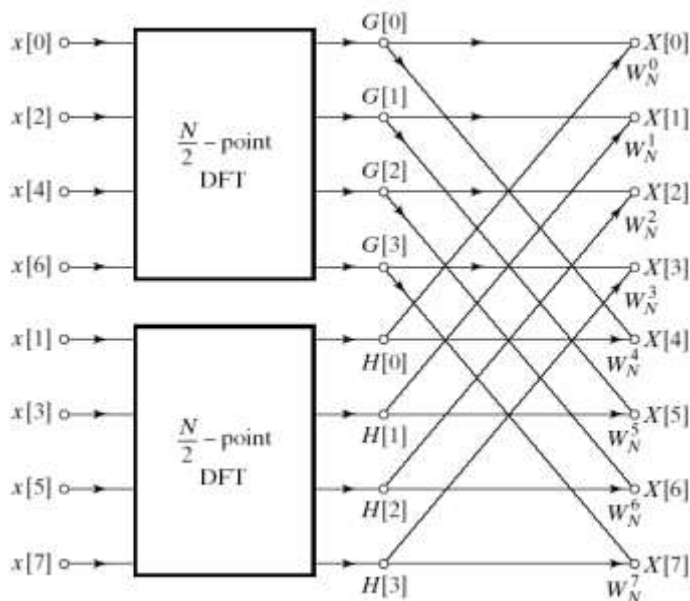
$$\begin{aligned} X[k] &= \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N/2-1} x[2r] W_N^{2rk} + \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N/2-1} x[2r + 1] W_N^{(2r+1)k} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N/2-1} x[2r] W_{N/2}^{rk} + \frac{1}{N} W_N^k \sum_{r=0}^{N/2-1} x[2r + 1] W_{N/2}^{rk} \end{aligned}$$

yang bisa dituliskan secara lebih ringkas sebagai

$$X[k] = G[k] + W_N^k H[k] \quad (20)$$

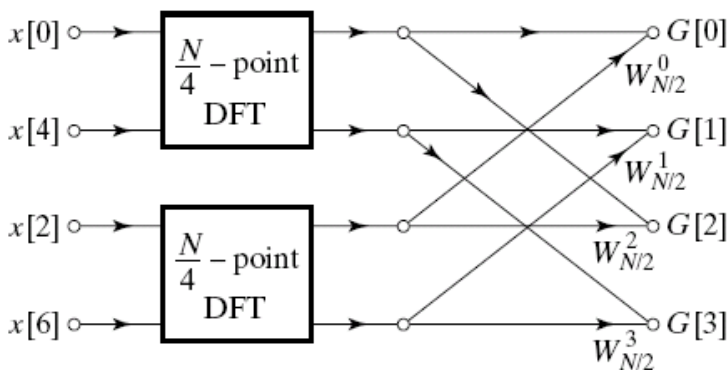
dengan $G[k]$ dan $H[k]$ adalah DFT $\frac{N}{2}$ titik dari masing-masing bagian barisan bilangan. Selanjutnya, perhitungan untuk $G[k]$ dan $H[k]$ bisa ‘dipecah’ dengan cara yang sama. Metode ini dikenal dengan istilah algoritma FFT *decimation in time*. Sebagai ilustrasi, contoh tahapan perhitungan FFT 8-titik diberikan dalam beberapa tahapan gambar alur sinyal berikut.

Pertama, gambar 4.6 memberikan alur sinyal proses pemecahan barisan bilangan $x[n]$ ke dalam dua kelompok besar, yaitu yang memiliki indeks genap dan ganjil. Keluaran akhir dari FFT 8-titik ini diberikan di bagian kanan gambar 4.6 yang merupakan keluaran dari persamaan (20).



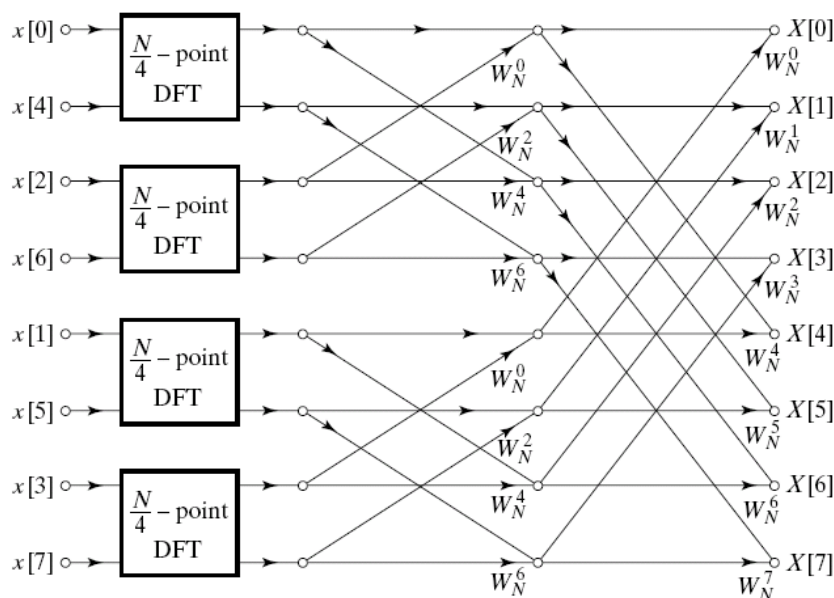
Gambar 4.6. Tahapan *decimation-in-time* algoritma FFT

Pada tahapan berikutnya, kita akan bergerak mundur untuk ‘memecah-belah’ barisan bilangan $G[k], k = 1, 2, 3, 4$ dengan cara yang sama. Ini diilustrasikan pada Gambar 4.7. Hal serupa juga dilakukan untuk barisan bilangan $H[k]$.



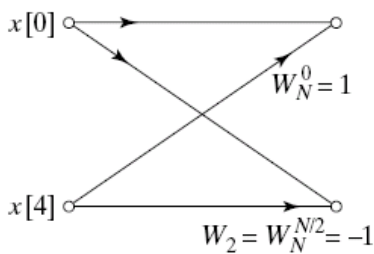
Gambar 4.7. Tahapan pemecahan $G[k]$

Dari dua tahap proses *decimation-in-time* ini, maka kita mendapatkan keseluruhan prosesnya berjalan mundur seperti diilustrasikan pada Gambar 4.8.



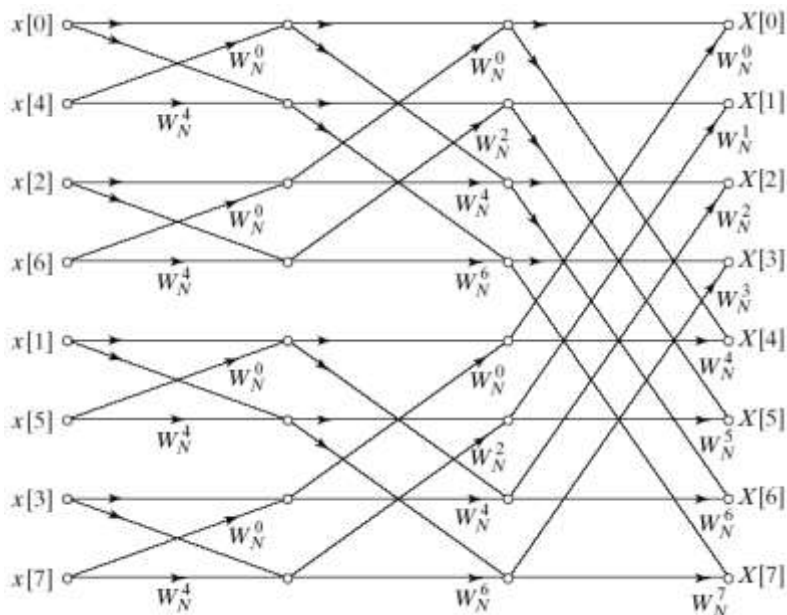
Gambar 4.8. Dua tahap proses *decimation-in-time*

Untuk FFT 8-titik ini, setelah dua tahap *decimation-in-time*, kita masih menyisakan lagi satu tahap proses yang sama untuk DFT 2-titik (lihat di bagian kiri gambar 4.8). Tahapan ini secara ringkas bisa diberikan oleh gambar 4.9.



Gambar 4.9. Tahapan terakhir proses *decimation-in-time*

Dari sini maka kita bisa gambarkan keseluruhan alur sinyal untuk proses FFT 8-titik sebagaimana diberikan pada **Error! Reference source not found.** di bawah ini:



Gambar 4.10. Gambar akhir alur sinyal FFT 8-titik

Penggunaan tahapan perhitungan DFT menggunakan algoritma FFT sebagaimana diilustrasikan pada **Error! Reference source not found.** secara drastis menurunkan tingkat kompleksitas perhitungannya; sebagai contoh, kompleksitas akhir proses FFT dengan metode *decimation-in-time* akan memberikan kita sebanyak $\left(\frac{N}{2} \log_2 N\right)$ perkalian dan penjumlahan kompleks.

4.7 Penutup

Transformasi Fourier Diskrit (DFT) dan algoritma *Fast Fourier Transform* (FFT) adalah komponen penting dalam analisis dan pengolahan sinyal. DFT memberikan wawasan tentang komponen frekuensi dalam sinyal diskrit, sementara FFT menghadirkan metode yang efisien untuk menghitung DFT. Keduanya memiliki karakteristik unik dan ketersediaan implementasi pustaka FFT yang efisien juga telah mendorong

penggunaannya yang luas dalam berbagai aplikasi teknologi dan ilmu pengetahuan, termasuk di antaranya, tapi tidak terbatas pada, analisis frekuensi, *filtering*, deteksi pola, dan banyak hal lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

- Philip D. Cha and John I. Molinder. 2007. *Fundamentals of Signals and Systems: A Building Block Approach*. Cambridge University Press.
- Smith, S.W. 1999. *The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing*, California Technical Publishing.

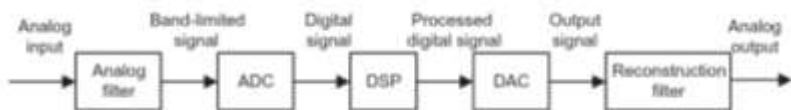
BAB 5

KONSEP PENCUPLIKAN SINYAL

Oleh Johni S Pasaribu

5.1 Pendahuluan

Pada pengolahan sinyal digital yang menggunakan input berupa sinyal analog perlu proses awal yang bernama digitalisasi melalui perangkat yang bernama *analog-to-digital conversion* (ADC), dimana sinyal analog melalui proses sampling, kuantisasi dan pengkodean (John G. Proakis, 2006; Tan, L., & Jiang, 2013). Demikian juga output dari pemrosesan sinyal digital (DSP) harus melalui perangkat *digital-to-analog conversion* (DAC) agar outputnya kembali menjadi bentuk analog. Ini bisa kita amati pada perangkat seperti PC, digital sound system, dsb. Secara sederhana bentuk diagram blok dari pengolahan sinyal dapat dilihat pada gambar 5.1.



Gambar 5.1. Skema pemrosesan sinyal digital (DSP)
(Sumber : (Tan, L., & Jiang, 2013))

Gambar 6.1 menjelaskan diagram blok dari sistem pemrosesan sinyal digital (DSP). Filter analog memproses input sinyal analog untuk mendapatkan *band-limited signal*, kemudian dikirim ke konversi analog-ke-digital (ADC). Unit ADC mengambil sampel sinyal analog, mengkuantisasi sinyal sampel, dan mengkodekan level sinyal terkuantisasi ke sinyal digital.

5.2 Sinyal analog vs sinyal digital

Kebanyakan sinyal di alam ini dalam bentuk analog. Sinyal analog adalah sinyal data dalam bentuk gelombang yang kontinu, yang membawa informasi dengan mengubah karakteristik

gelombang. Sinyal digital merupakan sinyal data dalam bentuk pulsa yang dapat mengalami perubahan yang tiba-tiba dan mempunyai besaran 0 dan 1.



Gambar 5.2. Sinyal analog vs sinyal digital

Semua sinyal dalam pengolahan sinyal dapat didekati dengan model dasar sinyal sinus. Suatu sinyal sinusoidal analog/kontinu dapat dinyatakan dengan persamaan matematik:

$$x(t) = A \sin(2\pi ft + \theta) \text{ atau } x(t) = A \sin(\Omega t + \theta)$$

dimana:

t adalah waktu (detik)

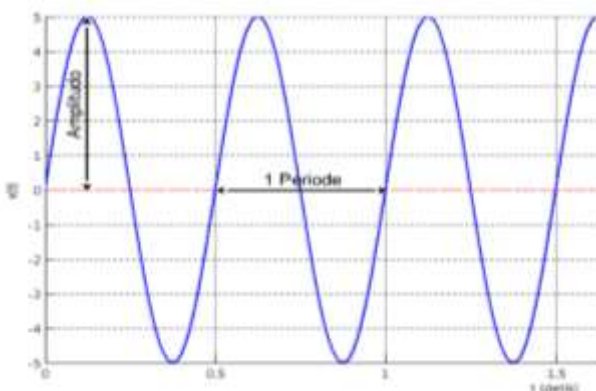
A adalah amplitudo (berupa tegangan, arus, atau besaran amplitudo lainnya)

Ω adalah frekuensi angular (rad/s); $\Omega = 2\pi f$

f adalah frekuensi (Hz); $f = 1/T$ (T adalah periode)

θ adalah fase (derajat atau rad). Jika θ tidak nol maka sinyal akan bergeser sebesar θ / Ω detik.

Bentuk sinyalnya $x(t) = 5 \sin(4\pi t)$ dapat dilihat pada gambar berikut:



$$x(t) = 5 \sin(4\pi t)$$

$$x(t) = 5 \sin(2\pi 2t)$$

Dari sinyal diatas dapat diperoleh:

Frekuensi (f) = 2 Hz

Frekuensi angular(Ω) = $2\pi \cdot f = 4\pi$ rad/sec

Amplitudo = 5

Periode = $\frac{1}{f} = \frac{1}{2} = 0,5$ detik

Sinyal sinusoidal diskrit dapat ditulis secara matematik sebagai berikut:

$$x(n) = A \sin(\omega n + \theta)$$

atau

$$x(n) = A \sin(2\pi f n + \theta)$$

dimana

Frekuensi digital $\omega \rightarrow$ radian/sampling

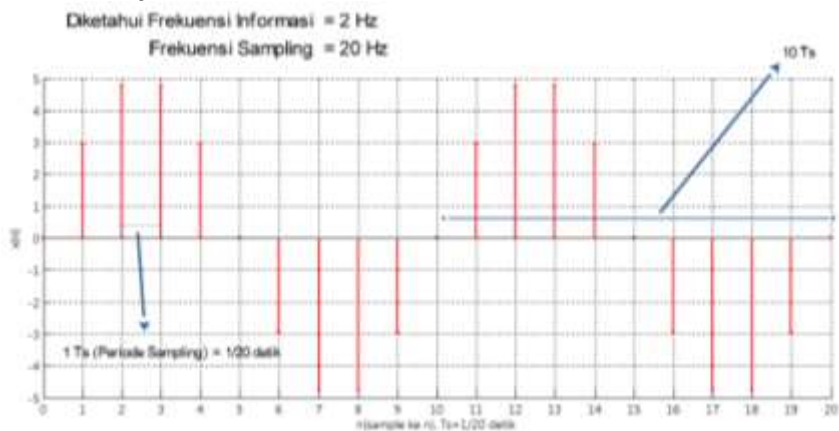
$$f = \frac{F}{F_s} \rightarrow \text{siklus/sampling}$$

F $\rightarrow$ Frekuensi Sinyal Informasi (Frekuensi sinyal analog)

$F_s \rightarrow$ Frekuensi sampling atau sampling rate (sample/detik)

$$T_s = \frac{1}{F_s} \rightarrow \text{periode sampling atau waktu sampling}$$

Bentuk sinyal diskrit $x(n) = 5 \sin(0.2\pi n)$:



$$x(n) = 5 \sin(0.2\pi n)$$

$$x(n) = 5 \sin\left(2\pi \frac{2}{20} n\right)$$

Sehingga diperoleh: $\omega = 0.2\pi$ rad/sampling

$$f = \frac{2}{20} = 0.1 \text{ siklus/sampling} \rightarrow 10 \text{ waktu sampling/siklus}$$

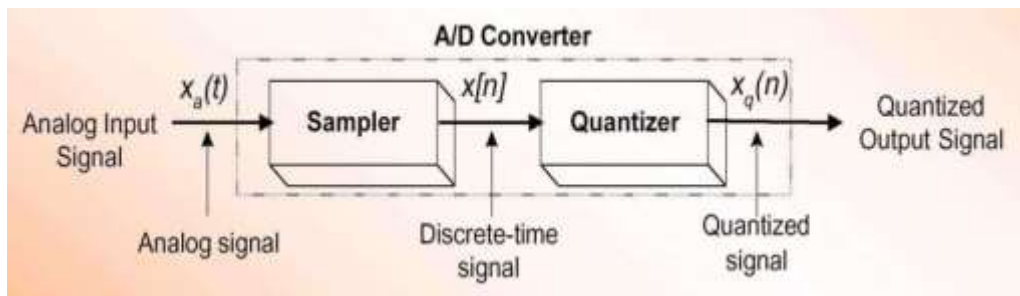
5.3 Konversi analog ke digital (A/D)

Sinyal analog atau digital waktu kontinu didefinisikan setiap saat. Di sisi lain, sinyal analog atau digital waktu-diskrit ditentukan hanya pada beberapa waktu tertentu. Misalkan sinyal $g(t)$ menjadi sinyal waktu kontinu dengan bandwidth $2\pi B$ rad/s (B Hz).

Konversi analog ke digital (A/D) pada dasarnya adalah proses 2 langkah (Ghalib, 2020):

1. Pengambilan sampel
 - a. Mengubah sinyal analog waktu kontinu $x_a(t)$ menjadi sinyal nilai kontinu waktu diskrit $x(n)$.
 - b. Diperoleh dengan mengambil "sampel" dari $x_a(t)$ pada interval waktu diskrit, T_s
2. Kuantisasi
 - a. Mengonversi sinyal bernilai kontinu waktu diskrit menjadi sinyal bernilai diskrit waktu diskrit.

Langkah-langkah konversi A/D ini ditunjukkan pada Gambar 5.3.

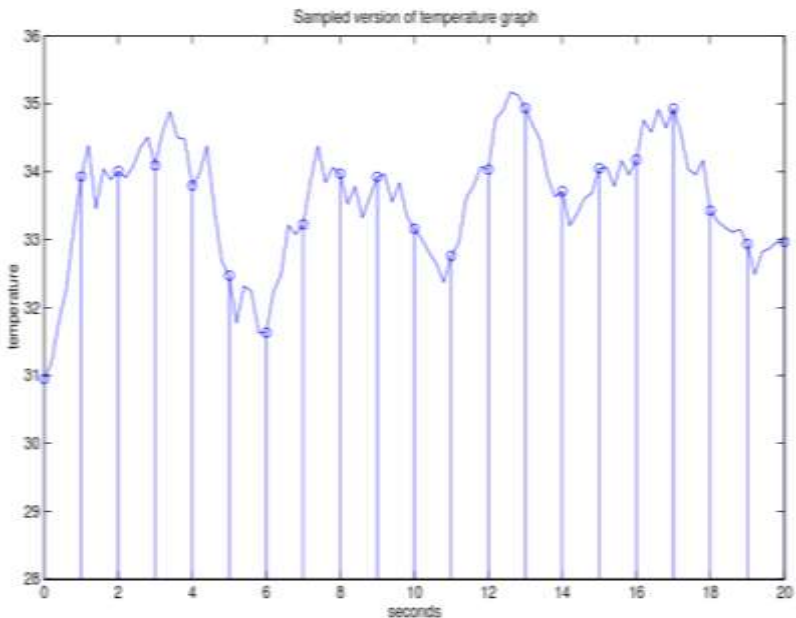


Gambar 5.3. Langkah-langkah dasar ADC
(Sumber : (Ghalib, 2020))

5.3.1 Pencuplikan (sampling) sinyal kontinu

Gambar 5.4 menunjukkan sebuah sinyal analog beserta beberapa sampel sinyalnya. Sampel yang ditampilkan memiliki jarak yang sama dan hanya memilih nilai sinyal analog pada waktu yang tepat (ditentukan). Jika T menunjukkan interval waktu antara sampel, maka waktu di mana kita mendapatkan sampel diberikan

oleh nT dimana $n = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$ Jadi, sinyal waktu diskrit (sampel) $x[n]$ dihubungkan dengan sinyal waktu kontinu adalah $x[n] = x(nT)$.



Gambar 5.4. Sampling sinyal analog
(Sumber : (Kulkarni, 2002))

Jika satu sampel diambil setiap T detik, maka frekuensi samplingnya adalah $f_s = \frac{1}{T}$ Hz. Frekuensi pengambilan sampel juga dapat dinyatakan dalam radian, dilambangkan dengan ω_s . Jelas, $\omega_s = 2\pi f_s = \frac{2\pi}{T} \frac{\text{rad}}{\text{sampling}}$.

Pengambilan sampel secara periodik atau seragam, urutan sampel $[n]$ diperoleh dari sinyal analog waktu kontinu $x_a[t]$ dengan mengambil nilai pada waktu yang berjarak sama. T adalah interval waktu tetap antara sampel, dikenal sebagai periode sampling.

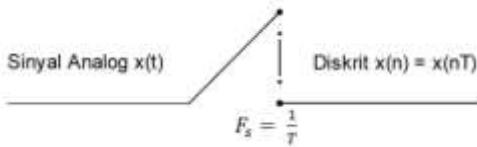
$x(n) = x(t)|_{t=nT} = x_a(nT)$, untuk $-\infty < n < \infty$ ($n = \text{integer}$)

Dimana:

$x(t)$ = sinyal analog

$x(n)$ = sinyal waktu diskrit

$x_a(nT)$ = sinyal analog yang disampling setiap periode T



T = Waktu Sampling, $F_s = \frac{1}{T} \rightarrow$ sampling rate atau $\left(\frac{\text{sampling}}{\text{detik}}\right)$

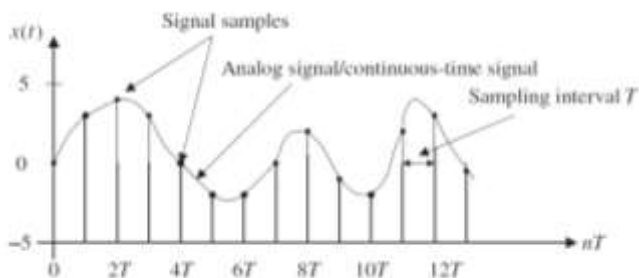
Kebalikan T yaitu F_s disebut frekuensi sampling (siklus per detik atau Hz) atau laju sampling (sampel per detik).

Misalkan sampling period: $T = 125 \mu s$, maka sampling rate: $F_s = \frac{1}{125 \mu s} = 8.000$ samples per second (Hz).

Sampling adalah proses mengubah sinyal analog waktu kontinu, $x_a(t)$, menjadi sinyal waktu diskrit dengan mengambil "sampel" pada interval waktu diskrit.

1. Sampling sinyal analog membuatnya diskrit dalam waktu tetapi masih bernilai kontinu.
2. Jika dilakukan dengan benar (teorema Nyquist terpenuhi), pengambilan sampel tidak menimbulkan distorsi.

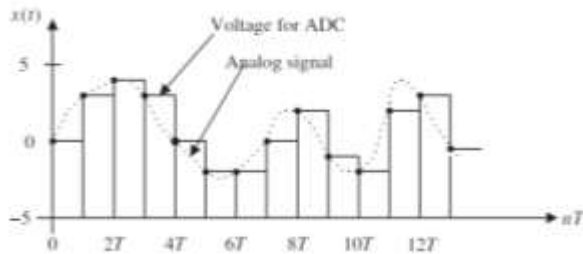
Gambar 5.5 menunjukkan sinyal analog (waktu kontinu) (garis padat) yang ditentukan pada setiap titik sepanjang sumbu waktu dan sumbu amplitudo. Oleh karena itu, sinyal analog mengandung jumlah titik yang tak terhingga.



Gambar 5.5. Tampilan sinyal analog (kontinu) dan sampel digital versus waktu instan pengambilan sampel
(Sumber : (Tan, L., & Jiang, 2013))

Tidak mungkin untuk mendigitalkan jumlah titik yang tak terbatas. Selain itu, titik tak terbatas tidak dapat diproses

oleh prosesor sinyal digital atau komputer, karena membutuhkan jumlah memori yang tak terbatas dan daya pemrosesan yang tak terbatas untuk komputasi. Sampling dapat memecahkan masalah seperti itu dengan mengambil sampel pada interval waktu yang tetap, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 5.5 dan Gambar 5.6 dimana waktu T mewakili interval sampling. Seperti yang ditunjukkan pada Gambar 5.6, setiap sampel mempertahankan level tegangannya selama interval pengambilan sampel T untuk memberikan waktu yang cukup bagi ADC untuk mengubahnya. Proses ini disebut sample and hold.



Gambar 5.6. Tegangan analog sample and hold untuk ADC
(Sumber : (Tan, L., & Jiang, 2013))

3. Jika sinyal berubah perlahan, maka lebih sedikit sampel per detik yang diperlukan daripada jika bentuk gelombang berubah dengan cepat. Jadi, tingkat pengambilan sampel yang optimal tergantung pada komponen frekuensi maksimum yang ada dalam sinyal.

5.3.2 Teorema sampling Nyquist atau kriteria Nyquist

Jika sinyal analog tidak diambil sampelnya dengan tepat, aliasing akan terjadi, yang menyebabkan sinyal yang tidak diinginkan pada pita frekuensi yang diinginkan (jika pengambilan sampel dilakukan pada kecepatan yang sesuai, tidak ada info yang hilang tentang sinyal asli dan dapat direkonstruksi dengan benar nanti). Teorema pengambilan sampel (sampling) menjamin bahwa sinyal analog secara teori dapat dipulihkan dengan sempurna selama laju pengambilan sampel setidaknya dua kali lebih besar dari

komponen frekuensi tertinggi dari sinyal analog yang akan dijadikan sampel. Kondisi tersebut digambarkan sebagai,

$$f_s \geq 2 f_{maks}$$

dimana, f_{maks} adalah komponen frekuensi maksimum dari sinyal analog yang akan diambil sampelnya. Misalnya, untuk mengambil sampel sinyal percakapan yang mengandung frekuensi hingga 4 kHz, laju sampel minimum paling sedikit 8 kHz, atau 8.000 sampel per detik; untuk mengambil sampel sinyal audio yang memiliki frekuensi hingga 20 kHz, diperlukan setidaknya 40.000 sampel per detik, atau 40 kHz dari sinyal audio.

T_s disebut interval Nyquist: ini adalah interval waktu terpanjang yang dapat digunakan untuk pengambilan sampel pada sinyal terbatas dan memungkinkan rekonstruksi sinyal pada penerima tanpa distorsi.

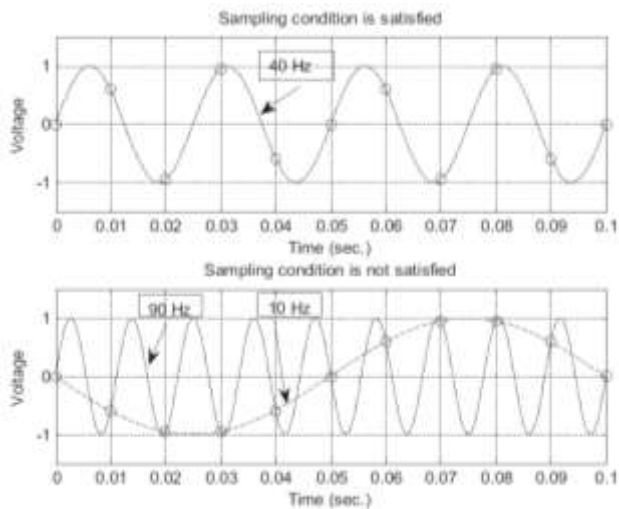
Contoh 5.1: Temukan frekuensi Nyquist dan interval Nyquist dari sinyal berikut:

1. Sinyal percakapan yang mengandung frekuensi hingga 4 khz
2. Sinyal audio yang memiliki frekuensi hingga 20 kHz

Solusi

1. Untuk mengambil sampel sinyal percakapan yang mengandung frekuensi hingga 4 khz, kecepatan Nyquist (kecepatan pengambilan sampel minimum f_s) dipilih setidaknya 8 khz, atau 8.000 sampel per detik ($f_s = 2f_m$) dan interval Nyquist (interval waktu maksimum T_s) adalah $\frac{1}{f_s} = \frac{1}{8 \text{ kHz}} = 0,125 \text{ ms}$.
2. Untuk mengambil sampel sinyal audio yang memiliki frekuensi hingga 20 kHz, diperlukan setidaknya 40.000 sampel per detik, atau 40 kHz dari sinyal audio dan interval Nyquist (interval waktu maksimum T_s) adalah $\frac{1}{f_s} = \frac{1}{40 \text{ kHz}} = 25 \mu\text{s}$.

Gambar 5.7 menunjukkan pengambilan sampel dari dua sinusoidal, di mana interval pengambilan sampel antara titik sampel adalah T 0.01 detik, dan kecepatan pengambilan sampel adalah f_s 100 Hz. Plot pertama pada gambar menampilkan gelombang sinus dengan frekuensi 40 Hz dan amplitudo sampelnya. Kondisi teorema sampling terpenuhi karena $f_s \geq 2f_{\max}$ (80 Hz). Amplitudo sampel diberi label menggunakan lingkaran yang ditunjukkan pada plot pertama.



Gambar 5.7. Plot sinyal sampel yang tepat dan sinyal sampel (alias) yang tidak tepat
(Sumber : (Tan, L., & Jiang, 2013))

Dari Gambar 5.7 terlihat bahwa sinyal 40-Hz diambil sampelnya secara memadai, karena nilai sampel jelas berasal dari gelombang sinus 40-Hz. Namun berbeda yang ditunjukkan pada plot kedua, gelombang sinus dengan frekuensi 90 Hz diambil sampelnya pada 100 Hz. Karena laju pengambilan sampel 100 Hz relatif rendah dibandingkan dengan gelombang sinus 90 Hz, sinyalnya kurang sampel karena $2f_{\max} = 180 > f_s$ (seharusnya $f_s \geq 2f_{\max}$). Oleh karena itu, kondisi teorema sampling tidak terpenuhi. Berdasarkan amplitudo sampel yang diberi label dengan lingkaran pada plot kedua, kita tidak dapat mengetahui apakah sinyal sampel berasal dari sampling gelombang sinus 90 Hz (diplot menggunakan

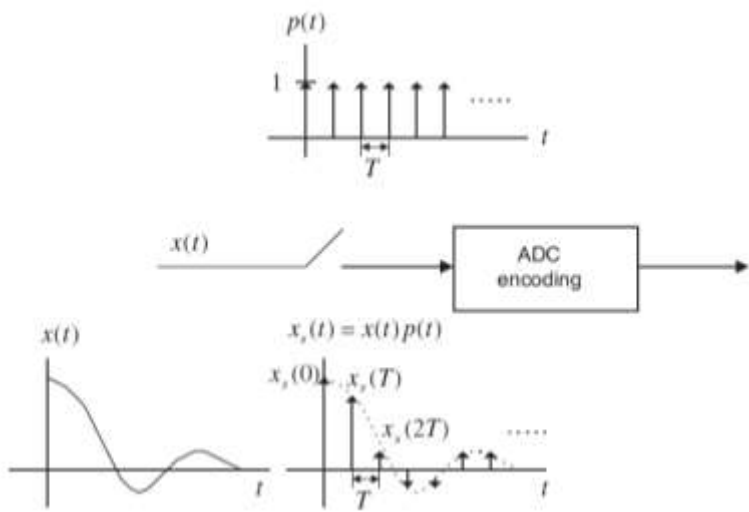
garis padat) atau dari sampling gelombang sinus 10 Hz (diplot menggunakan garis putus-putus), tidak dapat dibedakan. Jadi kedua sinyal tersebut adalah alias satu sama lain. Dapat disebutkan gelombang sinus 10-Hz sebagai derau (noise) alias dalam kasus ini, karena amplitudo sampel sebenarnya berasal dari pengambilan sampel gelombang sinus 90-Hz.

5.3.3 Spektrum sinyal sampel

Gambar 5.8 menggambarkan sinyal sampel $x_s(t)$ yang diperoleh dengan mengambil sampel sinyal kontinu $x(t)$ pada laju sampling sampel f_s per detik. Secara matematis, proses ini dapat ditulis sebagai produk dari sinyal kontinu dan pulsa sampling (pulse train):

$$x_s(t) = x(t) p(t)$$

Dimana, $p(t)$ adalah rangkaian pulsa dengan periode $T = \frac{1}{f_s}$.

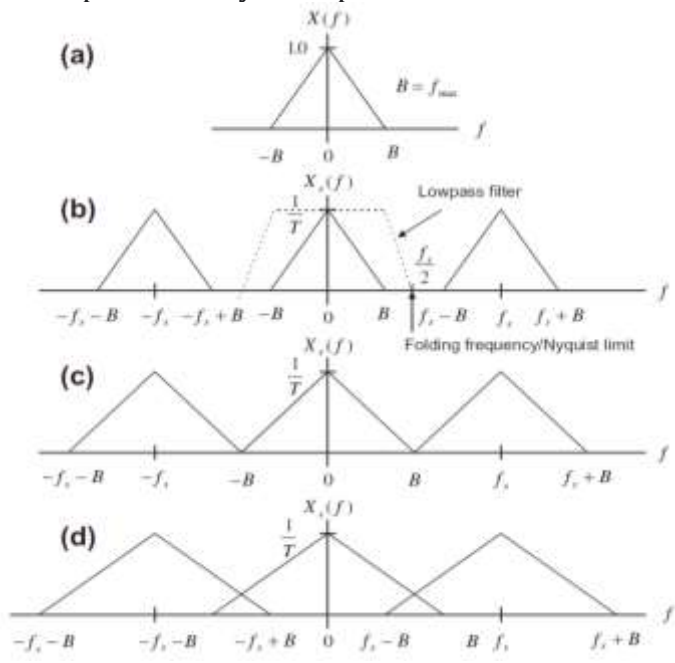


Gambar 5.8. Proses pengambilan sampel yang disederhanakan
(Sumber : (Tan, L., & Jiang, 2013))

Dari analisis spektral yang ditunjukkan pada Gambar 5.9, jelas bahwa spektrum sinyal sampel terdiri dari spektrum pita dasar berskala yang berpusat pada titik asal dan replikanya berpusat pada

frekuensi $\pm nf_s (\pm \frac{n}{T_s})$ (kelipatan laju sampling) untuk setiap $n = 1, 2, 3, \dots$

Pada Gambar 5.9, tiga kemungkinan sketsa: spektrum sinyal asli $X(f)$ diplot pada Gambar 5.9(a), spektrum sinyal sampel diplot pada Gambar 5.9(b), di mana replika memiliki pemisahan di antara mereka. Pada Gambar 5.9(c), spektrum pita dasar dan repliknya baru saja terhubung. Pada Gambar 5.9(d), spektrum asli dan repliknya tumpang tindih; yaitu, ada banyak bagian yang tumpang tindih dalam spektrum sinyal sampel.

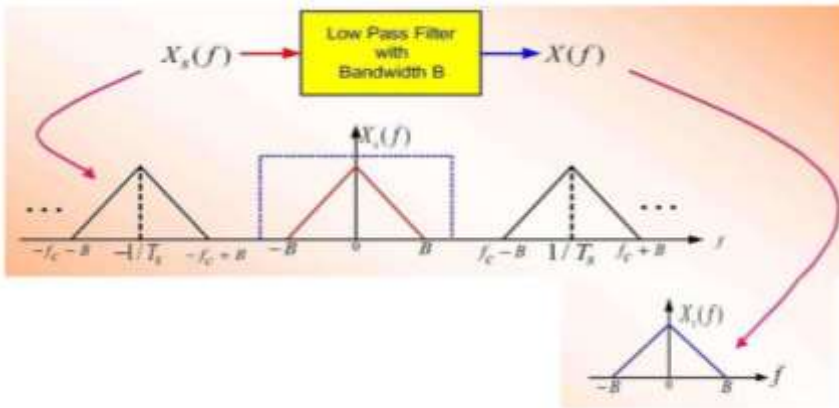


Gambar 5.9. Plot spektrum sinyal sampel
(Sumber : (Tan, L., & Jiang, 2013))

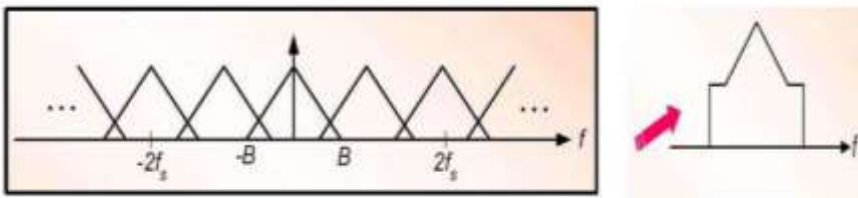
Jika menerapkan filter rekonstruksi lowpass untuk mendapatkan rekonstruksi yang tepat dari spektrum sinyal asli,

1. Selama $f_s > 2B$, tidak ada tumpang tindih pengulangan replika $X(f - \frac{n}{T_s})$ yang akan terjadi di $X_s(f)$. Oleh karena itu, sinyal pada keluaran filter akan menjadi spektrum sinyal asli tanpa distorsi seperti yang ditunjukkan pada Gambar 6.10.

2. Jika bentuk gelombangnya kurang sampel (yaitu $f_s < 2B$), maka akan ada tumpang tindih spektral dalam sinyal sampel. Oleh karena itu, sinyal pada keluaran filter akan berbeda dari spektrum sinyal asli seperti yang ditunjukkan pada Gambar 5.11 [Ini adalah hasil aliasing].
3. Ini menyiratkan bahwa setiap kali kondisi pengambilan sampel tidak terpenuhi, dihasilkan tumpang tindih replika spektral yang tidak dapat diubah.



Gambar 5.10. Filter output daya jika $f_s > 2B$
(Sumber : (Ghalib, 2020))



Gambar 5.11. Filter output daya jika $f_s < 2B$
(Sumber : (Ghalib, 2020))

Contoh 5.2:

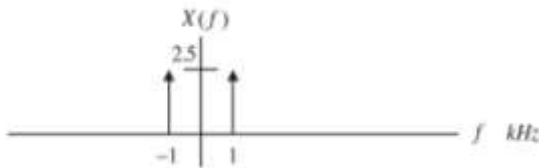
Misalkan sinyal analog diberikan sebagai $x(t) = 5 \cos(2\pi \cdot 1000t)$, untuk $t > 0$, dan diambil sampelnya pada laju 8.000 Hz.

1. Sketsa spektrum untuk sinyal asli.
2. Buat sketsa spektrum untuk sinyal sampel dari 0 hingga 20 kHz.

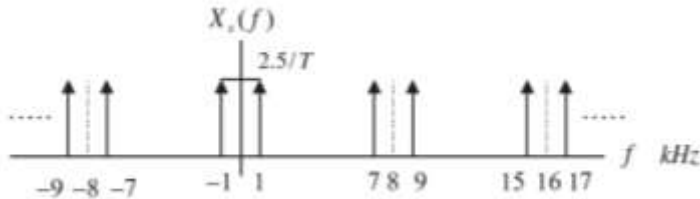
Solusi:

1. Karena sinyal analog adalah sinusoidal dengan nilai puncak 5 dan frekuensi 1.000 Hz, gelombang sinus dapat dituliskan menggunakan identitas Euler:

$$5 \cos(2\pi \times 1000t) = 5 \cdot \left(\frac{e^{j2\pi \times 1000t} + e^{-j2\pi \times 1000t}}{2} \right) = 2.5e^{j2\pi \times 1000t} + 2.5e^{-j2\pi \times 1000t}$$



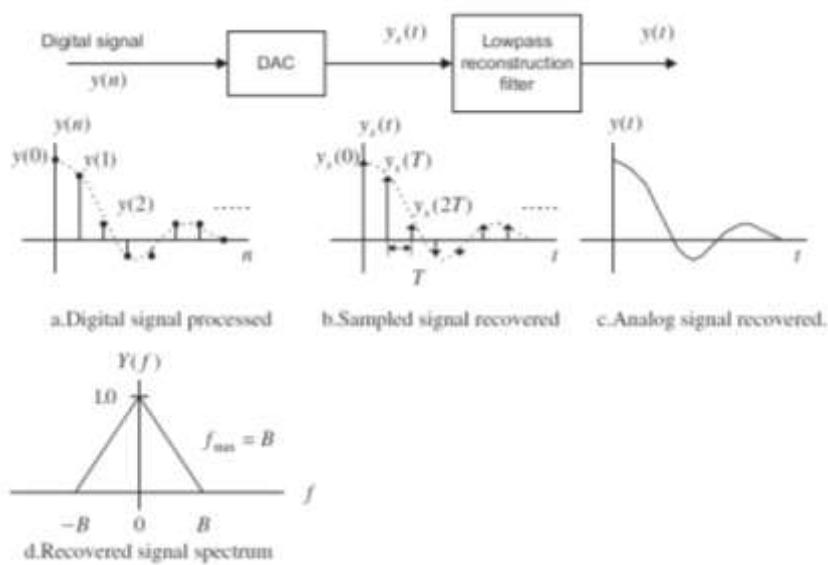
2. Setelah sinyal analog diambil sampelnya pada laju 8.000 Hz, spektrum sinyal sampel dan replikanya dipusatkan pada frekuensi $\pm nf_s$, masing-masing dengan skala amplitude $\frac{2.5}{T}$, seperti yang ditunjukkan pada Gambar di bawah ini.



Perhatikan bahwa spektrum sinyal sampel berisi gambar spektrum asli; bahwa gambar berulang pada kelipatan frekuensi sampling f_s (untuk contoh: 8 kHz, 16 kHz, 24 kHz, . . .); dan bahwa semua gambar harus dihapus, karena tidak memberikan informasi tambahan.

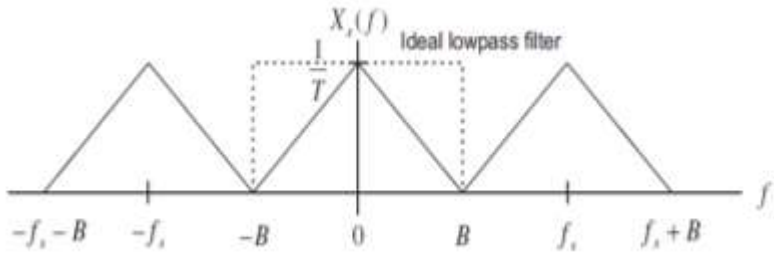
5.4 Rekonstruksi Sinyal

Dua langkah sederhana terlihat pada Gambar 5.12. Pertama, data yang diproses secara digital $y(n)$ diubah menjadi rangkaian impuls ideal $y_s(t)$, di mana setiap impuls memiliki amplitudo sebanding dengan output digital $y(n)$, dan dua impuls berurutan dipisahkan oleh periode sampling T ; kedua, filter rekonstruksi analog diterapkan pada sinyal sampel yang *recover* $y_s(t)$ untuk memperoleh sinyal analog yang *recover* kembali.



Gambar 5.12. Notasi sinyal pada tahap rekonstruksi
(Sumber : (Tan, L., & Jiang, 2013))

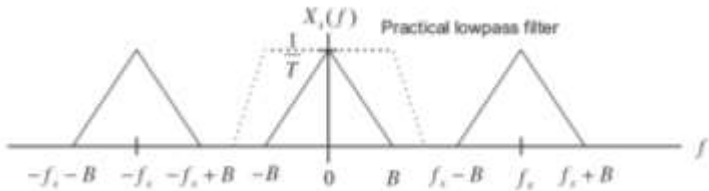
Tiga kasus berikut untuk *recover* spektrum sinyal asli:
Kasus 1: $f_s = 2f_{max}$: Frekuensi Nyquist sama dengan frekuensi maksimum sinyal analog $x(t)$, diperlukan filter rekonstruksi lowpass yang ideal untuk memulihkan spektrum sinyal analog. Ini adalah kasus yang tidak praktis. Ditunjukkan pada Gambar 5.13.



Gambar 5.13. Spektrum sinyal pada $f_s = 2f_{\max}$
(Sumber : (Tan, L., & Jiang, 2013))

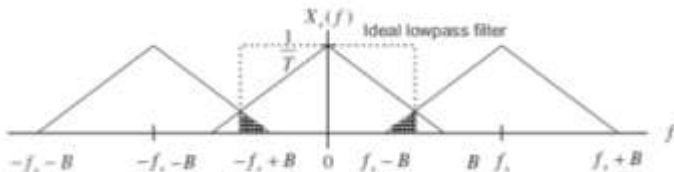
Kasus 2: $f_s > 2f_{\max}$: Dalam kasus ini, terdapat pemisahan antara tepi

frekuensi tertinggi spektrum pita dasar dan tepi bawah sinyal pertama. Oleh karena itu, filter rekonstruksi lowpass dapat dirancang untuk menolak semua gambar dan mencapai spektrum sinyal asli. Ditunjukkan pada Gambar 5.14.



Gambar 5.14. Spektrum sinyal pada $f_s > 2f_{\max}$
(Sumber : (Tan, L., & Jiang, 2013))

Kasus 3: $f_s < 2f_{\max}$: Ini adalah aliasing, di mana spektrum pita dasar yang dipulihkan mengalami distorsi spektral, yaitu berisi spektrum noise aliasing; dalam domain waktu, sinyal analog yang dipulihkan dapat terdiri dari frekuensi derau aliasing. Oleh karena itu, sinyal analog yang diperoleh kembali terdistorsi. Ditunjukkan pada Gambar 5.15.



Gambar 5.15. Spektrum sinyal pada $f_s < 2f_{\max}$
(Sumber : (Tan, L., & Jiang, 2013))

Contoh 5.3:

Misalkan terdapat sinyal analog berikut $x(t) = 5 \cos(2\pi \cdot 2000t) + 3 \cos(2\pi \cdot 3000t)$ untuk $t \geq 0$, dan diambil sampelnya pada laju 8.000 Hz.

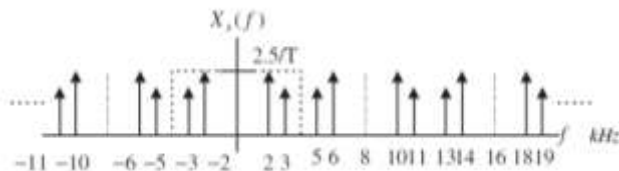
1. Buat sketsa spektrum sampel sinyal hingga 20 kHz.
2. Buat sketsa spektrum sinyal analog *recover* jika filter lowpass ideal dengan frekuensi cutoff 4 kHz digunakan untuk memfilter sinyal sampel ($y(n)=x(n)$ dalam kasus ini) untuk *recover* sinyal asli.

Solusi:

1. Menggunakan identitas Euler, kita dapatkan

$$x(t) = \frac{3}{2} e^{-j2\pi \cdot 3000t} + \frac{5}{2} e^{-j2\pi \cdot 2000t} + \frac{5}{2} e^{j2\pi \cdot 2000t} + \frac{3}{2} e^{j2\pi \cdot 3000t}$$

Spektrum amplitudo dua sisi untuk sinusoid (sinyal sampel) ditampilkan pada Gambar berikut:



2. Berdasarkan spektrum pada (a), kondisi teorema sampling terpenuhi; karenanya, untuk dapat memulihkan spektrum asli menggunakan filter lowpass rekonstruksi. Spektrum *recover* dengan frekuensi cutoff 4 kHz ditunjukkan pada Gambar berikut.



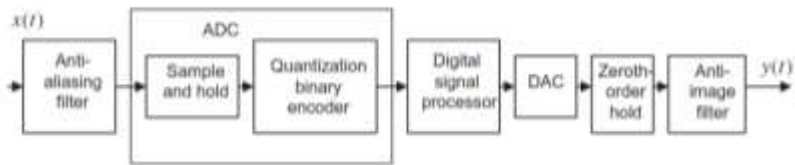
5.5 Kuantisasi

Kuantisasi adalah proses awal untuk merubah sinyal PAM menjadi susunan digit, dimana sinyal hasil sampling dihargakan pada tegangan pembanding terdekat. Selama proses ADC, amplitudo sinyal analog yang akan dikonversi memiliki ketepatan yang tak

terhingga. Amplitudo kontinu harus diubah menjadi data digital dengan presisi terbatas, yang disebut kuantisasi. Gambar 6.16 menunjukkan kuantisasi sebagai bagian dari ADC.

Ada beberapa cara untuk mengimplementasikan ADC. Yang paling umum adalah

1. Flash ADC
2. ADC perkiraan berturut-turut
3. Sigma-delta ADC.



Gambar 5.16. Diagram blok untuk sistem DSP
(Sumber : (Tan, L., & Jiang, 2013))

Selanjutnya fokus pada pengembangan kuantisasi. Proses mengubah tegangan analog dengan presisi tak terbatas menjadi presisi terbatas disebut proses kuantisasi. Misalnya, jika prosesor digital memiliki word 3-bit, amplitudo dapat diubah menjadi delapan level yang berbeda.

Sebuah quantizer unipolar menangani sinyal analog mulai dari 0 volt hingga tegangan referensi positif, dan quantizer bipolar menangani sinyal analog mulai dari referensi negatif hingga referensi positif. Notasi dan aturan umum untuk kuantisasi adalah sebagai berikut:

$$\Delta = \frac{(x_{\max} - x_{\min})}{L}$$

$$L = 2^m$$

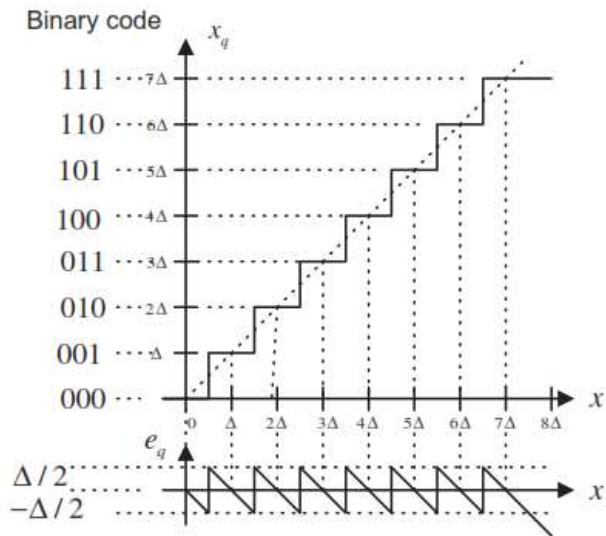
$$i = \text{round} \left(\frac{x - x_{\min}}{\Delta} \right)$$

$$x_q = x_{\min} + i\Delta \quad i = 0, 1, \dots, L - 1$$

dimana $x_{\max}$ dan $x_{\min}$ masing-masing adalah nilai maksimum dan nilai minimum dari sinyal input analog x . Simbol L menunjukkan jumlah tingkat kuantisasi yaitu $L = 2^m$, di mana m adalah jumlah bit yang digunakan dalam ADC. Simbol Δ adalah ukuran langkah dari quantizer atau resolusi ADC. Terakhir, x_q menunjukkan tingkat kuantisasi, dan i adalah indeks yang sesuai dengan kode biner.

Gambar 5.17 menggambarkan 3-bit unipolar quantizer dan kode biner yang sesuai. Dari Gambar 6.17, kita melihat bahwa $x_{\min} = 0$, $x_{\max} = 8\Delta$, dan $m = 3$. Menerapkan Persamaan $x_q = x_{\min} + i\Delta$, memberikan setiap tingkat kuantisasi sebagai berikut: $x_q = 0 + i\Delta$, $i = 0; 1; \dots; L-1$, dimana $L = 2^3 = 8$ dan i adalah bilangan bulat yang sesuai dengan kode biner 3-bit. Tabel 6.1 merinci kuantisasi untuk setiap subrentang sinyal input.

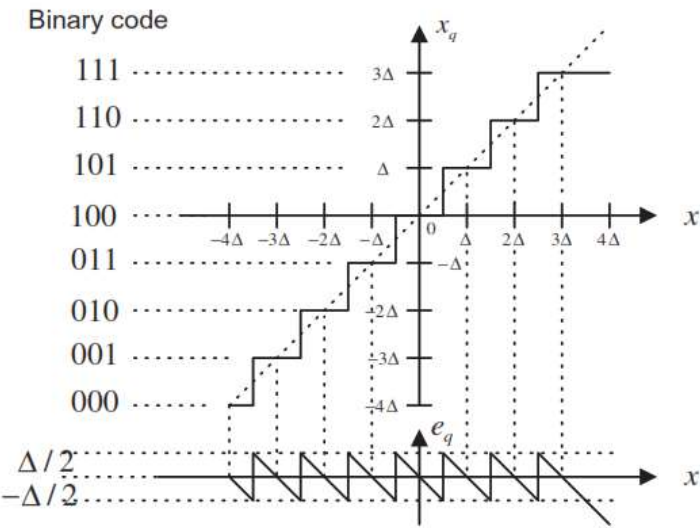
Demikian pula, quantizer bipolar 3-bit dan kode biner ditunjukkan pada Gambar 5.18, di mana kita memilikinya $x_{\min} = -4\Delta$, $x_{\max} = 4\Delta$, dan $m = 3$. Tabel kuantisasi yang sesuai diberikan pada Tabel 5.2.



Gambar 5.17. Karakteristik quantizer unipolar
(Sumber : (Tan, L., & Jiang, 2013))

Tabel 5.1. Tabel Kuantisasi untuk Quantizer Unipolar 3-Bit (step size= $\Delta = \frac{(x_{\max} - x_{\min})}{2^3}$, $x_{\max}$ = tegangan maksimum dan $x_{\min} = 0$)
(Sumber : (Tan, L., & Jiang, 2013))

Binary Code	Quantization Level x_q (V)	Input Signal Subrange (V)
000	0	$0 \leq x < 0.5\Delta$
001	Δ	$0.5\Delta \leq x < 1.5\Delta$
010	2Δ	$1.5\Delta \leq x < 2.5\Delta$
011	3Δ	$2.5\Delta \leq x < 3.5\Delta$
100	4Δ	$3.5\Delta \leq x < 4.5\Delta$
101	5Δ	$4.5\Delta \leq x < 5.5\Delta$
110	6Δ	$5.5\Delta \leq x < 6.5\Delta$
111	7Δ	$6.5\Delta \leq x < 7.5\Delta$



Gambar 5.18. Karakteristik quantizer bipolar
(Sumber : (Tan, L., & Jiang, 2013))

Tabel 5.2. Tabel Kuantisasi untuk Quantizer Bipolar 3-Bit (step size= $\Delta = \frac{(x_{\max} - x_{\min})}{2^3}$, $x_{\max}$ = tegangan maksimum dan $x_{\min} = -x_{\max}$) (Sumber : (Tan, L., & Jiang, 2013))

Binary Code	Quantization Level x_q (V)	Input Signal Subrange (V)
000	-4Δ	$0 \leq x < 0.5\Delta$
001	-3Δ	$0.5\Delta \leq x < 1.5\Delta$
010	-2Δ	$1.5\Delta \leq x < 2.5\Delta$
011	$-\Delta$	$2.5\Delta \leq x < 3.5\Delta$
100	0	$3.5\Delta \leq x < 4.5\Delta$
101	Δ	$4.5\Delta \leq x < 5.5\Delta$
110	2Δ	$5.5\Delta \leq x < 6.5\Delta$
111	3Δ	$6.5\Delta \leq x < 7.5\Delta$

Contoh 5.4:

Misalkan bahwa saluran ADC 3-bit menerima input analog mulai dari 0 hingga 5 volt, tentukan:

1. jumlah tingkat kuantisasi;
2. ukuran langkah quantizer atau resolusi;
3. tingkat kuantisasi ketika tegangan analog adalah 3.2 volt;
4. kode biner yang dihasilkan oleh ADC.

Solusi:

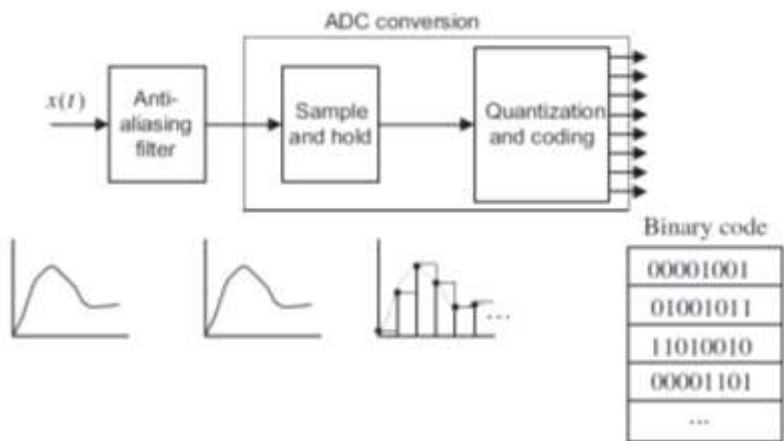
Karena kisarannya dari 0 hingga 5 volt dan ADC 3-bit digunakan, maka diperoleh $x_{\min} = 0$ volt; $x_{\max} = 5$ volt; dan $m = 3$ bit

1. Menggunakan Persamaan $L = 2^m$, diperoleh jumlah level kuantisasi: $L = 2^m = 2^3 = 8$
2. Menerapkan Persamaan $\Delta = \frac{(x_{\max} - x_{\min})}{L}$ sehingga $\Delta = \frac{5-0}{8} = 0.625$ volt
3. Bila $x = 3.2$ $\frac{\Delta}{0.625} = 5.12\Delta$, dari Persamaan $i = round\left(\frac{x-x_{\min}}{\Delta}\right)$, diperoleh $i = round\left(\frac{x-x_{\min}}{\Delta}\right) = round(5.12) = 5$

Dari Persamaan $x_q = x_{\min} + i\Delta$, tingkat kuantisasi adalah:

$$x_q = 0 + 5\Delta = 5 \times 0.625 = 3.125 \text{ volt}$$

4. Kode biner ditentukan sebagai 101, baik dari Gambar 5.17 maupun Tabel 5.1. Setelah mengkuantisasi sinyal input x , ADC menghasilkan kode biner, seperti yang diilustrasikan pada Gambar 5.19 berikut ini.



Gambar 5.19. Proses ADC
(Sumber : (Tan, L., & Jiang, 2013))

DAFTAR PUSTAKA

- Ghalib, A. H. & A. 2020. 'Signal Sampling and Reconstruction', in *Digital Signal Processing I*, pp. 7–14.
- John G. Proakis, D. G. M. 2006. *Digital Signal Processing: Principles, Algorithms and Applications*. Prentice-Hall International.
- Kulkarni, S. R. 2002. 'Sampling and Quantization', in *Introduction to Electrical Signals and Systems*, pp. 1–16.
- Tan, L., & Jiang, J. 2013. 'Signal Sampling and Quantization', in *Digital Signal Processing*, pp. 15–56. doi: 10.1016/b978-0-12-415893-1.00002-0.

BAB 6

INVERSI DENGAN FRAKSI PARSIAL

Oleh Ifan Wiranto

6.1 Inversi Transformasi-Z

Inversi Transformasi-Z didefinisikan sebagai proses menemukan sinyal domain waktu $x[n]$ dari suatu fungsi Transformasi-Z yaitu $X(z)$. Notasi untuk inversi Transformasi-Z dilambangkan dengan Z^{-1} . Oleh karena itu, sinyal $x[n]$ yang diperoleh dari inversi Transformasi-Z fungsi $X(z)$ dinyatakan sebagai,

$$x[n] = Z^{-1}[X(z)] \quad (6.1)$$

Berdasarkan definisi, inversi Transformasi-Z diperoleh dari sebuah formula integral kontur berikut,

$$Z^{-1}[X(z)] = \frac{1}{2\pi j} \oint_C X(z) z^{n-1} dz \quad (6.2)$$

dimana C adalah kontur lingkaran tertutup yang arahnya berlawanan arah jarum jam yang mengelilingi titik asal dan memiliki radius r . Nilai r harus dipilih sedemikian hingga kontur dari integrasi $|z| = r$ berada di dalam daerah konvergensi (*region of convergence (ROC)*). Integrasi yang diberikan dalam persamaan (6.2) adalah metode langsung untuk menemukan inversi Transformasi-Z. Ekspresi integral ini dapat diturunkan menggunakan teorema integral Cauchy dalam teorema peubah kompleks. (Mitra, 2010) Penyelesaian dengan menggunakan metode langsung ini mungkin merupakan tugas yang cukup rumit dan bisa membuat kesalahan. Oleh karena itu, metode tidak langsung digunakan untuk menemukan inversi Transformasi-Z. Pada bab ini akan membahas metode ekspansi fraksi parsial yang

merupakan salah satu metode tidak langsung untuk mendapatkan inversi Transformasi-Z.

6.2 Metode Ekspansi Fraksi Parsial

Metode ekspansi fraksi parsial didasarkan pada menemukan $x[n]$ dari fungsi $X(z)$, dimana kita menyatakan $X(z)$ sebagai jumlahan dari fungsi yang diketahui, yaitu fungsi-fungsi Transformasi-Z yang ada pada Tabel Transformasi-Z baku (Tabel 9.1.). Jadi $X(z)$ dapat kita nyatakan sebagai:

$$X(z) = \alpha_1 X_1(z) + \alpha_2 X_2(z) + \dots + \alpha_k X_k(z) \quad (6.3)$$

Sehingga diperoleh inversi Transformasi-Z adalah,

$$x[n] = \mathcal{Z}^{-1}[X(z)] = \alpha_1 \mathcal{Z}^{-1}[X_1(z)] + \alpha_2 \mathcal{Z}^{-1}[X_2(z)] + \dots + \alpha_k \mathcal{Z}^{-1}[X_k(z)] \quad (6.4)$$

dimana,

$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ adalah konstanta riil.

$X_1(z), X_2(z), \dots, X_k(z)$ adalah fungsi Transformasi-Z baku. (Proakis dan Manolakis, 2007).

Asumsikan $X(z)$ dalam bentuk polynomial rasional berikut,

$$X(z) = \frac{N(z)}{D(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_{M-1} z^{-(M-1)} + b_M z^{-M}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{N-1} z^{-(N-1)} + a_N z^{-N}} \quad (6.5)$$

Catatan bahwa jika $a_0 \neq 1$, kita dapat membagi pembilang dan penyebut dengan a_0 sehingga diperoleh persamaan (6.5). Fungsi rasional pada persamaan (6.5) dikatakan proper jika $a_N \neq 0$ dan $M < N$. Fungsi tersebut dikatakan improper jika $M \geq N$. Jika fungsi rasional adalah improper maka dapat dinyatakan sebagai penjumlahan dari polinomial dan fungsi rasional proper sebagai berikut,

$$X(z) = \frac{N(z)}{D(z)} = c_0 + c_1 z^{-1} + \dots + c_{M-N} z^{-(M-N)} + \frac{N_1(z)}{D(z)} \quad (6.6)$$

Ekspansi fraksi parsial dilakukan pada fungsi rasional proper.

Jika pembilang dan penyebut pada persamaan (6.5) kita kalikan z^N maka diperoleh,

$$X(z) = \frac{b_0 z^N + b_1 z^{N-1} + \dots + b_M z^{N-M}}{z^N + a_1 z^{N-1} + \dots + a_N} \quad (6.7)$$

Persamaan (6.7) dikatakan proper jika $N - M > 0$ (suku pada polinomial pembilang dengan derajat terendah lebih besar dari nol).

Berikut adalah aturan dalam fraksi parsial (Stroud dan Booth, 2003):

1. Faktorkan penyebutnya dalam bentuk yang paling sederhana.
2. Faktor linier $(z + a)$ akan menghasilkan fraksi parsial $\frac{A}{z+a}$, dimana A adalah konstanta yang harus ditentukan.
3. Faktor berulang $(z + a)^k$ akan menghasilkan fraksi parsial $\frac{A_1}{(z+a)} + \frac{A_2}{(z+a)^2} + \dots + \frac{A_k}{(z+a)^k}$.
4. Faktor kuadrat $(z^2 + pz + q)$ akan menghasilkan fraksi parsial $\frac{Az+B}{z^2+pz+q}$.
5. Faktor kuadrat berulang $(z^2 + pz + q)^2$ akan menghasilkan fraksi parsial $\frac{A_1 z + B_1}{z^2 + pz + q} + \frac{A_2 z + B_2}{(z^2 + pz + q)^2}$.

Tabel 6.1. Beberapa Pasangan Transformasi-Z

Sinyal, $x[n], n \geq 0$	Transformasi-Z, $X(z)$	Daerah konvergensi
$\delta[n]$	1	Semua z
$\delta[n - n_0]$	z^{-n_0}	$z \neq 0$
$u[n]$	$\frac{z}{z-1}$	$ z > 1$
$nu[n]$	$\frac{z}{(z-1)^2}$	$ z > 1$
$n^2 u[n]$	$\frac{z(z+1)}{(z-1)^3}$	$ z > 1$
$n^3 u[n]$	$\frac{z(z^2 + 4z + 1)}{(z-1)^4}$	$ z > 1$

Sinyal, $x[n], n \geq 0$	Transformasi-Z, $X(z)$	Daerah konvergensi
$a^n u[n]$	$\frac{z}{z-a}$	$ z > a $
$na^n u[n]$	$\frac{az}{(z-a)^2}$	$ z > a $
$n^2 a^n u[n]$	$\frac{az(z+a)}{(z-a)^3}$	$ z > a $
$n^3 a^n u[n]$	$\frac{az(z^2 + 4az + a^2)}{(z-a)^4}$	$ z > a $
$\sin(bn) u[n]$	$\frac{z \sin(b)}{z^2 - 2z \cos(b) + 1}$	$ z > 1$
$\cos(bn) u[n]$	$\frac{z(z - \cos(b))}{z^2 - 2z \cos(b) + 1}$	$ z > 1$
$a^n \sin(bn) u[n]$	$\frac{az \sin(b)}{z^2 - 2z \cos(b) + a^2}$	$ z > a $
$a^n \cos(bn) u[n]$	$\frac{z(z - a \cos(b))}{z^2 - 2az \cos(b) + a^2}$	$ z > a $

Sumber: (Oppenheim dan Schafer, 2010), (Phillips, dkk, 2014), (Tan, 2008)

Sebagaimana tampak pada tabel Transformasi-Z (Tabel 6.1.), kita melihat bahwa biasanya terdapat suku z di dalam pembilang. Oleh karena itu lebih mudah untuk menemukan fraksi parsial dari fungsi $X(z)/z$. Setelah mendapatkan fraksi parsial, lalu kalikan fraksi parsial tersebut dengan z untuk mendapatkan suku z di pembilang. Berikut adalah tahapan untuk menemukan inversi Transformasi-Z menggunakan ekspansi fraksi parsial dan pencarian di tabel pasangan Transformasi-Z baku. Prosedur umum adalah sebagai berikut:

1. Jika fungsi $X(z)$ dinyatakan seperti pada persamaan (6.5), hilangkan pangkat negatif dari z untuk fungsi $X(z)$ dengan cara kalikan dengan $\frac{z^k}{z^k}$ dimana z^{-k} adalah pangkat negatif tertinggi dari z baik terdapat pada pembilang atau penyebut. Fungsi rasional yang diperoleh akan mengandung

- pangkat z yang tidak negatif. Jika $X(z)$ dinyatakan seperti pada persamaan (6.7), maka lanjut ke Langkah 2.
2. Tentukan fungsi rasional $X(z)/z$, dan terapkan aturan ekspansi fraksi parsial ke fungsi rasional ini.
 3. Kalikan fungsi yang diperluas $X(z)/z$ dengan z pada kedua sisi persamaan untuk mendapatkan $X(z)$.
 4. Terapkan inversi Transformasi-Z menggunakan Tabel 6.1.

Contoh 6.1

Tentukan inversi Transformasi-Z dari $X(z) = \frac{4,5+9,5z^{-1}}{1+3z^{-1}+2z^{-2}}$.

Penyelesaian:

$M < N$, fungsi proper.

Langkah 1. Kalikan dengan $\frac{z^2}{z^2}$, diperoleh

$$X(z) = \frac{z^2}{z^2} \frac{4,5+9,5z^{-1}}{1+3z^{-1}+2z^{-2}} = \frac{4,5z^2+9,5z}{z^2+3z+2}$$

Langkah 2.

$$\frac{X(z)}{z} = \frac{4,5z+9,5}{z^2+3z+2}$$

Lakukan ekspansi fraksi parsial dengan memfaktorkan penyebut,

$$\frac{X(z)}{z} = \frac{4,5z+9,5}{(z+1)(z+2)} = \frac{A_1}{z+1} + \frac{A_2}{z+2} = \frac{A_1(z+2)+A_2(z+1)}{(z+1)(z+2)}$$

Samakan pembilang ruas kiri dan kanan:

$$4,5z + 9,5 = A_1(z + 2) + A_2(z + 1)$$

Untuk mendapatkan nilai A_1 , ambil $z + 1 = 0 \Leftrightarrow z = -1$, maka $4,5(-1) + 9,5 = A_1(-1 + 2) + A_2(-1 + 1) \Leftrightarrow 5 = A_1$.

Untuk mendapatkan nilai A_2 , ambil $z + 2 = 0 \Leftrightarrow z = -2$, maka $4,5(-2) + 9,5 = A_1(-2 + 2) + A_2(-2 + 1) \Leftrightarrow 0,5 = -A_2 \Leftrightarrow A_2 = -0,5$.

Sehingga diperoleh,

$$\frac{X(z)}{z} = \frac{5}{z+1} - \frac{0,5}{z+2}$$

Langkah 3.

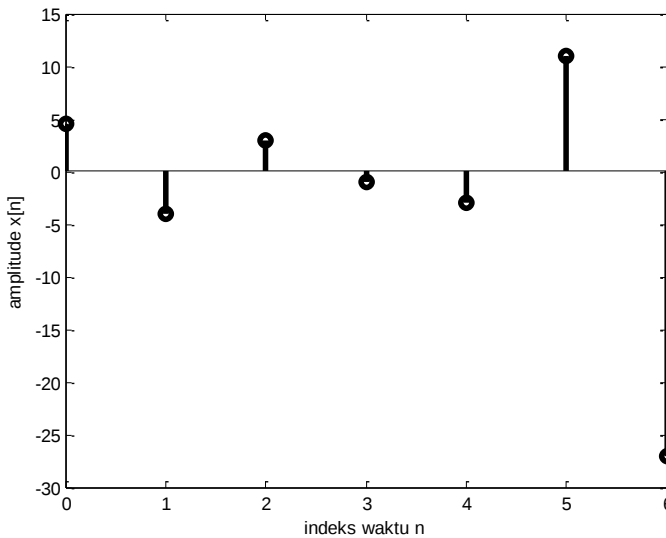
$$X(z) = \frac{5z}{z+1} - \frac{0,5z}{z+2}$$

Langkah 4.

$$x[n] = \mathcal{Z}^{-1}[X(z)] = \mathcal{Z}^{-1}\left[\frac{5z}{z+1}\right] - \mathcal{Z}^{-1}\left[\frac{0,5z}{z+2}\right] = \mathcal{Z}^{-1}\left[\frac{5z}{z-(-1)}\right] - \mathcal{Z}^{-1}\left[\frac{0,5z}{z-(-2)}\right]$$

$$x[n] = 5(-1)^n u[n] - 0,5(-2)^n u[n] = [5(-1)^n - 0,5(-2)^n] u[n]$$

Pada Gambar 6.1. memperlihatkan grafik sinyal $x[n] = [5(-1)^n - 0,5(-2)^n] u[n]$.



Gambar 6.1. grafik sinyal $x[n] = [5(-1)^n - 0,5(-2)^n] u[n]$

Contoh 6.2 :

Tentukan inversi Transformasi-Z dari

$$X(z) = \frac{z^{-1}}{1-2z^{-1}+1,25z^{-2}-0,25z^{-3}}$$

Penyelesaian:

$M < N$, fungsi proper.

Langkah 1. Kalikan dengan $\frac{z^3}{z^3}$, diperoleh

$$X(z) = \frac{z^3}{z^3} \frac{z^{-1}}{1-2z^{-1}+1,25z^{-2}-0,25z^{-3}} = \frac{z^2}{z^3-2z^2+1,25z-0,25}$$

Langkah 2.

$$\frac{X(z)}{z} = \frac{z}{z^3-2z^2+1,25z-0,25}$$

Lakukan ekspansi fraksi parsial dengan memfaktorkan penyebut,

$$\begin{aligned} \frac{X(z)}{z} &= \frac{z}{(z-1)(z-0,5)^2} = \frac{A_1}{z-1} + \frac{A_2}{z-0,5} + \frac{A_3}{(z-0,5)^2} \\ &= \frac{A_1(z-0,5)^2 + A_2(z-1)(z-0,5) + A_3(z-1)}{(z-1)(z-0,5)^2} \end{aligned}$$

Samakan pembilang ruas kiri dan kanan:

$$z = A_1(z-0,5)^2 + A_2(z-1)(z-0,5) + A_3(z-1)$$

Untuk mendapatkan nilai A_1 , ambil $z-1=0 \Leftrightarrow z=1$, maka

$$\begin{aligned} 1 &= A_1(1-0,5)^2 + A_2(1-1)(1-0,5) + A_3(1-1) \\ \Leftrightarrow 1 &= 0,25A_1 \Leftrightarrow A_1 = 4. \end{aligned}$$

Untuk mendapatkan nilai A_3 , ambil $z-0,5=0 \Leftrightarrow z=0,5$, maka

$$\begin{aligned} 0,5 &= A_1(0,5-0,5)^2 + A_2(0,5-1)(0,5-0,5) + A_3(0,5-1) \\ \Leftrightarrow 0,5 &= -0,5A_3 \Leftrightarrow A_3 = -1. \end{aligned}$$

Untuk mendapatkan nilai A_2 , perhatikan suku yang memiliki faktor z^2 :

$$0 = A_1 + A_2 \Leftrightarrow 0 = 4 + A_2 \Leftrightarrow A_2 = -4.$$

Sehingga diperoleh,

$$\frac{X(z)}{z} = \frac{4}{z-1} - \frac{4}{z-0,5} - \frac{1}{(z-0,5)^2}$$

Langkah 3.

$$X(z) = \frac{4z}{z-1} - \frac{4z}{z-0,5} - \frac{z}{(z-0,5)^2}$$

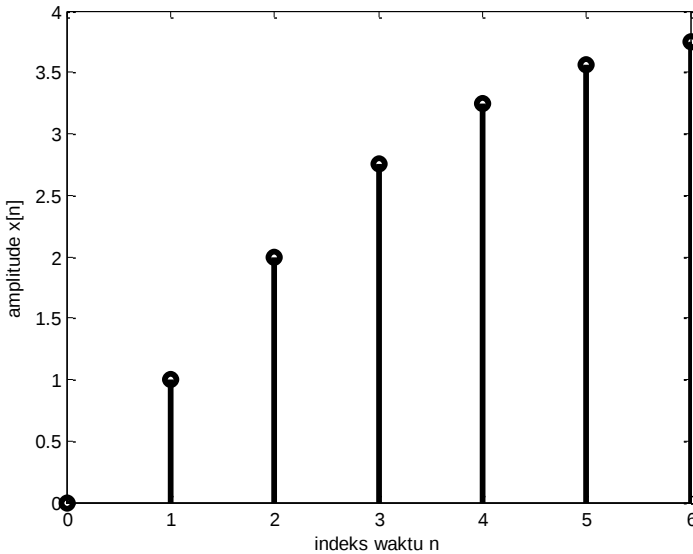
Langkah 4.

$$x[n] = Z^{-1}[X(z)] = Z^{-1}\left[\frac{4z}{z-1}\right] - Z^{-1}\left[\frac{4z}{z-0.5}\right] - Z^{-1}\left[\frac{z}{(z-0.5)^2}\right]$$

$$x[n] = 4u[n] - 4(0,5)^n u[n] - 2n(0,5)^n u[n]$$

$$x[n] = [4 - 4(0,5)^n - 2n(0,5)^n]u[n]$$

Pada Gambar 6.2. memperlihatkan grafik sinyal $x[n] = [4 - 4(0,5)^n - 2n(0,5)^n]u[n]$.



Gambar 6.2. Grafik sinyal $x[n] = [4 - 4(0,5)^n - 2n(0,5)^n]u[n]$

Contoh 6.3 :

Tentukan inversi Transformasi-Z dari $X(z) = \frac{z^2+z}{z^3-2z^2+2z-1}$

Penyelesaian:

$N - M > 0$, fungsi proper.

Fungsi dalam bentuk pangkat z positif, langsung ke Langkah 2.

Langkah 2.

$$\frac{X(z)}{z} = \frac{z+1}{z^3-2z^2+2z-1}$$

Lakukan ekspansi fraksi parsial dengan memfaktorkan penyebut,

$$\begin{aligned}\frac{X(z)}{z} &= \frac{z+1}{(z-1)(z^2-z+1)} = \frac{A_1}{z-1} + \frac{A_2z+A_3}{z^2-z+1} \\ &= \frac{A_1(z^2-z+1)+(A_2z+A_3)(z-1)}{(z-1)(z^2-z+1)}\end{aligned}$$

Samakan pembilang ruas kiri dan kanan:

$$z + 1 = A_1(z^2 - z + 1) + (A_2z + A_3)(z - 1)$$

Untuk mendapatkan nilai A_1 , ambil $z - 1 = 0 \Leftrightarrow z = 1$, maka

$$1 + 1 = A_1(1^2 - 1 + 1) + (A_2 \cdot 1 + A_3)(1 - 1)$$

$$\Leftrightarrow 2 = A_1 \Leftrightarrow A_1 = 2.$$

Untuk mendapatkan nilai A_2 , perhatikan suku yang memiliki faktor z^2 :

$$0 = A_1 + A_2 \Leftrightarrow 0 = 2 + A_2 \Leftrightarrow A_2 = -2.$$

Untuk mendapatkan nilai A_3 , perhatikan suku konstanta:

$$1 = A_1 - A_3 \Leftrightarrow 1 = 2 - A_3 \Leftrightarrow A_3 = 1.$$

Sehingga diperoleh,

$$\frac{X(z)}{z} = \frac{2}{z-1} + \frac{-2z+1}{z^2-z+1}$$

Langkah 3.

$$X(z) = 2 \frac{z}{z-1} - 2 \frac{z^2-0,5z}{z^2-z+1}$$

Langkah 4.

$$x[n] = \mathcal{Z}^{-1}[X(z)] = 2\mathcal{Z}^{-1}\left[\frac{z}{z-1}\right] - 2\mathcal{Z}^{-1}\left[\frac{z^2-0,5z}{z^2-z+1}\right]$$

Mengingat pasangan Transformasi-Z:

$$a^n \cos(bn)u[n] \leftrightarrow \frac{z(z-a \cos(b))}{z^2-2az \cos(b)+a^2}, \text{ maka}$$

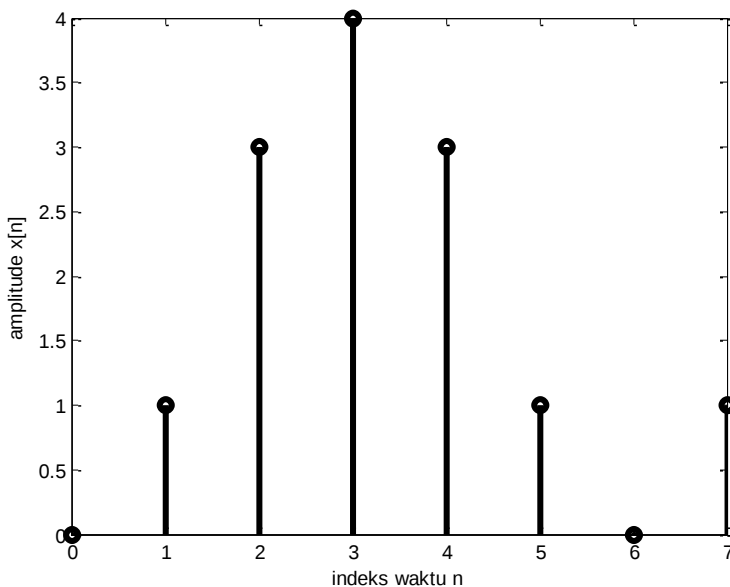
$$\frac{z(z-a \cos(b))}{z^2-2az \cos(b)+a^2} = \frac{z(z-0,5)}{z^2-z+1}, a = 1, \cos(b) = 0,5 \quad \text{dan} \quad \text{diperoleh}$$

$b=\pi/3$, sehingga didapatkan:

$$x[n] = 2u[n] - 2 \cos\left(\frac{\pi}{3}n\right)u[n]$$

$$x[n] = [2 - 2 \cos(\frac{\pi}{3}n)]u[n]$$

Pada Gambar 6.3. memperlihatkan grafik sinyal $x[n] = [2 - 2 \cos(\frac{\pi}{3}n)]u[n]$.



Gambar 6.3. Grafik sinyal $x[n] = [2 - 2 \cos(\frac{\pi}{3}n)]u[n]$

Cara lain untuk menemukan nilai konstanta fraksi parsial adalah dengan menggunakan rumus. Berikut adalah rumus untuk mendapatkan konstanta berdasarkan fraksi parsial. (Tan, 2008)

1. Fraksi parsial dengan kutub riil derajat pertama yaitu, $\frac{R}{z-p}$, untuk mendapatkan konstanta R menggunakan rumus:

$$R = (z - p) \frac{X(z)}{z} \Big|_{z=p}$$

2. Fraksi parsial dengan kutub-kutub kompleks derajat pertama yaitu,

$$\frac{A}{(z-P)} + \frac{A^*}{(z-P^*)}, \text{ untuk mendapatkan konstanta } A \text{ menggunakan rumus:}$$

$$A = (z - P) \frac{X(z)}{z} \Big|_{z=P}$$

P^* = konjugat kompleks dari P

A^* = konjugat kompleks dari A

3. Fraksi parsial dengan kutub-kutub riil derajat ke- m (faktor linier berulang) yaitu,
 $\frac{R_m}{(z-p)} + \frac{R_{m-1}}{(z-p)^2} + \dots + \frac{R_1}{(z-p)^m}$, untuk mendapatkan konstanta R_k menggunakan rumus:

$$R_k = \frac{1}{(k-1)!} \frac{d^{k-1}}{dz^{k-1}} \left((z-p)^m \frac{X(z)}{z} \right) \Big|_{z=p}$$

Contoh 6.4 :

Soal seperti pada Contoh 9.1, maka

$$\frac{X(z)}{z} = \frac{4,5z+9,5}{(z+1)(z+2)} = \frac{A_1}{z+1} + \frac{A_2}{z+2}$$

$$A_1 = (z+1) \frac{4,5z+9,5}{(z+1)(z+2)} \Big|_{z=-1}$$

$$A_1 = \frac{4,5z+9,5}{(z+2)} \Big|_{z=-1} \Leftrightarrow A_1 = \frac{4,5(-1)+9,5}{(-1+2)} = 5$$

$$A_2 = (z+2) \frac{4,5z+9,5}{(z+1)(z+2)} \Big|_{z=-2}$$

$$A_2 = \frac{4,5z+9,5}{(z+1)} \Big|_{z=-2} \Leftrightarrow A_2 = \frac{4,5(-2)+9,5}{(-2+1)} = -0,5$$

Sehingga diperoleh,

$$\frac{X(z)}{z} = \frac{5}{z+1} - \frac{0,5}{z+2}$$

$$X(z) = \frac{5z}{z+1} - \frac{0,5z}{z+2}$$

$$x[n] = \mathcal{Z}^{-1}[X(z)] = \mathcal{Z}^{-1} \left[\frac{5z}{z+1} \right] - \mathcal{Z}^{-1} \left[\frac{0,5z}{z+2} \right] = \mathcal{Z}^{-1} \left[\frac{5z}{z-(-1)} \right]$$

$$- \mathcal{Z}^{-1} \left[\frac{0,5z}{z-(-2)} \right]$$

$$x[n] = 5(-1)^n u[n] - 0,5(-2)^n u[n] = [5(-1)^n - 0,5(-2)^n] u[n]$$

Contoh 6.5

Soal seperti pada Contoh 6.2, maka

$$\frac{X(z)}{z} = \frac{z}{(z-1)(z-0,5)^2} = \frac{A}{z-1} + \frac{R_2}{z-0,5} + \frac{R_1}{(z-0,5)^2}$$

$$A = (z-1) \frac{z}{(z-1)(z-0,5)^2} \Big|_{z=1}$$

$$A = \frac{z}{(z-0,5)^2} \Big|_{z=1} = \frac{1}{(1-0,5)^2} = 4$$

$$R_1 = \frac{1}{(1-1)!} \frac{d^{1-1}}{dz^{1-1}} \left((z-0,5)^2 \frac{z}{(z-1)(z-0,5)^2} \right) \Big|_{z=0,5}$$

$$R_1 = \left(\frac{z}{(z-1)} \right) \Big|_{z=0,5} = \frac{0,5}{(0,5-1)} = -1$$

$$R_2 = \frac{1}{(2-1)!} \frac{d^{2-1}}{dz^{2-1}} \left((z-0,5)^2 \frac{z}{(z-1)(z-0,5)^2} \right) \Big|_{z=0,5}$$

$$R_2 = \frac{d}{dz} \left(\frac{z}{(z-1)} \right) \Big|_{z=0,5} = \left(\frac{(z-1)-z}{(z-1)^2} \right) \Big|_{z=0,5}$$

$$R_2 = \left(\frac{-1}{(z-1)^2} \right) \Big|_{z=0,5} = \frac{-1}{(0,5-1)^2} = -4$$

Sehingga diperoleh,

$$\frac{X(z)}{z} = \frac{4}{z-1} - \frac{4}{z-0,5} - \frac{1}{(z-0,5)^2}$$

$$X(z) = \frac{4z}{z-1} - \frac{4z}{z-0,5} - \frac{z}{(z-0,5)^2}$$

$$x[n] = \mathcal{Z}^{-1}[X(z)] = \mathcal{Z}^{-1} \left[\frac{4z}{z-1} \right] - \mathcal{Z}^{-1} \left[\frac{4z}{z-0,5} \right] - \mathcal{Z}^{-1} \left[\frac{z}{(z-0,5)^2} \right]$$

$$x[n] = 4u[n] - 4(0,5)^n u[n] - 2n(0,5)^n u[n]$$

$$x[n] = [4 - 4(0,5)^n - 2n(0,5)^n] u[n]$$

Contoh 6.6

Soal seperti pada Contoh 6.3, maka

$$\frac{X(z)}{z} = \frac{z+1}{(z-1)(z^2-z+1)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{X(z)}{z} = \frac{z+1}{(z-1)(z-(0,5+j0,5\sqrt{3}))(z-(0,5-j0,5\sqrt{3}))}$$

$$\Leftrightarrow \frac{X(z)}{z} = \frac{R}{z-1} + \frac{A}{z-(0,5+j0,5\sqrt{3})} + \frac{A^*}{z-(0,5-j0,5\sqrt{3})}$$

$$R = (z-1) \frac{z+1}{(z-1)(z^2-z+1)} \Big|_{z=1} = \frac{z+1}{(z^2-z+1)} \Big|_{z=1} = \frac{1+1}{(1^2-1+1)} = 2$$

$$A = (z-(0,5$$

$$+j0,5\sqrt{3})) \frac{z+1}{(z-1)(z-(0,5+j0,5\sqrt{3}))(z-(0,5-j0,5\sqrt{3}))} \Big|_{z=0,5+j0,5\sqrt{3}}$$

$$A = \frac{z+1}{(z-1)(z-(0,5-j0,5\sqrt{3}))} \Big|_{z=0,5+j0,5\sqrt{3}}$$

$$A = \frac{0,5 + j0,5\sqrt{3} + 1}{(0,5 + j0,5\sqrt{3} - 1)(0,5 + j0,5\sqrt{3} - (0,5 - j0,5\sqrt{3}))}$$

$$= \frac{1,5 + j0,5\sqrt{3}}{(-0,5 + j0,5\sqrt{3})(j\sqrt{3})}$$

$$A = \frac{1,5 + j0,5\sqrt{3}}{(-1,5 - j0,5\sqrt{3})} = -1$$

Sehingga diperoleh,

$$\frac{X(z)}{z} = \frac{2}{z-1} - \frac{1}{z-(0,5+j0,5\sqrt{3})} - \frac{1}{z-(0,5-j0,5\sqrt{3})}$$

$$\Leftrightarrow \frac{X(z)}{z} = \frac{2}{z-1} - \frac{(z-(0,5-j0,5\sqrt{3})) + (z-(0,5+j0,5\sqrt{3}))}{(z-(0,5+j0,5\sqrt{3}))(z-(0,5-j0,5\sqrt{3}))}$$

$$\Leftrightarrow \frac{X(z)}{z} = \frac{2}{z-1} - \frac{2z-1}{z^2-z+1}$$

$$\Leftrightarrow X(z) = 2\frac{z}{z-1} - 2\frac{z^2-0,5z}{z^2-z+1}$$

$$[n] = \mathcal{Z}^{-1}[X(z)] = 2\mathcal{Z}^{-1}\left[\frac{z}{z-1}\right] - 2\mathcal{Z}^{-1}\left[\frac{z^2-0,5z}{z^2-z+1}\right]$$

Mengingat pasangan Transformasi-Z:

$$a^n \cos(bn)u[n] \leftrightarrow \frac{z(z-a\cos(b))}{z^2-2az\cos(b)+a^2}, \text{ maka}$$

$$\frac{z(z-a\cos(b))}{z^2-2az\cos(b)+a^2} = \frac{z(z-0,5)}{z^2-z+1}, a = 1, \cos(b) = 0,5 \quad \text{dan} \quad \text{diperoleh}$$

$$b=\pi/3, \text{ sehingga didapatkan:}$$

$$x[n] = 2u[n] - 2\cos\left(\frac{\pi}{3}n\right)u[n]$$

$$\Leftrightarrow x[n] = [2 - 2\cos\left(\frac{\pi}{3}n\right)]u[n] \setminus$$

6.3 Ringkasan

Metode inversi Transformasi-Z dengan ekspansi fraksi parsial adalah salah satu metode tak langsung untuk menemukan inversi Transformasi-Z dengan mudah.

Metode ekspansi fraksi parsial didasarkan pada menemukan $x[n]$ dari fungsi $X(z)$, dimana kita menyatakan $X(z)$ sebagai jumlahan dari fungsi yang diketahui, yaitu fungsi-fungsi Transformasi-Z baku.

Terdapat dua cara untuk menemukan konstanta fraksi parsial yaitu dengan cara eliminasi dan dengan cara menggunakan rumus konstanta fraksi parsial.

DAFTAR PUSTAKA

- Mitra, S.K., 2010. *Digital Signal Processing: A Computer-Based Approach 4th ed.* New York: McGraw-Hill Higher Education.
- Oppenheim, A.V., Schafer, R.W., 2008. *Discrete-Time Signal Processing 3rd ed.* New Jersey: Pearson Education, Inc.
- Phillips, C.L., Parr, J.M., and Riskin, E.A., 2014. *Signals, Systems, and Transforms 5th ed.* New Jersey: Pearson Education, Inc.
- Proakis, J.G., Manolakis, D.G., 2007. *Digital Signal Processing: Principles, Algorithms, and Applications 4th ed.* New Jersey: Pearson Education, Inc.
- Stroud, K.A., Booth, D.J., 2003. *Advanced Engineering Mathematics 4th ed.* New York: Palgrave Macmillan.
- Tan, L., 2008. *Digital Signal Processing: Fundamentals and Applications.* Massachusetts: Academic Press.

BAB 7

APLIKASI TRANSFORMASI-Z PADA ANALISIS SISTEM WAKTU DISKRIT

Oleh Monica Pratiwi

7.1 Pendahuluan

Saat ini kita mampu mengatasi masalah pada kehidupan nyata khususnya yang memiliki kompleksitas tinggi kemudian menghasilkan solusi dari masalah tersebut yang tidak hanya secara statis namun dinamis dalam bentuk simulasi sains. Salah satu simulasi atau formulasi tersebut adalah transformasi-z yang banyak digunakan pada analisa sistem waktu diskrit. Sinyal dan sistem waktu diskrit telah diterapkan secara luas untuk mendukung berfungsinya berbagai teknologi dan sistem yang kita temui sehari-hari.

Sinyal waktu diskrit mewakili data yang diukur atau diamati pada titik waktu yang terpisah dan berjarak sama. Sinyal-sinyal ini digunakan secara luas dalam teknologi digital, di mana data yang berkesinambungan seperti audio, gambar, atau pembacaan sensor diambil sampelnya dan dikuantisasi menjadi nilai-nilai diskrit untuk diproses dan disimpan. Contoh aplikasi dalam bidang audio digital yaitu, sinyal waktu diskrit digunakan untuk menangkap, menyimpan, dan mereproduksi suara, sehingga memungkinkan terciptanya musik, komunikasi suara, dan konten multimedia lainnya. Demikian pula, dalam pemrosesan gambar, sinyal waktu diskrit memungkinkan representasi dan manipulasi gambar yang memengaruhi bidang seperti pencitraan medis, visi komputer, dan rendering grafis.

Pada sistem waktu diskrit, transformasi Z digunakan untuk memahami bagaimana suatu sistem merespons frekuensi yang berbeda dan bagaimana sistem tersebut dapat direkayasa untuk mencapai karakteristik domain frekuensi tertentu. Secara

matematis transformasi Z dituliskan sebagai berikut (Oppenheim and Schafer 2014):

1. Transformasi Z Bilateral (Dua sisi):

Tipe ini mempertimbangkan seluruh rangkaian sinyal waktu diskrit tanpa batas pada indeks waktu negatif dan indeks waktu positif

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \cdot z^{-n}$$

- $X(z)$ = transformasi Z dari sinyal waktu diskrit $x[n]$
- n = indeks waktu distrik, dimulai dari negatif tak terhingga sampai dengan positif tak terhingga
- z = variabel kompleks
- $x[n]$ = sinyal waktu diskrit x pada indeks waktu n

2. Transformasi Z Unilateral (Satu sisi):

Pada unilateral, transformasi hanya berfokus pada sinyal waktu diskrit untuk indeks waktu positif ($n \geq 0$)

$$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x[n] \cdot z^{-n}$$

- $X(z)$ = transformasi Z dari sinyal waktu diskrit $x[n]$
- n = indeks waktu distrik, dimulai dari 0 sampai dengan positif tak terhingga
- z = variabel kompleks
- $x[n]$ = sinyal waktu diskrit x pada indeks waktu n

Dengan mengambil transformasi Z dari persamaan atau sinyal selisih suatu sistem, kita dapat memperoleh fungsi transfer, yang merangkum perilaku sistem. Tidak hanya fungsi transfer, transformasi Z memfasilitasi perhitungan untuk analisis filter digital, analisis respons frekuensi, analisis stabilitas, dan aplikasi lainnya pada pemrosesan sinyal yang akan dibahas lebih rinci pada beberapa subbab selanjutnya.

7.2 Fungsi Transfer

Dalam rekayasa sistem kendali, fungsi transfer adalah representasi matematis dari hubungan antara masukan dan keluaran sistem *linear time-invariant* (LTI), sehingga sering digunakan untuk menganalisis dan merancang sistem kendali, khususnya berguna dalam konteks sistem waktu diskrit, di mana transformasi Z digunakan untuk analisis. Fungsi transfer biasanya dilambangkan sebagai $H(z)$ yang menggambarkan rasio transformasi Z dari sinyal keluaran $Y(z)$ dengan transformasi Z dari sinyal masukan $X(z)$.

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

$H(z)$ = fungsi transfer

$Y(z)$ = transformasi Z sinyal keluaran

$X(z)$ = transformasi Z sinyal masukan

Untuk menurunkan fungsi transfer sistem *linear time-invariant* (LTI) menggunakan transformasi Z, dilakukan dengan membuat persamaan yang dapat merepresentasikan antara masukan dan keluaran dari sistem LTI. Bentuk umum persamaan tersebut yaitu:

$$a_n y[n] + a_{n-1} y[n-1] + \dots + a_1 y[n-1] + a_0 y[n] = b_m x[n] + b_{m-1} x[n-1] + \dots + b_1 x[n-1] + b_0 x[n]$$

$y[n]$ = keluaran pada indeks waktu n

$[n]$ = masukan pada indeks waktu n

a = koefisien keluaran

b = koefisien masukan

Kemudian aplikasikan transformasi Z pada persamaan masukan dan keluaran sistem. Transformasi dari masukan $x[n]$ direpresentasikan sebagai $X(z)$, dan transformasi Z dari keluaran $y[n]$ adalah $Y(z)$

$$a_n Y(z) z^n + a_{n-1} Y(z) z^{n-1} + \dots + a_1 Y(z) z + a_0 Y(z) = b_m X(z) z^m + b_{m-1} X(z) z^{m-1} + \dots + b_1 X(z) z + b_0 X(z)$$

Susun ulang persamaan tersebut untuk mendapatkan fungsi transfer $H(z)$, yang merupakan rasio transformasi Z keluaran terhadap transformasi Z masukan

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{b_m z^m + b_{m-1} z^{m-1} + \dots + b_1 z + b_0}{a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0}$$

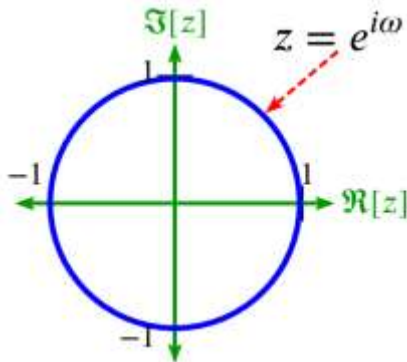
Jika perlu, persamaan fungsi transfer dapat disederhanakan dengan melakukan pemfaktoran dari koefisien-koefisien polinomial atau melakukan dekomposisi pecahan parsial, terutama jika sistem tersebut merupakan sistem dengan orde tinggi.

7.3 Analisis Respons Frekuensi

Analisis respons frekuensi menggunakan transformasi Z adalah teknik dasar untuk memahami perilaku pada sistem *linear time-invariant* (LTI) khususnya dalam domain frekuensi. Analisis ini memberikan gambaran tentang bagaimana sebuah sistem merespons frekuensi input yang berbeda yang kemudian menjadikan analisis respons frekuensi menjadi penting dalam merancang filter digital, sistem kontrol, dan sistem pemrosesan sinyal.

Dalam analisis ini, transformasi Z diterapkan pada fungsi transfer (dinotasikan sebagai $H(z)$) sebuah sistem, yang menghubungkan transformasi Z dari sinyal keluaran dan masukan. Kemudian fungsi ini dievaluasi untuk setiap titik berbeda pada diagram z-plane (Gambar 7.1.) yang merepresentasikan nilai-nilai frekuensi dalam domain waktu diskrit.

Analisis respons frekuensi divisualisasikan menggunakan plot Bode, yang menunjukkan besaran dan fase $H(z)$ sebagai fungsi frekuensi. Plot magnitudo menggambarkan bagaimana sistem memperkuat atau melemahkan berbagai frekuensi, sedangkan plot fase menunjukkan pergeseran fasa yang disebabkan oleh sistem. Analisis kutub-nol, yang memeriksa posisi kutub dan nol $H(z)$ pada bidang Z, merupakan hal yang penting. Kutub tersebut menentukan karakteristik resonansi dan redaman, sedangkan nol menentukan *cancellation* atau *filtering* (Ogata 2010).



Gambar 7.1. Diagram Z-Plane

(sumber: <https://vru.vibrationresearch.com/lesson/z-transform/>)

Analisis respons frekuensi memanfaatkan transformasi Z untuk melakukan penghitungan dan visualisasi bagaimana sistem LTI pada domain waktu diskrit merespons frekuensi yang berbeda. Hal pertama yang perlu dilakukan yaitu mendapatkan atau menurunkan fungsi transfer $H(z)$ dari sistem yang ingin dianalisa dengan persamaan sebagai berikut:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{b_m z^m + b_{m-1} z^{m-1} + \dots + b_1 z + b_0}{a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0}$$

Dimana $b_0, b_1, \dots, b_n$ merupakan koefisien polinomial dari keluaran sedangkan $a_0, a_1, \dots, a_n$ merupakan koefisien polinomial dari masukan sistem LTI.

Langkah selanjutnya yaitu mengevaluasi fungsi transfer pada berbagai frekuensi. Dalam domain transformasi Z, frekuensi dapat dianalisis dengan mempertimbangkan lokasi variabel kompleks "z" pada lingkaran satuan diagram *z-plane*. Saat $|z|$ sama dengan 1, hal ini mewakili frekuensi DC atau nol, sedangkan saat $|z|$ menjauh dari 1, hal ini menggambarkan frekuensi yang lebih tinggi. Untuk mengevaluasi fungsi transfer $H(z)$ pada frekuensi waktu diskrit yang berbeda, dapat dilakukan dengan mensubstitusi nilai z dengan $z = e^{j\omega}$, dimana ω merupakan frekuensi waktu diskrit.

$$H(e^{j\omega}) = \frac{b_0 + b_1 e^{-j\omega} + b_2 e^{-2j\omega} + \dots + b_n e^{-nj\omega}}{a_0 + a_1 e^{-j\omega} + a_2 e^{-2j\omega} + \dots + a_m e^{-mj\omega}}$$

Kemudian untuk setiap frekuensi ω , nilai magnitudo dan fasa dari $H(z)$ dihitung dengan menggunakan persamaan:

1. Nilai respon magnitudo

$$|H(e^{j\omega})| = |H(z)|$$

$$|H(e^{j\omega})| = \left| \frac{b_0 + b_1 e^{-j\omega} + b_2 e^{-2j\omega} + \dots + b_n e^{-nj\omega}}{a_0 + a_1 e^{-j\omega} + a_2 e^{-2j\omega} + \dots + a_m e^{-mj\omega}} \right|$$

2. Nilai respon fasa

$$\angle H(e^{j\omega}) = \angle H(z)$$

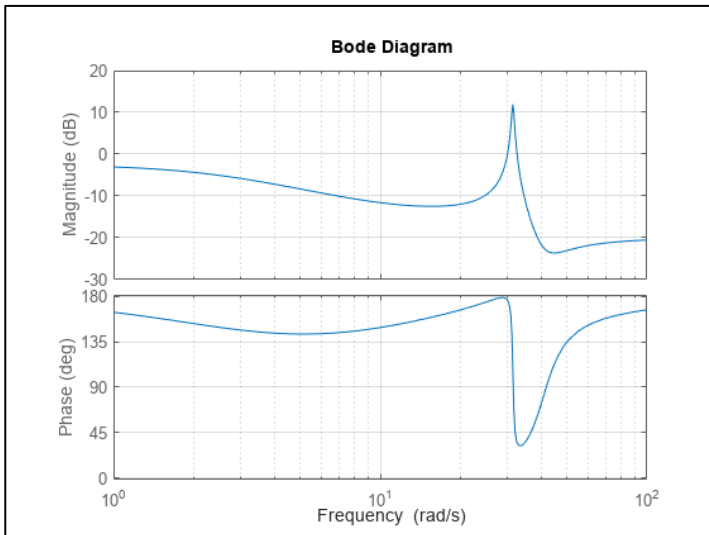
$$\angle H(e^{j\omega}) = \arctan \left(\frac{I\{H(e^{j\omega})\}}{R\{H(e^{j\omega})\}} \right)$$

Dimana $I\{H(e^{j\omega})\}$ merupakan bagian imajiner dari $H(e^{j\omega})$ dan $R\{H(e^{j\omega})\}$ merupakan bagian riil dari $H(e^{j\omega})$

Perhitungan ini memberikan informasi tentang bagaimana sistem merespon pada komponen frekuensi yang berbeda. Respon magnitudo $H(e^{j\omega})$ memberikan informasi tentang bagaimana sistem memproses sinyal pada frekuensi ω . Magnitudo yang tinggi menunjukkan bahwa sistem memperkuat masukan pada frekuensi tersebut, sedangkan magnitudo yang rendah menunjukkan adanya redaman. Kemudian terdapat respon fasa $\angle H(e^{j\omega})$ yang memberikan informasi tentang bagaimana sistem menggeser fasa sinyal input pada frekuensi ω . Pergeseran fasa positif berarti penundaan, sedangkan pergeseran fasa negatif berarti kemajuan fasa. Langkah-langkah ini dapat diulangi untuk beberapa nilai frekuensi ω sehingga didapatkan respon magnitudo dan fasa pada rentang frekuensi yang ingin dianalisa. Hal ini memungkinkan untuk melakukan analisis bagaimana sistem berperilaku dan bagaimana sistem menggeser fase sinyal di seluruh spektrum frekuensi yang dianalisa(Ogata 2010).

Dari nilai respon magnitudo dan fasa yang telah didapatkan, maka selanjutnya kedua nilai tersebut dapat divisualisasikan. Jenis visualisasi tersebut dinamakan plot Bode. Plot Bode adalah representasi grafis yang digunakan dalam analisis respons frekuensi untuk memvisualisasikan perilaku sistem LTI sebagai fungsi

frekuensi. Plot ini memberikan gambaran tentang bagaimana suatu sistem merespons frekuensi yang berbeda. Bode plot banyak digunakan untuk analisis dan desain sistem. Insinyur dan peneliti menggunakannya untuk memahami bagaimana sistem merespons komponen frekuensi yang berbeda, menilai stabilitas sistem, menentukan bandwidth, dan mengoptimalkan parameter sistem kontrol. Plot ini menjadi krusial dalam desain sistem kendali untuk memastikan bahwa sistem memenuhi persyaratan kinerja sekaligus menghindari ketidakstabilan atau perilaku fase yang tidak diinginkan (Dorf and Bishop 2016).



Gambar 7.2. Contoh gambaran plot Bode
(sumber: <https://www.mathworks.com>)

7.4 Analisis Stabilitas

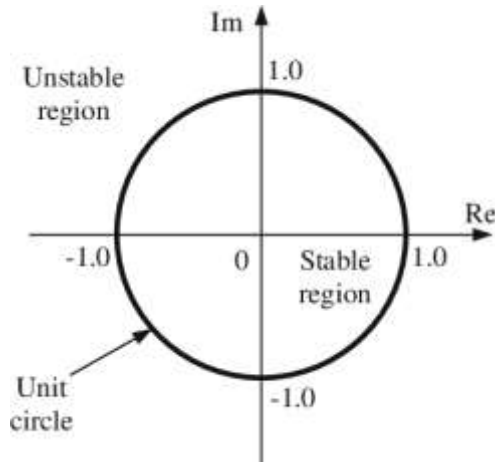
Analisis stabilitas menggunakan transformasi Z merupakan aspek penting dari sistem kontrol waktu diskrit dan pemrosesan sinyal digital. Analisis ini berfokus pada penilaian stabilitas sistem *linear time-invariant* (LTI) waktu diskrit di domain Z yang berfungsi untuk memastikan bahwa respons sistem terhadap masukan yang dibatasi tetap dibatasi dari waktu ke waktu.

Dalam domain Z, kestabilan sistem waktu diskrit berkaitan erat dengan lokasi kutubnya (nol dari polinomial penyebut) pada

bidang kompleks. Suatu sistem dianggap stabil jika semua kutubnya terletak di dalam lingkaran satuan ($|z| < 1$) pada bidang Z. Kriteria ini dikenal sebagai "uji stabilitas lingkaran satuan". Ketika kutub berada di dalam lingkaran satuan, respons sistem terhadap sinyal masukan yang dibatasi tetap terbatas dan konvergen ke nilai kondisi stabil seiring berjalannya waktu. Sebaliknya, jika ada kutub yang terletak di luar lingkaran satuan ($|z| \geq 1$), sistem menjadi tidak stabil, dan keluarannya dapat bertambah tanpa batas, sehingga tidak praktis untuk aplikasi dunia nyata (Ogata 2010).

Analisis stabilitas menggunakan transformasi Z sangat penting dalam desain sistem kendali digital dan aplikasi pemrosesan sinyal. Analisis ini memastikan bahwa pengontrol dan filter yang dirancang tidak memperbesar kebisingan atau menyebabkan perilaku tidak menentu, sehingga menjaga keandalan dan kinerja sistem. Para insinyur dan peneliti menggunakan analisis ini untuk memverifikasi stabilitas sistem, menilai dampak pengambilan sampel waktu diskrit pada sistem waktu kontinu, dan merancang pengontrol atau filter yang memenuhi kriteria stabilitas. Dengan memahami stabilitas domain Z, seseorang dapat mengambil keputusan yang tepat untuk menciptakan sistem digital yang stabil dan kuat untuk berbagai aplikasi, mulai dari robotika hingga telekomunikasi.

Analisis stabilitas dengan menggunakan transformasi Z, melibatkan penentuan apakah kutub fungsi transfer sistem pada domain Z terletak di dalam lingkaran satuan ($|z| < 1$). Jika semua kutub memenuhi kriteria ini, sistem dianggap stabil.



Gambar 7.3. Diagram *z-plane* untuk analisis stabilitas
(sumber: <https://www.researchgate.net>)

Langkah pertama analisis dimulai dengan menentukan fungsi transfer dari sistem dengan persamaan:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_n z^{-n}}{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_m z^{-m}}$$

Kemudian dari fungsi transfer yang sudah didapatkan, langkah selanjutnya yaitu mencari kutub dari fungsi transfer $H(z)$. Kutub tersebut merupakan nilai-nilai dari z yang membuat nilai penyebut dari $H(z)$ sama dengan nol. Hal tersebut dapat dilakukan dengan mencari akar-akar polinomial dari penyebut $a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_m z^{-m} = 0$.

Periksa lokasi kutub pada bidang Z . Semua kutub harus berada di dalam lingkaran satuan ($|z| < 1$) agar sistem dianggap stabil. Lingkaran satuan pada bidang Z bertindak sebagai batas, dan kutub di luarnya dapat menyebabkan respons tidak terbatas atau ketidakstabilan dalam sistem.

Jika semua kutub berada di dalam lingkaran satuan ($|z| < 1$), sistem stabil, dan sistem akan menunjukkan respons terbatas terhadap masukan terbatas. Jika ada kutub yang terletak pada lingkaran satuan ($|z| = 1$), sistem mungkin sedikit stabil atau menampilkan osilasi yang berkelanjutan. Jika ada kutub yang

terletak di luar lingkaran satuan ($|z| > 1$), sistem tidak stabil dan akan menunjukkan respons tak terbatas terhadap masukan yang dibatasi.

7.4 Implementasi Analisis menggunakan MATLAB

7.4.1 Transformasi Z

Pada MATLAB, fungsi `ztrans` digunakan untuk komputasi serta analisis transformasi Z simbolik. Fungsi '`ztrans`' memungkinkan untuk melakukan transformasi Z simbolik, yang dapat melakukan proses manipulasi dan analisis ekspresi transformasi Z secara simbolis, bukan numerik.

Sintaks fungsi :

```
[Z, F] = ztrans(X, n)
```

Gambar 7.4. Sintaks Fungsi Transformasi Z

1. X = ekspresi atau urutan simbolik yang ingin dicari transformasi Znya. Ini bisa berupa ekspresi simbolik atau fungsi dari rangkaian waktu diskrit, seperti '`X(n)`'
2. n = Variabel simbolik yang mewakili indeks waktu atau variabel waktu diskrit.
3. Z = Variabel keluaran yang berisi ekspresi transformasi Z dari urutan masukan.
4. F = Variabel keluaran, F, adalah keluaran opsional yang memberikan informasi tambahan tentang transformasi Z. Variabel ini mencakup properti seperti wilayah konvergensi (ROC) dan kondisi konvergensi.

Berikut adalah contoh penggunaan sintaks fungsi '`ztrans`':

```
syms n;  
X = sym(1) + 2^n;  
[Z, F] = ztrans(X, n)
```

Gambar 7.5. Contoh Penggunaan Sintaks '`ztrans`'

Dalam contoh ini, `syms n`; mendeklarasikan `n` sebagai variabel simbolis. `X` didefinisikan sebagai ekspresi simbolik yang mewakili rangkaian polinomial sistem. Saat fungsi `ztrans(X, n)` dipanggil, maka MATLAB akan menghitung transformasi Z dari barisan tersebut dan mengembalikannya sebagai `Z`. Variabel `F`, jika digunakan, akan memberikan informasi tambahan tentang transformasi Z.

7.4.2 Fungsi Transfer

Untuk melakukan perhitungan fungsi transfer menggunakan transformasi Z pada MATLAB, terdapat beberapa langkah yang perlu dilakukan

Langkah pertama yaitu menentukan rangkaian masukan dan keluaran sebagai variabel simbolik.

```
syms z n

% Define the input and output sequences
x = (1/2).^n; % Example input sequence (1/2)^n
y = z^-1 * x; % Example output sequence (z^-1 represents a delay by one sample)
```

Gambar 7.6. Mendefinisikan Masukan dan Keluaran dari Sistem

Langkah selanjutnya yaitu melakukan transformasi Z untuk masing-masing rangkaian masukan dan keluaran menggunakan sintaks '`ztrans`'.

```
% Calculate the Z-transform of the input and output sequences
X_z = ztrans(x, n, z);
Y_z = ztrans(y, n, z);
```

Gambar 7.7. Transformasi Z pada Masukan dan Keluaran

Kemudian fungsi transfer dihitung dengan cara mengambil rasio dari transformasi masukan dan keluaran dan disederhanakan dengan sintaks '`simplify`'.

```
% Calculate the transfer function
H_z = simplify(Y_z / X_z);
```

Gambar 7.8. Fungsi Transfer $H(z)$

Terakhir, hasil dari transfer fungsi dapat ditampilkan dengan bantuan sintaks 'pretty' agar menghasilkan output dengan format yang mudah dibaca.

```
% Display the transfer function
disp('Transfer Function (H(z)):');
pretty(H_z);
```

Gambar 7.9. Menampilkan Hasil Fungsi Transfer $H(z)$

7.4.3 Analisis Respons Frekuensi

Menghitung analisis respons frekuensi menggunakan transformasi Z di MATLAB melibatkan beberapa langkah yaitu pencarian fungsi transfer sistem, mengevaluasinya pada frekuensi yang berbeda, dan memplot besaran dan respons fase.

Langkah pertama yaitu dimulai dengan mendefinisikan fungsi transfer dari sistem secara simbolik menggunakan toolbox simbolik 'symz' pada MATLAB. Kemudian fungsi transfer dapat direpresentasikan sebagai polinomial dengan variabel Z.

```
syms z n

% Define the input and output sequences
x = (1/2).^n; % Example input sequence (1/2)^n
y = z^-1 * x; % Example output sequence (z^-1 represents a delay by one sample)
```

Gambar 7.10. Menentukan Rangkaian Masukan dan Keluaran Sistem

Selanjutnya tentukan rentang frekuensi yang ingin dianalisa. Rentang frekuensi tersebut dapat dipilih pada nilai frekuensi yang berada pada lingkaran z-plane ($|z|=1$) untuk menganalisis frekuensi yang berbeda.

```
% Specify the frequency range for analysis (e.g., from 0 to pi)
omega = linspace(0, pi, 100); % Adjust the number of points as needed
```

Gambar 7.11. Menentukan Rentang Frekuensi

Kemudian lakukan perhitungan respons frekuensi dengan mensubstitusikan nilai dengan z .

```
% Calculate the frequency response by substituting complex values for z
H_freq_response = subs(H_z, z, exp(1i*omega));
```

Gambar 7.12. Melakukan Perhitungan Respons Frekuensi

Setelah mendapatkan hasil dari respons frekuensi, maka selanjutnya hasil divisualisasikan untuk melihat respons magnitudo dan fasa.

```
% Plot the magnitude and phase of the frequency response
subplot(2, 1, 1);
plot(omega, abs(H_freq_response));
title('Frequency Response (Magnitude)');
xlabel('Frequency (radians)');
ylabel('Magnitude');

subplot(2, 1, 2);
plot(omega, angle(H_freq_response));
title('Frequency Response (Phase)');
xlabel('Frequency (radians)');
ylabel('Phase (radians)');
```

Gambar 7.13. Melakukan Plot Respon Magnitudo dan Fasa

7.4.4 Analisis Stabilitas

Analisis stabilitas menggunakan transformasi Z pada MATLAB melibatkan pencarian kutub fungsi transfer di domain Z dan memeriksa apakah kutub tersebut terletak di dalam lingkaran satuan ($|z| < 1$).

Langkah pertama dimulai dengan mendefinisikan fungsi transfer sistem dengan toolbox simbolik pada MATLAB yaitu 'syms'. Kemudian fungsi transfer didefinisikan sebagai polinomial dengan variabel Z .

```
% Define the symbolic variable for the Z-transform variable
syms z

% Define the transfer function in terms of Z
H_z = (z - 0.5) / (z^2 - 0.6*z + 0.25); % Replace with your transfer function
```

Gambar 7.14. Mendefinisikan Fungsi Transfer dari Sistem

Gunakan fungsi 'solve' untuk mencari kutub fungsi transfer $H(z)$.

```
% Calculate the poles of the transfer function
poles = solve(denom(H_z), z);
```

Gambar 7.15. Menghitung Kutub Fungsi Transfer

Pada kode ini, `denom(H_z)` digunakan untuk mengekstrak penyebut fungsi transfer dan memenuhi nilai untuk $a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_m z^{-m} = 0$.

Setelah menemukan nilai-nilai kutub dari fungsi transfer, selanjutnya nilai tersebut perlu diperiksa apakah berada pada lingkaran satuan domain Z .

Kemudian kode pada Gambar 7.16 melakukan iterasi melalui kutub dan memeriksa apakah ada kutub yang besarnya lebih besar atau sama dengan 1. Jika ada kutub yang berada di luar lingkaran satuan, sistem dianggap tidak stabil.

```
% Check stability by evaluating if all poles are inside the unit circle
is_stable = all(abs(poles) < 1);

% Display the poles and stability result
disp('Poles of the transfer function:');
disp(poles);

if is_stable
    disp('The system is stable (all poles are inside the unit circle).');
else
    disp('The system is unstable (at least one pole is outside the unit circle).');
end
```

Gambar 7.16. Memeriksa Kestabilan Sistem

Berdasarkan hasil pemeriksaan stabilitas, Anda dapat menentukan apakah sistem stabil atau tidak. Jika sistem stabil, sistem akan menunjukkan respons terbatas terhadap masukan yang dibatasi; jika tidak stabil, ia mungkin menunjukkan respons yang tidak terbatas. Dengan mengikuti langkah-langkah ini, Anda dapat melakukan analisis stabilitas menggunakan transformasi Z di MATLAB dan menilai stabilitas sistem waktu diskrit.

DAFTAR PUSTAKA

- Dorf, Richard C., and Robert H. Bishop. 2016. *Modern Control Systems*. Pearson.
- Ogata, Katushika. 2010. *Modern Control Engineering*. Fifth Edit. Prentice Hall.
- Oppenheim, Alan V, and Ronald W. Schafer. 2014. *Discrete-Time Signal Processing Third Edition*. Pearson Education Ltd.

BIODATA PENULIS



Angga Aditya Permana

Dosen Program Studi Informatika
Universitas Multimedia Nusantara

Angga Aditya Permana (lahir pada Desember 1989 di Jakarta) seorang dosen full time di bidang Computer Science pada Universitas Multimedia Nusantara sejak tahun 2021, fokus penelitian pada kriptografi, steganografi serta keamanan computer, namun pada tahun 2021 sedang mendalami topik bioinformatika dan network science. Angga juga memiliki hobi yaitu touring dan juga bermain bulutangkis, saat ini sedang menjadi mahasiswa program doctoral pada IPB University. Memulai karir pertama kali sebagai Network Enginner tahun 2011 dan memulai profesinya sebagai dosen pada 2013 di kampus swasta yang ada di Jakarta, pernah juga mengajar di kampus negeri yang berada di Jakarta dan Tangerang, juga pernah di undang menjadi dosen tamu untuk mengenalkan Bioinformatika di kampus negeri di Jakarta. Terimakasih..

BIODATA PENULIS



Fahmy Rinanda Saputri, S.T., M.Eng.

Dosen Program Studi Teknik Fisika

Fakultas Teknik dan Informatika Universitas Multimedia Nusantara

Penulis lahir pada bulan Agustus 1993 di Cilacap. Penulis adalah dosen tetap pada Program Studi Teknik Fisika Fakultas Teknik dan Informatika, Universitas Multimedia Nusantara. Menyelesaikan pendidikan S1 pada Jurusan Teknik Fisika Universitas Gadjah Mada dan melanjutkan studi pada Program Magister Teknik Fisika Universitas Gadjah Mada. Penulis menekuni bidang instrumentasi, fisika bangunan, dan energi baru terbarukan.

BIODATA PENULIS



Dr. Irmawati, S.Kom., MMSI.

Dosen Program Studi Sistem Informasi
Fakultas Teknik dan Informatika
Universitas Multimedia Nusantara

Penulis adalah dosen tetap pada Program Studi Sistem Informasi Fakultas Teknik dan Informatika Universitas Multimedia Nusantara. Menyelesaikan pendidikan S1 dan S2 pada Program Studi Sistem Informasi Universitas Gunadarma dan S3 pada departemen Teknik Elektro Universitas Indonesia. Penulis menekuni bidang keilmuan meliputi *Artificial Intelligence, Image Processing, Machine Learning*, dan *Deep Learning*.

BIODATA PENULIS



Ir. Johni S. Pasaribu, MT.

Dosen Program Studi Sistem Informasi
Fakultas IT Politeknik Piksi Ganesha

Penulis lahir di Medan tanggal 1 Juni 1966 dari pasangan HA Pasaribu (alm) dan Taruli Tambunan (alm). Penulis adalah anak keempat dari enam bersaudara. Pendidikan yang ditempuh yaitu SD Methodist Medan lulus tahun 1979, SMPN 88 Jakarta lulus tahun 1982 dan SMAN 3 Jakarta lulus tahun 1985. Kemudian melanjutkan studi di ITB jurusan Teknik Fisika spesialisasi Instrumentasi dan Kontrol. Penulis melakukan penelitian untuk tugas akhir di PT IPTN dengan judul Perancangan Sistem Kendali Fly By Wire Gerak Longitudinal Pada Engineering Flight Simulator Pesawat N250-100 dan menyelesaikan gelar sarjana teknik Insinyur (Ir) tahun 1992.

Kemudian penulis bekerja di PT. IPTN (sekarang PT Dirgantara Indonesia) di Departemen Iron Bird kemudian berpindah di Departemen Engineering Flight Simulator (EFS). Penulis terlibat dalam Operation and Maintenance untuk EFS sehingga simulator N250-100 ini dapat digunakan saat dilakukan pengujian-pengujian pesawat melalui simulator sebelum pengujian langsung pesawat di udara. Tahun 1998 penulis melanjutkan studi S2 di ITB pada jurusan Teknik Informatika untuk spesialisasi Software Engineering, dimana ilmu yang diperoleh dapat diaplikasikan dalam pekerjaan di lapangan. Tahun 2001 penulis menyelesaikan pendidikan S2 dengan gelar MT mengambil penelitian yang berjudul Pengembangan Perangkat Lunak Simulasi Sistem Perasa Kendali

Elevator Pesawat N250-100 dimana penelitian ini juga dilakukan di Engineering Flight Simulator (EFS) N250-100. Tahun 2004 penulis mulai aktif mengajar di Perguruan Tinggi di Bandung diantaranya pernah mengajar di Unikom, ITHB, STT Telkom (kini TelU). Kini penulis penuh mengajar dan menjadi dosen tetap di Politeknik Piksi Ganesha. Bidang keahlian mengajar dan penelitian penulis adalah Artificial Intelligence (AI), Decision Support System (DSS), Software Engineering dan Software Testing. Penulis juga aktif melakukan bimbingan mahasiswa S1 dan publikasi di jurnal-jurnal nasional maupun internasional.

BIODATA PENULIS



Ifan Wiranto, S.T., M.T.

Dosen Program Studi Sarjana Teknik Elektro
Fakultas Teknik Universitas Negeri Gorontalo

Penulis lahir di Manado pada tanggal 28 Januari 1972. Penulis adalah dosen tetap pada Program Studi Sarjana Teknik Elektro, Jurusan Teknik Elektro dan Komputer, Fakultas Teknik, Universitas Negeri Gorontalo. Menyelesaikan pendidikan Sarjana pada Jurusan Teknik Elektro di Universitas Gadjah Mada dan melanjutkan program Magister pada Program Studi Instrumentasi dan Kontrol di Institut Teknologi Bandung. Penulis menekuni bidang Rekayasa Kontrol dan Kecerdasan Tiruan. Beberapa mata kuliah yang diampu penulis baik di dalam program studi maupun diluar program studi adalah Kalkulus, Matematika Teknik, Fisika Dasar, Teknik Kendali Dasar, Isyarat dan Sistem, Medan Elektromagnetis, Kecerdasan Buatan, Pengantar logika Fuzzy, Kontrol Optimal, serta Probabilitas dan Statistika.

BIODATA PENULIS



Monica Pratiwi, S.ST., M.T.

Dosen Program Studi Teknik Komputer
Fakultas Teknik dan Informatika
Universitas Multimedia Nusantara

Penulis lahir di Surabaya tanggal 25 Mei 1996. Penulis adalah dosen tetap pada Program Studi Teknik Komputer Fakultas Teknik dan Informatika, Universitas Multimedia Nusantara. Penulis mendapatkan gelar Sarjana Sains Terapan (S.ST.) pada Jurusan Teknik Telekomunikasi Politeknik Elektronika Negeri Surabaya (PENS) kemudian melanjutkan studi untuk mendapatkan gelar Magister Teknik (M.T.) pada Jurusan Teknik Elektro Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS). Area riset dari penulis yaitu pengolahan sinyal khususnya pada sinyal fisiologis.