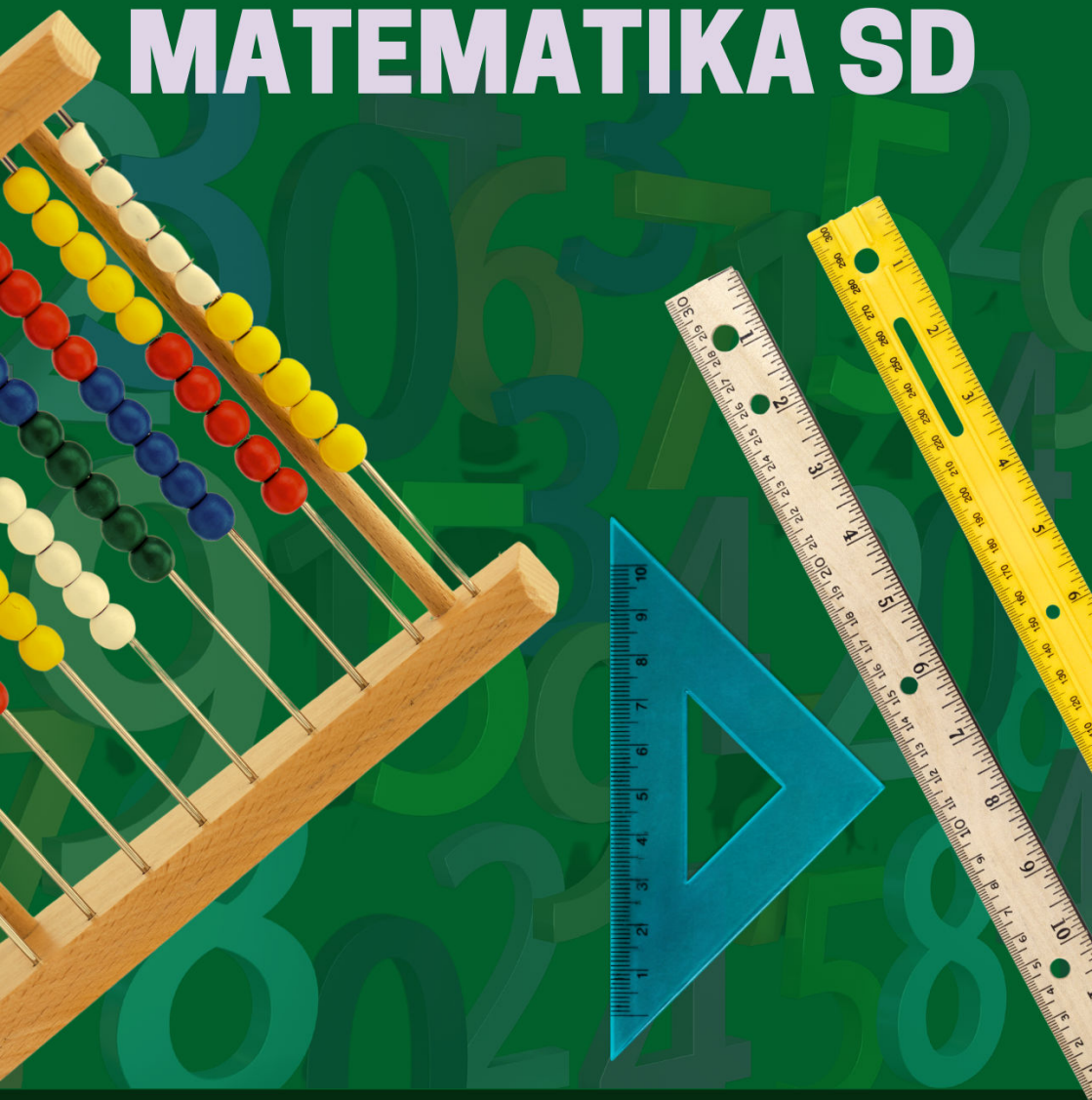


KONSEP DASAR MATEMATIKA SD



PENULIS :

**Arief Aulia Rahman, Ahmad Fadillah, Nurul Asma
Anis Hidayati MS, Beatric Videlia Remme, Novrianti
Khairunnisa Fadhilla Ramdhania, Astuti
Mindo H. Sinambela, Ulfah Sa'adah, Salsabila**

KONSEP DASAR MATEMATIKA SD

**Arief Aulia Rahman
Ahmad Fadillah
Nurul Asma
Anis Hidayati MS
Beatric Videlia Remme
Novrianti
Khairunnisa Fadhilla Ramdhan
Astuti
Mindo H. Sinambela
Ulfah Sa'adah
Salsabila**



GETPRESS INDONESIA

KONSEP DASAR MATEMATIKA SD

Penulis :

Arief Aulia Rahman
Ahmad Fadillah
Nurul Asma
Anis Hidayati MS
Beatric Videlia Remme
Novrianti
Khairunnisa Fadhilla Ramdhanian
Astuti
Mindo H. Sinambela
Ulfah Sa'adah
Salsabila

ISBN : 978-623-198-484-5

Editor : Ari Yanto, M.Pd.

Nurfathzi Jhonez, S.Pd.

Penyunting: Yuliatr Novita, M.Hum.

Desain Sampul dan Tata Letak : Tri Putri Wahyuni, S.Pd.

Penerbit : CV GETPRESS INDONESIA

Anggota IKAPI No. 033/SBA/2022

Redaksi :

Jl. Palarik RT 01 RW 06 Kelurahan Air Pacah
Kecamatan Koto Tangah Padang Sumatera Barat

website: www.getpress.co.id

email: adm.getpress@gmail.com

Cetakan pertama, Juli 2023

Hak cipta dilindungi undang-undang
Dilarang memperbanyak karya tulis ini dalam bentuk
dan dengan cara apapun tanpa izin tertulis dari penerbit.

KATA PENGANTAR

Dengan mengucapkan puji syukur kehadiran Allah SWT, atas limpahan rahmat dan hidayahNya, maka Penulisan Buku dengan judul Konsep Dasar Matematika SD dapat diselesaikan dengan baik atas kerjasama tim penulis. Buku ini ditujukan untuk mahasiswa PGSD serta masyarakat umum untuk mempelajari matematika dasar SD. Buku ini berisikan tentang pengantar konsep dasar matematika sd, konsep pola dan pola bilangan, konsep bilangan dan lambangnya, konsep operasi bilangan cacah, konsep operasi hitung bilangan bulat, perbandingan dan skala, konsep bilangan pecahan (rasional) dan operasinya, KPK dan FPB, perpangkatan dan penarikan akar, konsep bangun ruang, konsep pengolahan data di SD.

Buku ini masih banyak kekurangan dalam penyusunannya. Oleh karena itu, kami sangat mengharapkan kritik dan saran demi perbaikan dan kesempurnaan buku ini selanjutnya. Kami mengucapkan terima kasih kepada berbagai pihak yang telah membantu dalam proses penyelesaian Buku ini. Semoga Buku ini dapat menjadi sumber referensi dan literatur yang mudah dipahami.

Padang, Juli 2023
Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	i
DAFTAR ISI	ii
DAFTAR GAMBAR	v
DAFTAR TABEL	vi
BAB 1 PENGANTAR KONSEP DASAR MATEMATIKA SD	1
1.1 Pengertian Matematika	1
1.2 Karakteristik Siswa SD dalam Belajar Matematika	3
1.3 Teori-teori Belajar Matematika di SD	8
DAFTAR PUSTAKA	16
BAB 2 KONSEP POLA DAN POLA BILANGAN	17
2.1 Konsep Pola	17
2.2 Konsep Pola Bilangan	19
2.3 Pola Bilangan	21
DAFTAR PUSTAKA	23
BAB 3 KONSEP BILANGAN DAN LAMBANGNYA	27
3.1 Pendahuluan	27
3.2 Perkembangan Bilangan	28
3.2.1 Bangsa Mesir Kuno	29
3.2.2 Bangsa Romawi	29
3.3 Lambang Bilangan	31
3.4 Nilai Tempat Bilangan	33
3.5 Garis Bilangan	35
3.6 Macam-Macam Bilangan	36
DAFTAR PUSTAKA	39
BAB 4 KONSEP OPERASI BILANGAN CACAH	41
4.1 Pengertian Bilangan Cacah	41
4.2 Operasi pada Bilangan Cacah	42
4.2.1 Penjumlahan Bilangan Cacah	42
4.2.2 Pengurangan Bilangan Cacah	46
4.2.3 Perkalian Bilangan Cacah	49
4.2.4 Pembagian Bilangan Cacah	53
4.3 Sifat-sifat Operasi pada Bilangan Cacah	56
4.3.1 Sifat Tertutup	56
4.3.2 Sifat Komutatif	56
4.3.3 Sifat Asosiatif	57
4.3.4 Sifat Distributif	57
DAFTAR PUSTAKA	59
BAB 5 KONSEP OPERASI HITUNG BILANGAN BULAT	61
5.1 Pendahuluan	61
5.2 Operasi Hitung Pada Bilangan Bulat	62
5.2.1 Operasi Penjumlahan dan Pengurangan	62
5.2.2 Perkalian dan Pembagian	63
5.3 Sifat – Sifat Operasi Hitung Bilangan Bulat	64

5.3.1 Sifat-sifat Operasi Hitung Penjumlahan Bilangan Bulat.....	64
5.3.2 Sifat-sifat Operasi Hitung Pengurangan Bilangan Bulat.....	65
5.3.3 Sifat-sifat Operasi Hitung Perkalian Bilangan Bulat	66
5.3.4 Sifat-sifat Operasi Hitung Pembagian Bilangan Bulat	68
5.4 Pangkat dan Akar Pangkat Bilangan Bulat.....	69
5.4.1 Pangkat Bilangan Bulat.....	69
5.4.2 Akar Pangkat Bilangan Bulat.....	70
DAFTAR PUSTAKA.....	71
BAB 6 PERBANDINGAN DAN SKALA.....	73
6.1 Pendahuluan	73
6.2 Perbandingan	74
6.2.1 Perbandingan dua kuantitas.....	74
6.2.2 Perbandingan lebih dari dua kuantitas.....	80
6.2.3 Perbandingan Bertingkat.....	81
6.2.4 Perbandingan Skala pada Suhu	83
6.3 Skala.....	85
DAFTAR PUSTAKA.....	90
BAB 7 KONSEP BILANGAN PECAHAN (RASIONAL) DAN OPERASINYA	91
7.1 Konsep Bilangan Pecahan	92
7.2 Operasi Perhitungan Bilangan Rasional.....	95
7.3 Sifat-sifat Bilangan Rasional	98
DAFTAR PUSTAKA.....	100
BAB 8 KPK DAN FPB	101
8.1 Pendahuluan	101
8.2 Kelipatan Bilangan dan Kelipatan Persekutuan.....	102
8.2.1 Kelipatan Bilangan	102
8.2.2 Kelipatan Persekutuan	103
8.3 Faktor Bilangan dan Faktor Persekutuan	103
8.3.1 Faktor Bilangan	104
8.3.2 Faktor Persekutuan	105
8.4 Cara Menentukan KPK dan FPB	106
8.4.1 Persekutuan Bilangan.....	106
8.4.2 Pohon Faktor	107
8.4.3 Cara Tabel/ Sengkedan.....	109
8.4.4 Algoritma Euclid	110
8.5 Pengaplikasian KPK dan FPB dalam Kehidupan Sehari-hari	111
8.5.1 Pengaplikasian KPK.....	111
8.5.2 Pengaplikasian FPB	113
DAFTAR PUSTAKA.....	115
BAB 9 PERPANGKATAN DAN PENARIKAN AKAR	117
9.1 Pendahuluan	117
9.2 Defenisi Perpangkatan	117
9.3 Perpangkatan Dua (Kuadrat)	118
9.3.1 Menghitung Kuadrat Suatu Bilangan	121

9.3.2 Operasi Hitung Bilangan Kuadrat.....	122
9.4 Penarikan Akar Pangkat Dua/Kuadrat	124
9.5 Perpangkatan Tiga	128
9.6 Penarikan Akar Pangkat Tiga	131
DAFTAR PUSTAKA.....	136
BAB 10 KONSEP BANGUN RUANG	137
10.1 Pendahuluan	137
10.2 Pengertian Bangun Ruang.....	137
10.3 Unsur-Unsur Bangun Ruang	139
10.3.1 Sisi, Rusuk, Titik Sudut	139
10.3.2 Diagonal Sisi dan Diagonal Ruang	140
10.4 Sifat-Sifat Bangun Ruang	141
10.4.1 Balok.....	141
10.4.2 Kubus.....	142
10.4.3 Prisma Tegak Segitiga	143
10.4.4 Limas	144
10.4.5 Tabung	145
10.4.6 Kerucut	146
10.4.7 Bola.....	147
10.5 Jaring-Jaring Bangun Ruang.....	148
DAFTAR PUSTAKA.....	152
BAB 11 KONSEP PENGOLAHAN DATA DI SD	153
11.1 Pengumpulan Data	153
11.2 Pengolahan Data.....	156
11.3 Penyajian Data.....	158
DAFTAR PUSTAKA.....	164
BIODATA PENULIS	

DAFTAR GAMBAR

Gambar 3.1. Lambang Bilangan Mesir Kuno	29
Gambar 3.2 Lambang Bilangan Romawi	30
Gambar 3.3 Garis bilangan	35
Gambar 4.1 Penjumlahan dengan bolpoint.....	42
Gambar 4.2 Garis Bilangan Cacah.....	43
Gambar 4.3 Penjumlahan dengan garis bilangan.....	43
Gambar 4.4 Timbangan bilangan.....	43
Gambar 4.5 Penjumlahan bilangan cacah dengan timbangan.....	44
Gambar 4.6 Ilustrasi pengurangan dengan kelereng.....	47
Gambar 4.7 Pengurangan pada garis bilangan.....	48
Gambar 4.8 Pengurangan dengan timbangan.....	48
Gambar 4.9 Ilustrasi perkalian	50
Gambar 4.10 Perkalian pada garis bilangan	51
Gambar 4.11 Perkalian dengan timbangan.....	51
Gambar 4.12 Ilustrasi pembagian dengan kumpulan	53
Gambar 6.1 Ilustrasi perbandingan banyak buah apel	76
Gambar 6.2 Representasi rumusan dalam menjawab persoalan perbandingan	78
Gambar 6.3 Perbandingan usia Ina dan Ani = 2 : 3.....	79
Gambar 6.4 Perbandingan tiga objek	81
Gambar 6.5 Skema penyelesaian kasus (2).....	82
Gambar 6.6 Titik beku dan titik didih pada termometer derajat Celcius, Reamur, dan Fahrenheit	83
Gambar 6.7 Tangga konversi satuan panjang / jarak.....	85
Gambar 6.8 Ilustrasi gambar mobil berskala 1 : 20.	86
Gambar 6.9 Sketsa jarak rumah Ani dan Budi	87
Gambar 7.1 Sistem Bilangan.....	91
Gambar 7.2 Pizza dengan 8 Slice	92
Gambar 7.3 Dua Batang Cokelat Milik Ibu.....	93
Gambar 7.4 Cara Cepat Menghitung Penjumlahan	96
Gambar 9.1. Bangunan persegi satuan.....	119
Gambar 11.1 Contoh Hasil Voting	154
Gambar 11.2 Contoh Kuesioner	155
Gambar 11.3 Diagram Batang Produksi Cabai Tahun 2020	161
Gambar 11.4 Diagram lingkaran pekerjaan orang tua.....	162
Gambar 11.5 Diagram garis penjualan minyak mentah tahun 2023.....	163

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1 Ukuran kuantitas suatu bilangan	31
Tabel 9.1. Banyaknya persegi satuan dari gambar 1	119
Tabel 9.2. Bilangan Kuadrat dengan bilangan Pokok 1 sampai n	120
Tabel 9.3. Hasil Penarikan Akar Pangkat Dua Dari Bilangan Kuadrat Dengan Bilangan Pokok Sampai 10	124
Tabel 9.4. Bilangan Kubik dengan Bilangan Pokok 1 sampai 10.....	129
Tabel 9.5. Bilangan Kubik dengan Bilagan Pokok 1 sampai 9	134
Tabel 11.1 Data Nilai Siswa	154
Tabel 11.2 Ringkasan Statistik Data.....	158
Tabel 11.3 Jumlah orang tua siswa berdasarkan jenis pekerjaan	159
Tabel 11.4 Contoh tabel ringkasan statistik berupa rata-rata nilai ulangan matematika	160

BAB 1

PENGANTAR KONSEP DASAR MATEMATIKA SD

Oleh Arief Aulia Rahman

3.6 Pengertian Matematika

Matematika menjadi suatu gerbang dan kunci ilmu pengetahuan. Matematika mencakup berbagai aspek kehidupan dan profesi, baik dibidang bisnis, seni, teknik, industri dan lainnya. Matematika sering diterapkan pada berbagai uji laboratorium hingga penciptaan mikroskop elektron dalam berbagai eksperimen genetik dan para ilmuwan berhasil merangkum cara menghitung pertumbuhan penduduk dan perubahan ekonomi berdasarkan pemikiran dan ide-ide logis-matematis, kemampuan berfikir matematis membantu manusia dalam menyelesaikan permasalahan hidup manusia.

Matematika memiliki kelebihan lain dibandingkan dengan bahasa verbal, matematika mengembangkan bahasa numerik yang memudahkan manusia dalam mengukur secara kuantitatif, dimana sifat kuantitatif matematika meningkatkan daya prediksi dan kontrol ilmu. Kuantitatif memberi hasil jawaban eksak yang memungkinkan pemecahan masalah secara lebih tepat dan cermat.

Matematika memungkinkan ilmu mengalami perkembangan dari sifat kualitatif menjadi kuantitatif. Perubahan sifat ini menjadikan daya prediksi dan kontrol penyelesaian masalah lebih tepat dan cermat, terutama dibidang ilmu sosial yang memiliki kesukaran dalam

perkembangan tersumber dari problem teknis dan teknik pengukurannya. Kesulitan ini secara bertahap mulai teratasi, dimana ilmu-ilmu sosial telah mulai memasuki sifat kuantitatif dalam penyelesaian masalahnya.

Matematika lahir dari pemikiran manusia yang berhubungan dengan ide, proses dan penalaran yang akan diuji melalui percoba-percobaan untuk memperoleh fakta sebagai bahan argumentasi. Ide sebagai hasil pemikiran manusia tersebut akan memiliki struktur dan sistem tertentu yang hubungan-hubungannya diatur menurut aturan, urutan yang logis dan sistematis. Hal ini menunjukkan bahwa matematika tidak bergantung pada ilmu lain, karena didasarkan pada aksioma atau postulat dan dapat diturunkan menjadi dalil yang pembuktiannya dapat diterima secara deduktif. Deduktif maksudnya mengandalkan fakta yang sebelumnya dianggap benar dan kesimpulan akhir yang ditarik merupakan konsekuensi logis dari fakta-fakta yang sebelumnya diketahui.

Matematika sebagai ilmu tentang pola artinya bahwa teorema-teorema yang telah diterima pembuktiannya secara deduktif merupakan pola yang dapat digunakan secara umum dan proses pembuktiannya secara terurut serta mengikuti aturan-aturan sesuai konsep dalam matematika. Konsep dalam matematika tidak hanya berhubungan dengan bilangan-bilangan, operasi dan sifatnya saja, tetapi berhubungan dengan ruang sebagai sarannya dan juga terapannya dalam ilmu-ilmu lain. Matematika bukan pengetahuan yang menyendiri yang dapat sempurna karena dirinya sendiri, tetapi keberadaannya membantu manusia memahami dan menguasai permasalahan sosial, ekonomi dan alam.

Dari pembahasan diatas, dapat ditarik kesimpulan bahwa matematika merupakan sarana berfikir. Dalam matematika, generalisasi, sifat atau teori itu belum dapat diterima

kebenarannya sebelum dibuktikan secara deduktif. Oleh karena itu, matematika merupakan ilmu deduktif yang tidak menerima generalisasi yang didasarkan pada observasi (induktif) tetapi generalisasi yang didasarkan pada pembuktian secara deduktif.

1.2 Karakteristik Siswa SD dalam Belajar Matematika

Dalam kaitannya dengan siswa SD, guru perlu mengetahui benar sifat-sifat serta karakteristik siswa agar pembelajaran matematika di SD sesuai dengan perkembangan anak dan dapat diberikan pembinaan secara baik dan tepat sehingga dapat meningkatkan potensi kecerdasan dan kemampuan siswa sesuai dengan kebutuhan dan harapan orang tua pada khususnya serta masyarakat pada umumnya.

Karakteristik anak usia SD secara umum sebagai berikut:

- a. Memiliki rasa ingin tahu yang kuat dan tertarik akan dunia sekitar yang memiliki diri mereka sendiri.
- b. Senang bermain dan lebih suka bergembira dan riang.
- c. Suka mengatur dirinya untuk menangani berbagai hal, mengeksplorasi suatu situasi dan mencobakan hal-hal yang baru.
- d. Terbiasa terganggu perasaannya dan terdorong untuk berprestasi sebagaimana mereka tidak suka mengalami ketidakpuasan dan menolak kegagalan-kegagalan.
- e. Belajar secara efektif ketika mereka puas dengan situasi yang terjadi
- f. Belajar dengan cara bekerja, berobservasi, berinisiatif dan mengajar anak-anak lainnya.

Masa usia SD adalah 6-12 tahun merupakan tahapan perkembangan yang penting dan bahkan fundamental bagi kesuksesan perkembangan selanjutnya. Karena itu, guru tidaklah

mungkin mengabaikan kehadiran dan kepentingan mereka. Ia akan selalu dituntut untuk memahami betul karakteristik anak, arti belajar dan tujuan kegiatan belajar bagi mereka disekolah dasar.

Piaget mengatakan bahwa setiap manusia melalui tahapan perkembangan kognitif, dan piaget mengidentifikasikan empat tahapan perkembangan kognitif sebagai berikut:

1. Tahap sensorimotorik (Usia 0-2 Tahun), sejak bayi sampai 2 tahun, anak mengembangkan konsep awal berpikir melalui interaksi dengan dunia fisik di sekitarnya
2. Tahap pra-operasional (usia 2-7 tahun), anak-anak mulai menggunakan bahasa mengekspresikan idenya tetapi masih tergantung kepada persepsinya.
3. Tahap operasional konkret (usia 7-12 tahun), anak-anak mulai mengembangkan beberapa konsep dengan menggunakan objek konkret untuk mengeksplorasi keterhubungan model dengan ide-ide abstrak. Bahasa sebagai sarana yang sangat penting untuk mengekspresikan dan mengingat konsep.
4. Tahap operasi format (usia 12 tahun keatas), tahap dimulainya berpikir abstrak, membuat hipotesis dengan kemampuan melihat dunia nyata, dan tidak tergantung pada objek-objek konkret.

Perubahan dan perkembangan terjadi pada anak usia 6-12 tahun terkait dengan perkembangan kognitif menurut piaget. *Pertama* melukiskan tentang tahapan operasi konkret; *kedua*, berbagai pendekatan yang difokuskan pada proses informasi terhadap peningkatan memori (ingatan) dan komunikasi serta pemecah masalah, dan *ketiga*, ukuran intelegensi untuk dapat memperkirakan kemampuan intelektual.

Pada proses pertumbuhan dan perkembangan seorang anak menuju dewasa, terjadi perubahan kebutuhan yang sifatnya mendasar, artinya bahwa pada umumnya setiap individu memiliki kebutuhan tumbuh kembang. Seperti yang dikemukakan oleh Lindgren pada teori kebutuhan anak usia SD terbagi menjadi 4 aspek, seperti pada tabel berikut.

- **Kebutuhan Jasmani**

Sesuai dengan perkembangan fisik anak usia SD yang bersifat individual, pada masa tumbuh kembang tersebut, kebutuhan anak akan bervariasi misalnya seperti porsi makanan dan minuman meningkat. Karena perkembangan tubuh dan juga kognitifnya, anak usia SD membutuhkan makanan yang bergizi sehingga perkembangan fisik dan intelektualnya tidak terhambat.

Berkaitan dengan kebutuhan pemeliharaan dan pertahanan diri, anak usia SD memasuki tahapan perkembangan moral dan 5e a r a yang memperhatikan pemuasan keinginan dan kebutuhannya sendiri tanpa mempertimbangkan kebutuhan orang. Oleh karena itu guru perlu memberikan kesadaran kepada siswa, bahwa dia dapat menghindari hukuman dengan memohon maaf dengan cara yang baik agar tidak terkena sanksi.

Pada masa usia SD, anak juga sudah mulai merasakan adanya kebutuhan untuk melindungi diri dari bahaya baik secara fisik maupun psikis dari orang lain. Contohnya: Anak sudah mulai dapat berkelit dengan mengemukakan berbagai 5e a r a, apabila guru menanyakan suatu hal yang dikerjakan secara salah oleh siswa karena takut dimarahi. Perilaku memberi bantahan atau 5e a r a atas perbuatannya timbul sejalan dengan perkembangan berbahasa anak yang sudah mempunyai banyak perbendaharaan kata dan ungkapan-ungkapan.

Kebutuhan rasa aman pada siswa akan terpenuhi apabila guru dapat menghadirkan suasana kelas yang tenang dan damai. Berpihakan seorang guru kepada siswa-siswa tertentu, juga dapat mengakibatkan timbulnya rasa tidak aman pada siswa. Sehingga guru hendaknya dapat bersikap adil dan netral. Namun demikian seperti dikemukakan sebelumnya, bahwa guru perlu memberikan stimulus-stimulus yang dapat menyadarkan siswa bahwa disiplin dan aturan belajar yang disepakati dan dikompromikan adalah perlu. Sehingga siswa tidak salah mengartikan dengan perilaku yang suka-suka sendiri dalam pemenuhan rasa aman tersebut.

- Perhatian dan kasih 6ea ra

Pada tahap perkembangan 6ea ra anak usia SD terutama yang duduk di kelas tirggi SD, sudah ingin memiliki teman-teman tetap. Perkembangan tersebut juga sejalan dengan kebutuhan untuk disayangi dan menyayangi teman. Tidak hanya rasa kasih kepada teman saja, tetapi juga sudah ada kebutuhan untuk memberikan rasa cinta terhadap suatu benda. Misalnya anak usia SD sudah sadar akan mengoleksi sesuatu yang merupakan kesenangannya bisa berupa perangko, komik, kartu, dan sebagainya dan koleksi tersebut dirawat dengan hati-hati serta rasa 6ea ra. Oleh karena itu, guru perlu peka untuk mengarahkan anak-anak agar rasa kasih 6ea ra yang sudah muncul dapat terpelihara dan menjadikan anak-anak bersikap penuh kasih terhadap sesuatu seperti menunjukkan minat siswa yang sudah dipunyainya, memupuk serta memelihara minat atau hobi para siswa.

- **Kebutuhan untuk memiliki**

Pada masa usia di kelas-kelas rendah di SD, anak-anak sudah mulai meninggalkan dirinya sebagai pusat perhatian.. Namun demikian, anak-anak di kelas rendah di SD masih suka memuji diri sendiri, dan membanding bandingkan dirinya dengan teman. Sehingga kebutuhan untuk memiliki dan dimiliki masih dominan. Artinya, segala sesuatu baik teman-teman di sekolah maupun guru dipandang sebagai punya dirinya sendiri, sehingga kadang kadang anak usia ini suka meremehkan atau mengacuhkan pendapat teman atau guru. Seperti pada kebutuhan-kebutuhan yang lainnya, kebutuhan untuk memiliki pada setiap anak akan berbeda tergantung dari perkembangannya Sedangkan kebutuhan untuk dimiliki adalah berhubungan dengan mulainya masa membentuk gang atau kelompok bermain.

Anak-anak ini akan cenderung mengikuti aturan dari kelompok bermain setianya dan juga menggantungkan dirinya kepada kelompok tersebut. Kebutuhan untuk memiliki ini tidak terbatas pada pemilikan teman saja, tetapi juga pada benda-benda miliknya dan milik teman sekelompoknya. Dia akan menjaga dengan sepenuh hati benda-benda yang menjadi kebanggaannya atau teman gangnya. Namun demikian, pada masa ini, anak masih menggantungkan dirinya kepada orang yang dirasa mempunyai keunggulan atau kekuatan. Oleh karena itu banyak kasus para siswa kelas rendah di SD lebih menuruti kata teman dekatnya atau gurunya dibandingkan dengan orang tua sendiri, karena mungkin bukan merupakan sosok yang dikaguminya. Sehingga jika anak-anak dapat menemukan kelompok teman yang positif maka mereka akan positif pula. Dalam pemenuhan kebutuhan untuk memiliki, guru perlu memberikan dorongan kearah yang positif tentang bagaimana membentuk kelompok yang dapat

bermanfaat misalnya dalam kegiatan pramuka. Guru juga harus memberikan orientasi kepada anak-anak di usia ini, agar tidak begitu saja melakukan berbagai hal yang kadang-kadang berbahaya dan berbahaya, hanya karena disuruh oleh teman kelompoknya.

- **Kebutuhan aktualisasi diri**

Kebutuhan ini relatif lebih abstrak dan kompleks, dan merupakan kebutuhan tingkat tinggi yang pada dasarnya merupakan perkembangan dari kebutuhan-kebutuhan sebelumnya. Kebutuhan ini terasa mulai dominan pada anak-anak usia kelas tinggi di SD. Pada usia tersebut, anak-anak mulai ingin merealisasikan potensi-potensi yang dimilikinya sehingga anak berusaha memenuhi kebutuhan tersebut dengan sikap persaingan, atau berusaha. Mewujudkan keinginannya yang biasanya terdengar sangat tinggi dan muluk seperti ingin jadi juara tinju, pembalap formula, astronot dan sebagainya.

Salah satu kebutuhan yang terkait dengan kebutuhan aktualisasi diri adalah kebutuhan berprestasi. Karena anak-anak SD di kelas tinggi sudah timbul keinginan untuk menjadi terhebat, maka mereka berusaha semaksimal mungkin untuk mencapai prestasi. Semua sikap dan tindakan anak-anak tersebut juga dalam rangka pemenuhan kebutuhan untuk diakui. Di sinilah guru berfungsi untuk memotivasi sikap kompetisi pada anak-anak menjadi kompetisi yang sehat dan terarah.

1.3 Teori-teori Belajar Matematika di SD

Penyampaian bahan ajar matematika biasanya didasarkan pada teori-teori belajar yang dianggap sesuai oleh guru, para pengelola pendidikan dan pengembang kurikulum.

a. Teori Belajar Bruner

Bruner menekankan bahwa setiap individu pada waktunya mengalami atau mengenal peristiwa atau benda di dalam lingkungannya, menemukan cara untuk menyatakan kembali peristiwa atau benda tersebut dalam pikirannya, yaitu suatu model mental tentang peristiwa yang dialami atau benda yang dikenalnya. Bruner menyatakan proses belajar dapat dinyatakan menjadi tiga tahapan, yaitu:

1) Tahap enaktif/tahap kegiatan

Tahap pertama anak belajar konsep adalah berhubungan dengan benda real atau mengalami peristiwa disekitarnya. Pada tahap ini anak masih dalam gerak reflex dan coba-coba dengan memanipulasikan, menyusun, menjejerkan, mengutak-atik dan bentuk-bentuk gerak lainnya dengan menggunakan benda-benda nyata atau biasa dikenal sebagai model konkrit

Contoh:

“Dimulai dari model konkret yaitu menggunakan benda-benda nyata contohnya “buku”seperti berikut: Ani mempunyai 3 buku, diberi lagi 2 buku oleh ibunya, berapa banyaknya buku ani sekarang?”

2) Tahap ikonik/Tahap Gambar bayangan

Pada tahap ini anak telah mengubah , menandai, dan menyimpan peristiwa atau benda dalam bentuk bayangan mental. Dengan kata lain anak dapat membayangkan kembali atau memberikan gambaran dalam pikirannya tentang benda atau peristiwa yang dialaminya pada tahap enaktif, walaupun peristiwa itu telah berlalu dan benda nyata sudah tidak ada lagi (tahap praoperasi dari piaget).

Contoh

Yang merupakan tahap berikutnya dibuat modelnya, yaitu model semi konkrit (model gambar)



3) Tahap Simbolik

Tahap terakhir ini anak dapat mengutarakan bayangan mental tersebut dalam bentuk simbol dan bahasa dengan menggunakan simbol (lambang-lambang) yang sifatnya abstrak sebagai wujud dari bahasa matematika atau disebut dengan model abstrak (serupa dengan tahap operasi konkrit dan formal dari piaget). Misalnya guru akan menjelaskan operasi hitung penjumlahan pada anak-anak SD kelas 1. Biasa digunakan simbol secara abstrak dan mereka mengerti arti tiga dan dua tanpa bantuan apa-apa.

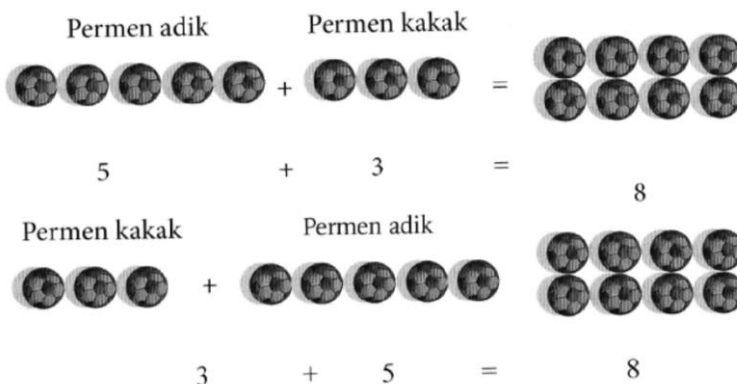
Contoh

3 buku + 2 buku = buku

$3 + 2 = 5$

Contoh pembelajaran sifat komulatif operasi bilangan dengan pendekatan teori Bruner sebagai berikut.

Adik memberi 5 permen bola dan kakak membeli 3 permen bola berapa jumlah bola mereka ?



Maka didapat $a + b = b + a$

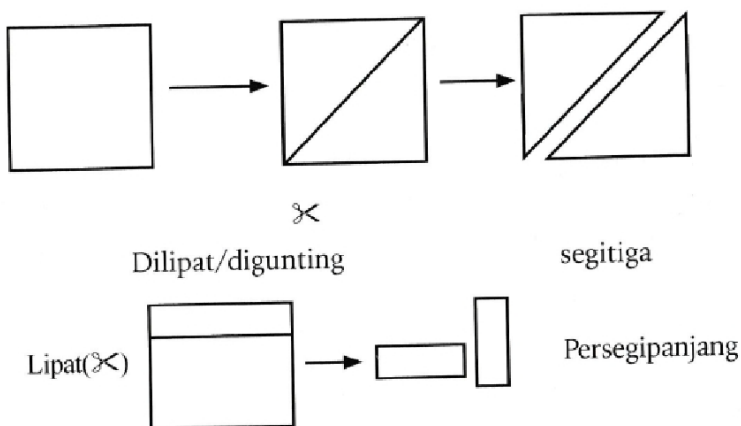
b. Teori Belajar Van Hiele

Tahap-tahap perkembangan Geometri dan Spatial Relationship menurut Van Hiele yang menyimpulkan bahwa setiap anak melalui lima tahapan perkembangan yang mirip dengan tahap piaget, yaitu:

- Tahap 0 (visualisasi): Pengenalan dan penamaan gambar
Tahap 0 (visualisasi) terjadi pada usia anak memasuki SD (kelas 1). Anak-anak belajar mengenal dan memberi nama gambar bangun seperti lingkaran, persegi, segitiga dan persegi panjang. Mereka juga mengenal benda-benda keras yang sederhana seperti kubus, kerucut, bola dan piramida. Mereka juga belajar memperbaiki terminologi seperti menyebutkan kubus dengan nama yang lebih mudah yaitu “kotak”

Contoh

Guru dan siswa menyiapkan kertas berwarna (origami), anak-anak diperkenalkan bentuk persegi (bentuk kertas warna yang utuh), bentuk segitiga (bentuk persegi dilipat secara diagonal) dan bentuk persegi panjang (bentuk persegi dilipat secara horizontal atau vertikal).



- Tahap 1 (Analisis): membuat/menggambar Objek

Tahap 1 (analisis) siswa lebih cakap untuk menggambarkan beberapa objek dari berbagai bentuk dan benda-benda keras lainnya. Mereka mulai biasa menjelaskan bahwa segitiga memiliki tiga garis dan tiga titik sudut. Bola berbentuk bu,at tetapi kerucut bagian bawahnya berbentuk lingkaran dan terdapat satu titik puncak. Lama kelamaan anak akan belajar karakteristik umum dan dapat mempelajari secara khusus jumlah sisi dan titik sudut dalam suatu bidang datar dan jumlah sisi, atau permukaan, titik atau garis vertikal suatu benda yang keras.

Contoh

- Guru membimbing siswa untuk menggambarkan bangun persegi, segitiga dan persegi panjang pada buku berpetak dan mewarnai.
 - Siswa memberikan contoh bentuk beberapa benda di sekitarnya yang berbentuk persegi, segitiga, kubus, balok, lingkaran bola.
 - Siswa mengamati bangun ruang balok, kubus, guru mengarahkan siswa untuk menemukan dan menyebutkan berapa jumlah rusuk, sisi, titik sudut.
 - Siswa diberikan beberapa gambar dan menyebutkan jumlah sisi, sudut, sisi sejajar, rusuk, dll.
- Tahap 2 (Dedukasi Informal): klasifikasi dan generalisasi objek.

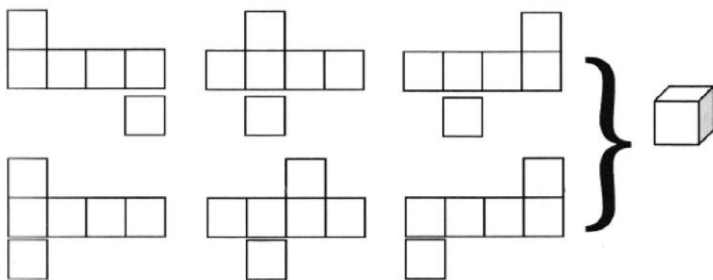
Tahap 2 memasuki awal tahap ketiga (Dedukasi informal dan deduksi): terjadi ketika anak-anak akan memasuki kelas tinggi di SD. Pada tahap ini anak-anak sudah mampu mengklarifikasikan bentuk sesuai karakteristiknya. Mereka mengenal bahwa semua

bangun datar yang terdiri dari empat sisi adalah segiempat. Mereka mungkin tertarik untuk memahami mengapa unsur-unsur dalam suatu bangun dapat saling berhubungan, dan bisa membedakannya dengan bentuk yang lain. Pertanyaan dan permasalahan yang terdapat di SD berkaitan dengan pembelajaran geometri secara formal yaitu pembelajaran deduksi dalam geometri dan pembuktian-pembuktiannya. Guru bisa merencanakan aktivitas yang bisa diberikan kepada siswa dalam pembelajaran geometri untuk dapat mengembangkan tahap-tahap perkembangan sesuai pola pikir mereka.

Contoh

Guru dan siswa menyiapkan kubus atau kerangka kubus yang terbuat dari kawat, karton atau plastik. Bisa juga menggunakan benda-benda yang ada di sekitar kita, misalnya kotak odol, kotak kado dan lain-lain.

Guru menugaskan siswa membuat jaring-jaring kubus, kemudian membentuknya menjadi bangun kubus yang utuh lagi.



- Tahap 3 (Deduksi): Perkembangan membuktikan penggunaan aksioma dan defisi

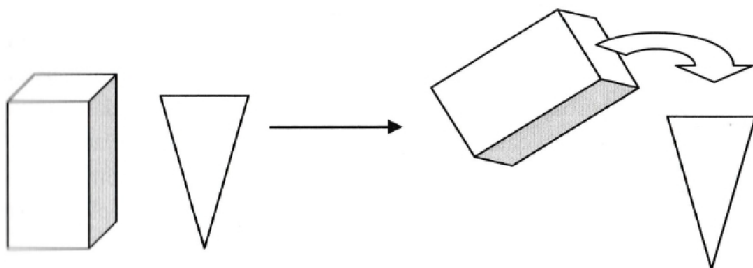
Pada tahap ini anak sudah dapat memahami deduksi, yaitu mengambil kesimpulan secara deduktif. Pengambilan kesimpulan secara deduktif yaitu penarikan kesimpulan dari hal-hal yang bersifat khusus. Seperti kita

ketahui bahwa matematika adalah ilmu deduktif. Matematika, dikatakan sebagai ilmu deduktif karena pengambilan kesimpulan, membuktikan teorema dan lain lain dilakukan dengan cara deduktif. Sebagai contoh untuk menunjukkan bahwa jumlah sudut-sudut dalam jajargenjang adalah 360^0 secara deduktif dibuktikan dengan menggunakan prinsip kesejajaran. Pembuktian secara induktif yaitu dengan memotong-motong sudut-sudut benda jajargenjang, kemudian setelah itu ditunjukkan semua sudutnya membentuk sudut satu putaran penuh atau 360^0 belum tuntas dan belum tentu tepat. Seperti diketahui bahwa pengukuran itu pada dasarnya mencari nilai yang paling dekat dengan ukuran yang sebenarnya. Jadi, mungkin saja dapat keliru dalam mengukur sudut-sudut jajargenjang tersebut. Untuk itu pembuktian secara deduktif merupakan cara yang tepat dalam pembuktian pada matematika.

Contoh

Guru menyediakan bentuk prisma dan limas (ukuran alas dan tingginya sama) dari plastik atau kayu, beras atau pasir

- Isi prisma dengan beras/pasir sampai penuh, tuang isi prisma pada limas



- Siswa menghitung perbandingan volume prisma dan limas

Diharapkan berdasarkan peragaan maka volume prisma = 3 kali volume limas atau:

$$\begin{aligned}\text{Volume limas} &= 1/3 \text{ volume prisma} \\ &= 1/3 \text{ luas alas} \times \text{tinggi prisma}\end{aligned}$$

- Tahap 4 (Rigor): Bekerja dengan sistem geometri yang bervariasi

Obyek–obyek pemikiran pada tahap 4 berupa sistem–sistem deduktif dasar dari geometri. Pada tahap teratas dalam tahapan van Hiele, obyek–obyek perhatian adalah sistem dasarnya sendiri, bukan hanya penyimpulan dalam sistem. Terdapat sebuah apresiasi akan perbedaan dan hubungan antara berbagai sistem dasar. Sebagai contoh, geometri bola berdasarkan garis–garis yang tergambar pada bola bukannya pada bidang atau ruang biasa. Geometri ini memiliki rangkaiannya sendiri akan aksioma atau teorema. Secara umum ini adalah tahapan mahasiswa jurusan matematika yang mempelajari geometri sebagai cabang dari ilmu matematika.

Hasil pemikiran pada tahap 4 berupa perbandingan dan perbedaan di antara berbagai sistem–sistem geometri dasar. Karakteristik yang muncul pada tahap ini adalah siswa menilai penyelidikan dari bermacam–macam sistem aksioma dan logika. Juga dapat memberi alasan dalam cara yang sangat tepat dengan sistem yang bermacam–macam.

Khusus untuk pembelajaran geometri dan spasial relationship anak–anak SD sangat berhubungan dengan tiga tahapan pertama yang terjadi selama beberapa tahun di SD. Guru dapat merancang pembelajaran geometri yang aktif bagi siswa agar menarik dan mudah dipahami.

DAFTAR PUSTAKA

- Abdussakir, A. (2009). Pembelajaran geometri sesuai teori Van Hiele. *Madrasah: Jurnal Pendidikan dan Pembelajaran Dasar*, 2(1).
- Ahmad, S., Helsa, Y., & Ariani, Y. (2020). *Pendekatan Realistik Dan Teori Van Hiele*. Deepublish.
- Buto, Z. A. (2010). *Implikasi teori pembelajaran jerome bruner dalam nuansa pendidikan modern*. Islamic University of Indonesia.
- Hatip, A., & Setiawan, W. (2021). Teori kognitif bruner dalam pembelajaran matematika. *PHI: Jurnal Pendidikan Matematika*, 5(2), 87-97.
- Hawa, S. (2014). Teori Belajar Bruner. *Pembelajaran Matematika Sekolah Dasar*.
- Nabila, N. (2021). Konsep Pembelajaran Matematika SD Berdasarkan Teori Kognitif Jean Piaget. *JKPD (Jurnal Kajian Pendidikan Dasar)*, 6(1), 69-79.
- Rahman, A. A. (2018). Strategi Belajar Mengajar Matematika. *Strategi Belajar Mengajar Matematika*.

BAB 2

KONSEP POLA DAN POLA BILANGAN

Oleh Ahmad Fadillah

2.1 Konsep Pola

Matematika merupakan salah satu pengetahuan yang diperlukan manusia dalam menjalankan kehidupannya sehari-hari. Bila kita berpikir tentang matematika maka kita akan membicarakan tentang persamaan dan perbedaan, pengaturan informasi atau data, memahami tentang angka, jumlah, pola-pola, ruang, bentuk, perkiraan dan perbandingan. Pengetahuan tentang matematika sebenarnya sudah bisa diperkenalkan pada anak sejak usia dini (usia lahir-6 tahun). Pada anak-anak usia di bawah tiga tahun, konsep matematika ditemukan setiap hari melalui pengalaman bermainnya. Matematika pada anak usia dini adalah mengenalkan konsep-konsep dasar matematika atau matematika permulaan (Fridani, 2018).

Anak dengan rentang usia tersebut di atas merupakan anak yang sedang dalam proses pertumbuhan dan perkembangan dengan cepat. Oleh karena itu perkembangan yang sedang berproses oleh mereka perlu dikembangkan secara optimal supaya anak dapat mempelajari hal-hal baru di lingkungannya dengan baik dan mandiri. Aspek perkembangan perlu distimulasi pada masa ini sehingga perlu dikembangkan secara berimbang sehingga untuk dapat membentuk insan manusia seutuhnya. Mereka melakukan eksplorasi dengan menggunakan alat seluruh alat panca indera dan otot-otot kecilnya. Mereka lebih sering melihat dan meniruan dari orang dewasa. Amini (2014) terdapat beberapa masa anak usia dini,

yakni pertama masa peka, masa egosentris, masa meniru, masa berkelompok, masa bereksplorasi, dan masa pembangkangan. Masa-masa ini perlu diketahui oleh pendidik sehingga dapat memberikan stimulasi yang optimal bagi pertumbuhan dan perkembangan peserta didiknya.

Pola dapat diartikan sebagai sebuah susunan yang mempunyai bentuk teratur dari bentuk yang satu ke bentuk berikutnya. Salah satu yang menjadi konsep penting dalam proses pembelajaran anak usia dini adalah pengenalan terhadap konsep pola. Konsep pola merupakan salah satu konsep dari pembelajaran matematika yang perlu dan penting diajarkan pada anak usia dini. Rittle-Johnson *et al.*, (2017) membuat pola menjadi salah satu hal yang penting untuk melihat prestasi matematika di jenjang lebih lanjut dan lebih tinggi. Sowder (2021) anak-anak prasekolah menemukan pola-pola di sekitar lingkungan mereka. Pengenalan pola sejak dini memberikan bekal pada penalaran anak. Orang dewasa terutama orang tua harus mendorong anak usia dini untuk menebak dan menjelaskan penalarannya. Penalaran yang dilakukan memungkinkan mereka untuk menarik kesimpulan yang logis, menerapkan keterampilan klasifikasi yang logis, menjelaskan apa yang ada dalam pemikiran mereka, membenarkan dan memberikan penyelesaian dari masalah mereka, menerapkan pola dan hubungan untuk sampai pada penyelesaian, dan memahami matematika (Charlesworth dan Lind, 2010).

Beberapa konsep dari pembelajaran matematika awal yang perlu diajarkan pada anak usia dini adalah mencocokkan, mengklasifikasi, membandingkan, dan mengurutkan atau. Guru yang memahami dasar-dasar matematika awal ini dapat mengembangkan kurikulum yang dibuat di sekitar kegiatan pemecahan masalah yang dapat menantang bagi mereka. Kurangnya pengetahuan konsep-konsep matematika awal ini dapat berakibat “mendesak anak” melalui keterampilan belajar

mengingat atau menghafal seperti menghitung, menulis angka, dan menemukan jumlah objek dalam satu himpunan (Aini (2016); Ariyana (2020); Putri and Suparno (2020); Meidi, Mandira and Nessa (2021)).

Berdasarkan asumsi-asumsi diatas dapat disimpulkan konsep matematika yang perlu diberikan dan dikenalkan pada anak yaitu: Konsep angka, Pola dan hubungan-hubungannya, Geometri dan orientasi spatial, Pengukuran serta Pengumpulan, penyajian data serta organisasi. Konsep matematika tersebut dapat dikenalkan melalui kegiatan mengurutkan pola (pattern). Pola adalah urutan nomor, warna, benda, suara, bentuk atau gerakan yang berulang, dalam susunan urutan yang sama.

2.2 Konsep Pola Bilangan

Pembelajaran pola bilangan merupakan salah satu pilar dari delapan tujuan pembelajaran matematika yang menggunakan pola sebagai prasyarat pemecahan masalah. Alasannya, pola dapat membantu siswa mengembangkan kemampuan berpikir, membuat asumsi dan menguji ide mereka, dan yang terpenting pembelajaran pola bilangan dapat menggali kemampuan berpikir siswa. Dengan demikian, jelaslah bahwa pembelajaran membaca pola sangat penting karena merupakan kegiatan matematika yang mengembangkan kemampuan berpikir siswa. Menerapkan pola bilangan dalam kehidupan sehari-hari, menemukan pola bilangan berdasarkan benda nyata, mengidentifikasi berbagai pola bilangan, barisan bilangan, barisan aritmetika dan geometri serta menentukan jumlah suku ke- n dan barisan bilangan genap n . Tahapan pembelajaran pola bilangan mengikuti rekomendasi Depdiknas (2014) sehingga proses pembelajaran pola bilangan harus dimulai dari yang konkrit ke abstrak.

Pola berarti bentuk atau susunan tetap dan angka berarti satuan ukuran yang terkait dengan angka. Pola bilangan adalah bentuk atau susunan tetap dari suatu bilangan. Model bilangan Thompson and Harel (2021) merupakan topik aljabar yang melibatkan proses generalisasi. Model generalisasi merupakan acuan yang digunakan peneliti untuk meningkatkan penalaran aljabar siswa. Gunawan *et al.*, (2019) Aljabar melalui generalisasi pola numerik secara intuitif dikenal dalam kurikulum sekolah dasar. Sumber daya intuitif, model untuk siswa sekolah dasar diidentifikasi dengan pola angka visual atau bergambar yang merupakan objek nyata. Devi and Amir (2021) menggeneralisasi pola numerik dalam tiga aspek penalaran aljabar, yaitu generalisasi aritmatika, menggunakan model matematika, pengembangan bahasa aljabar. Generalisasi model pada tingkat sekolah dasar dapat dipandang sebagai pemberian pengalaman belajar melalui struktur bacaan yang sering disebut dengan pra-aljabar.

Pola bilangan menempati posisi strategis dalam pembelajaran karena konsep pola bilangan sangat dapat diterapkan dalam kehidupan sehari-hari, mulai dari pola yang disadari oleh manusia, seperti pola bilangan rumah, hingga pola yang terdapat di alam, seperti pola bilangan Fibonacci pada berbagai bunga dan hewan (Disnawati & Nahak, 2019). Selain itu, Model Bilangan merupakan tolok ukur prestasi akademik karena banyak konsep Model Bilangan yang tertuang dalam soal-soal Tes Potensi Akademik (TPA). Oleh karena itu, pembelajaran pola bilangan di SMP merupakan titik awal bagi siswa untuk mempelajari dan memahami pola matematika selain matematika bilangan dan bentuk matematika yang sangat berguna sebagai modal untuk pendidikan selanjutnya (Astria *et al.*, 2022).

Pengenalan pola merupakan bagian awal pembelajaran matematika yang erat kaitannya dengan aljabar. Para ahli merekomendasikan pola numerik, terutama angka, sebagai

pendekatan untuk memperkenalkan aljabar, khususnya penalaran, generalisasi, dan pembuktian aljabar (Samson, 2012). Keberhasilan dalam menemukan pola dan membuat generalisasi dapat menentukan keberhasilan dalam materi aljabar. Pentingnya pola pembelajaran dalam matematika ditandai dengan fakta bahwa model pembelajaran dan generalisasi telah digunakan sejak sekolah dasar. Oleh karena itu, guru sekolah dasar harus menguasai materi ini dengan baik untuk menentukan keberhasilan siswa (Nurmawanti et al., 2020). Pola bilangan berkaitan erat dengan model tatanan dan struktur matematika. Struktur matematika sering dinyatakan dalam bentuk generalisasi (Eryandi et al., 2016). Kemampuan siswa untuk menggeneralisasi penting untuk memecahkan masalah matematika (Simamora et al., 2018).

2.3 Pola Bilangan

Pola bilangan adalah susunan bilangan yang memiliki aturan dalam susunannya sehingga memiliki pola tertentu. Pola angka ini dapat diperbesar atau diperkecil sesuai aturan proses desain. Dalam pola penomoran berikut:

2, 4, 6, 8, 10, ... disebut pola bilangan naik karena bilangan tersebut nilainya naik. Dalam pola penomoran berikut:

10, 8, 6, 4, 2, ... disebut pola bilangan turun karena bilangan tersebut memiliki nilai yang lebih kecil. Pola dapat diartikan sebagai susunan yang memiliki bentuk yang teratur dari satu bentuk ke bentuk lainnya. Sedangkan bilangan adalah sesuatu yang digunakan untuk menunjukkan kuantitas (banyak, sedikit) dan ukuran (berat, ringan, panjang, pendek, luas) suatu objek. Bilangan ditunjukkan dengan suatu tanda atau lambang yang disebut angka. Sehingga pola bilangan dapat diartikan sebagai susunan angka-angka yang mempunyai bentuk teratur dari bentuk yang satu ke bentuk berikutnya. Ragam dan bentuk pola bilangan: pola garis lurus, pola persegi panjang, pola

persegi, pola segitiga, bilangan ganjil, pola bilangan genap, pola bilangan kubus, pola bilangan segitiga pascal, dan pola bilangan fibonacci.

DAFTAR PUSTAKA

- Aini, I. N. (2016). Pelatihan Konsep Pembelajaran Matematika Untuk Anak Usia Dini Pada Guru Pendidikan Anak Usia Dini. *Seminar Nasional Pengabdian Kepada Masyarakat*, 1(1), 300–311.
- Amini, M. (2014). Perkembangan dan Konsep Dasar Pengembangan Anak Usia Dini. *Perkembangan Dan Konsep Dasar Pengembangan Anak Usia Dini*.
- Ariyana, I. K. S. (2020). Pembelajaran Konsep Pola Untuk Anak Usia Dini dalam Kaitannya dengan Problem Solving. *Widya Kumara Jurnal Pendidikan Anak Usia Dini*, 1(1).
- Astria, R., Rusdi, R., Irsal, N. A., & Siagian, T. A. (2022). Analisis Materi Kegiatan Mengamati Pada Buku Teks Matematika Smp Kelas VII Semester 2 Berdasarkan Pendekatan Saintifik. *Jurnal Penelitian Pembelajaran Matematika Sekolah (JP2MS)*, 6(1).
<https://doi.org/10.33369/jp2ms.6.1.32-39>
- Depdiknas. (2014). Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia Nomor 146 Tahun 2014 Tentang Kurikulum 2013 Pendidikan Anak Usia Dini. *Kemendikbud Pendidikan Anak Usia Dini*, 2025(1679).
- Devi, M. S. A., & Amir, M. F. (2021). ANALISIS KESALAHAN KONSEPTUAL DAN PROSEDURAL SISWA SEKOLAH DASAR DALAM MENGGENERALISASI POLA BILANGAN. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 10(3).
<https://doi.org/10.24127/ajpm.v10i3.3713>
- Disnawati, H., & Nahak, S. (2019). Pengembangan Lembar Kerja Siswa Berbasis Etnomatematika Tenun Timor pada Materi Pola Bilangan. *Jurnal Elemen*.
<https://doi.org/10.29408/jel.v5i1.1022>

- Eryandi, Y., Somakim, & Hartono, Y. (2016). Learning materials design pattern numbers context making kemplang in class IX. *Journal on Mathematics Education*, 7(2).
<https://doi.org/10.22342/jme.7.2.3535.101-108>
- Fridani, L. (2018). Early Childhood Education Journal of Indonesia. *Ijeces*, 1(2).
- Gunawan, W., Degeng, I. N. S., Utaya, S., & Sulton. (2019). The improvement of conceptual and procedural understanding by scaffolding with responsiveness. *International Journal of Innovation, Creativity and Change*, 7(5).
- Meidi, S., Mandira, G., & Nessa, R. (2021). Media Pembelajaran untuk Anak Usia Dini di Pendidikan Anak Usia Dini. *Jurnal Pendidikan Tambusai*, vol 5 no 1.
- Nurmawanti, I., Radiusman, R., Haryati, L. F., Sobri, M., & Anar, A. P. (2020). Strategi Konstruktif Dan Dekonstruktif: Proses Identifikasi Pola Bilangan Mahasiswa Calon Guru SD. *Jurnal Derivat: Jurnal Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 7(2). <https://doi.org/10.31316/j.derivat.v7i2.1071>
- Putri, A. A., & Suparno. (2020). Recognize Geometry Shapes through Computer Learning in Early Math Skills. *JPUD - Jurnal Pendidikan Usia Dini*.
<https://doi.org/10.21009/jpud.141.04>
- Rittle-Johnson, B., Fyfe, E. R., Hofer, K. G., & Farran, D. C. (2017). Early Math Trajectories: Low-Income Children's Mathematics Knowledge From Ages 4 to 11. *Child Development*, 88(5). <https://doi.org/10.1111/cdev.12662>
- Samson, D. (2012). Pictorial pattern generalisation: Tension between local and global visualisation. *Pythagoras*, 33(3).
<https://doi.org/10.4102/pythagoras.v33i3.172>

- Simamora, R. E., Saragih, S., & Hasratuddin, H. (2018). Improving Students' Mathematical Problem Solving Ability and Self-Efficacy through Guided Discovery Learning in Local Culture Context. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 14(1).
<https://doi.org/10.12973/iejme/3966>
- Sowder, J. T. (2021). What influence will the new Principles and Standards for School Mathematics (2000) have? *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(4).
<https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.31.4.0394>
- Thompson, P. W., & Harel, G. (2021). Ideas foundational to calculus learning and their links to students' difficulties. *ZDM - Mathematics Education*, 53(3).
<https://doi.org/10.1007/s11858-021-01270-1>

BAB 3

KONSEP BILANGAN DAN LAMBANGNYA

Oleh Nurul Asma

3.1 Pendahuluan

Bilangan dapat didefinisikan sebagai suatu ide yang bersifat abstrak, namun dapat dijadikan suatu simbol yang mampu memberikan keterangan mengenai hal-hal tertentu. Sebagaimana diungkapkan Amir (2019) bahwa bilangan adalah suatu konsep dalam matematika yang digunakan untuk pencacahan dan pengukuran, bilangan bukanlah lambang bilangan melainkan deretan angka yang memberikan keterangan mengenai banyaknya suatu kuantitas. Seperti halnya bilangan pada zaman dahulu yang hanya digunakan untuk menggantikan keterangan suatu benda, misalnya ranting, kerikil, batu dan sebagainya. Dimana setiap suku-suku tertentu yang hidup pada zaman dahulu mempunyai cara masing-masing untuk menunjukkan bilangan dalam bentuk simbol. Sejalan dengan perkembangan zaman yang semakin canggih, bilangan juga mengalami perkembangan. Jika pada zaman dahulu bilangan menggunakan simbol-simbol yang hanya dikenal oleh individu atau suku-suku tertentu, sekarang telah mendunia dan dapat digunakan oleh siapa saja di belahan bumi manapun. Akibat dari bermacam ragam suku bangsa di dunia menjadikan bermacam pula sistem penomoran yang berbeda pada setiap bangsa (Amir, 2019). Berikut identifikasi perkembangan bilangan dan angka serta sistem numerasi di berbagai bangsa seperti Mesir dan Romawi.

3.2 Perkembangan Bilangan

Pada awalnya bilangan hanya digunakan untuk mengingat jumlah, namun seiring perkembangan zaman, setelah pakar matematika menambahkan perbendaharaan simbol dan kata-kata yang tepat untuk mendefinisikan suatu bilangan, maka matematika menjadi hal yang sangat penting dalam hidup sehingga kehidupan sehari-hari manusia menjadi sangat dekat dengan bilangan, karena bilangan selalu diperlukan baik dalam sains, teknologi, ekonomi, bahkan dalam dunia musik dan hiburan pun butuh bilangan (Wahyuningtyas, 2016).

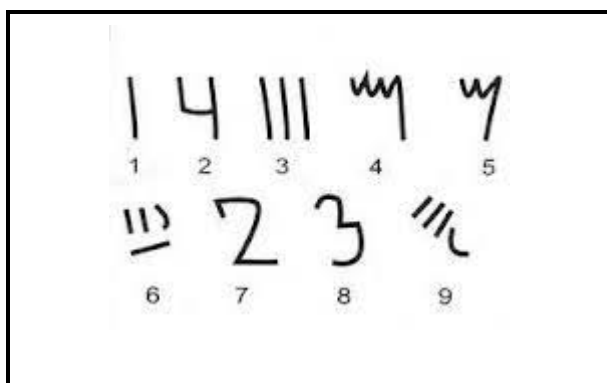
Bilangan dan angka acapkali dianggap sebagai dua hal yang sama dalam penggunaannya. Pada dasarnya, bilangan merupakan suatu konsep matematika yang digunakan untuk mengukur dan mencacah. Berbeda dengan bilangan, angka merupakan anggota dari suatu bilangan. Sebutan lain untuk angka adalah digit. Angka pada suatu bilangan mempunyai arti yang berbeda, tergantung dari urutan atau letak yang lebih dikenal dengan nilai tempat. Angka dapat didefinisikan sebagai suatu tanda atau lambang yang dapat digunakan untuk melambangkan suatu bilangan (Amir, 2019).

Contoh:

Pada bilangan 2.684 adalah suatu bilangan yang mengandung empat angka, yaitu angka 2, angka 6, angka 8, dan angka 4. Angka 2 menempati nilai ribuan sehingga artinya sama dengan dua ribu atau 2.000, angka 6 menempati nilai ratusan sehingga artinya sama dengan enam ratus atau 600, angka 8 menempati nilai puluhan sehingga artinya sama dengan delapan puluh atau 80, dan angka 4 menempati nilai satuan sehingga sama artinya dengan empat satuan atau 4.

3.2.1 Bangsa Mesir Kuno

Pada dasarnya sistem numerasi mesir kuno belum mengenal lambang nol (0), sehingga tidak diketahui penggunaan simbol nol. Selain itu penggunaan sistem nilai juga belum diterapkan sehingga penulisannya bebas, sesuai dengan banyaknya bilangan yang ada (Amir, 2019). Namun bukti sejarah bilangan yang ditemukan pada tulisan-tulisan yang tertera pada dinding, batu, plak kapur, tembikar, maupun monumen menjelaskan bahwa angka satu disimbolkan sebagai garis vertikal, sedangkan angka 10 disimbolkan oleh lambang $\wedge$ (Wahyuningtyas, 2016). Orang mesir terbiasa menulis mulai dari kanan ke arah kiri, sehingga bilangan tiga puluh empat menurut mesir kuno dapat disimbolkan menjadi $||||\wedge\wedge\wedge$.

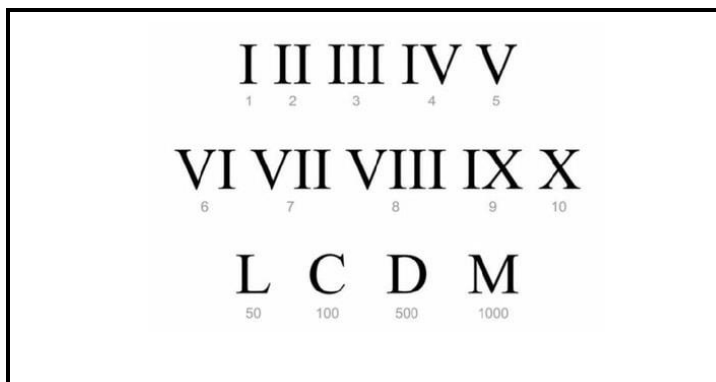


Gambar 3.1. Lambang Bilangan Mesir Kuno
(Sumber: Wahyuningtyas, 2016)

3.2.2 Bangsa Romawi

Angka romawi menggunakan sistem bilangan berbasis 5. Angka I dan V dalam angka romawi terinspirasi dari bentuk tangan, yang merupakan alat hitung alami. Sedangkan angka X atau lambang dari 10 merupakan gabungan dua garis miring yang menjadi simbol angka 5. Adapun lambang L, C, D, dan M yang secara berurutan mewakili 50, 100, 500, dan 1.000 adalah

modifikasi dari simbol V dan X (Wahyuningtyas, 2016). Bukti historis dari sistem numerasi romawi yang berkembang sekitar permulaan tahun 100 SM menunjukkan bahwa C berasal dari kata centum yang berarti seratus, dan M berasal dari kata mili yang berarti seribu. Sedangkan asal simbol lain tidak dapat dipastikan (Amir, 2019).



Gambar 3.2 Lambang Bilangan Romawi

(Sumber: <https://id.theasianparent.com/angka-romawi>)

Orang romawi menulis angka menggunakan sistem penjumlahan dan pengurangan. Misalnya angka 6 ditulis sebagai VI, karena V+I atau angka 122 ditulis sebagai CXXII, karena C+X+X+I+I. Sedangkan untuk sistem pengurangan misalnya angka 9 ditulis sebagai IX, karena I sebelum X atau angka 94 ditulis sebagai XCIV, karena X sebelum C adalah 90 dan I sebelum V adalah 4.

Contoh lain adalah dalam penulisan 1987 dalam romawi yaitu MDCCCCLXXXVII. Penjelasannya adalah sebagai berikut:

$$M = 1000$$

$$D = 500 + CCCC = 400 \text{ sehingga menjadi } 900$$

$$L = 50 + XXX = 30 \text{ sehingga menjadi } 80$$

$$V = 5 + II = 2 \text{ sehingga menjadi } 7$$

Sederhananya dalam penulisan angka romawi, penjumlahan digunakan jika lambang pada bagian kanan menyatakan bilangan yang lebih kecil, sebaliknya apabila bilangan yang lebih kecil dinyatakan oleh lambang pada bagian kiri maka digunakan pengurangan. Untuk lebih mudah, berikut aturan yang dapat dipahami:

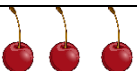
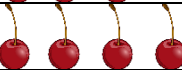
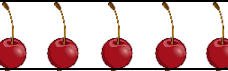
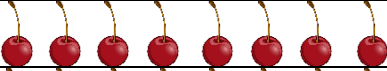
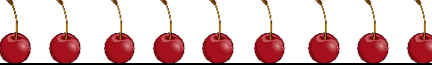
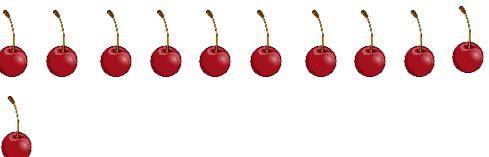
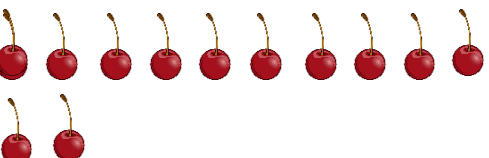
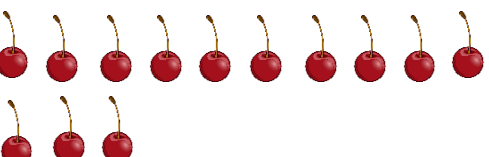
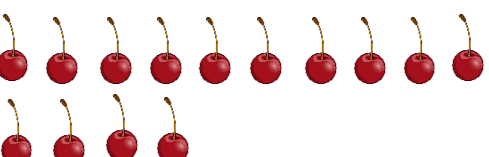
- a. Huruf untuk pengurangan hanyalah pangkat 10, seperti I, X, dan C.
- b. Mengurangkan dalam angka romawi hanya pada satu huruf dari angka tunggal.

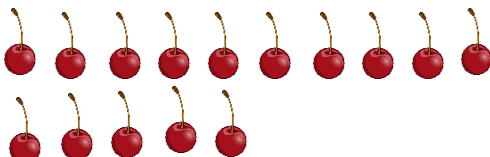
3.3 Lambang Bilangan

Banyaknya suku bangsa di dunia menyebabkan banyak pula sistem penomoran yang berbeda di setiap bangsa seperti yang telah dijelaskan di atas. Namun, secara universal lambang bilangan sekarang telah disepakati menjadi 10 digit, yaitu 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, dan 9. Masing-masing bilangan tersebut dapat dilakukan kombinasi sesuai dengan nilai tempat sehingga dengan 10 angka tersebut dapat mewakili seluruh bilangan yang ada di dunia ini. Masing-masing bilangan melambangkan ukuran banyaknya suatu benda yang ingin dihitung (Priatna and Yuliardi, 2019). Berikut disajikan tabel mengenai lambang bilangan beserta ukuran banyaknya.

Tabel 3.1 Ukuran kuantitas suatu bilangan

Ukuran kuantitas	Lambang bilangan	Nama
-	0	Nol
	1	Satu
	2	Dua

Ukuran kuantitas	Lambang bilangan	Nama
	3	Tiga
	4	Empat
	5	Lima
	6	Enam
	7	Tujuh
	8	Delapan
	9	Sembilan
	10	Sepuluh
	11	Sebelas
	12	Dua belas
	13	Tiga belas
	14	Empat belas

Ukuran kuantitas	Lambang bilangan	Nama
	15	Lima belas

Sumber: Dokumentasi penulis

3.4 Nilai Tempat Bilangan

Suatu bilangan terdiri atas banyak nilai tempat. Mulai dari satuan, puluhan, ratusan, ribuan, puluh ribuan, dan seterusnya. Ada juga nilai tempat seperti sepersepuluhan, seperseratusan, seperseribuan, dan seterusnya yang digunakan untuk menunjukkan bilangan yang lebih kecil. Secara umum, angka satuan dari suatu bilangan ditulis di tempat paling akhir. Untuk sepersepuluhan, seperseratusan, dan seterusnya ditulis di belakang angka satuan dengan dipisahkan oleh tanda koma. Selain itu, sering juga menggunakan tanda titik yang bertujuan untuk memisahkan angka-angka dalam kelipatan seribu (Priatna and Yuliardi, 2019). Penulisan ini digunakan untuk memudahkan dalam membaca.

Contoh 1:

Tuliskan nilai tempat dari masing-masing angka pada bilangan 43.257

Jawab:

- 4 pada bilangan 43.257 menempati tempat puluh ribuan, sehingga nilainya adalah 40.000
- 3 pada bilangan 43.257 menempati tempat ribuan, sehingga nilainya adalah 3.000
- 2 pada bilangan 43.257 menempati tempat ratusan, sehingga nilainya adalah 200

- 5 pada bilangan 43.257 menempati tempat puluhan, sehingga nilainya adalah 50
- 7 pada bilangan 43.257 menempati tempat satuan, sehingga nilainya adalah 7

Dengan demikian dapat dituliskan menjadi:

$$43.257 = 40.000 + 3.000 + 200 + 50 + 7$$

Contoh 2:

Nyatakan nilai tempat dari masing-masing angka pada bilangan 4.705,83

Jawab:

Perhatikan tanda titik pada bilangan di atas, digunakan untuk memisahkan angka pada setiap kelipatan seribu. Sedangkan tanda koma digunakan untuk memisahkan satuan dengan sepersepuluhan, seperseratusan, dan seterusnya.

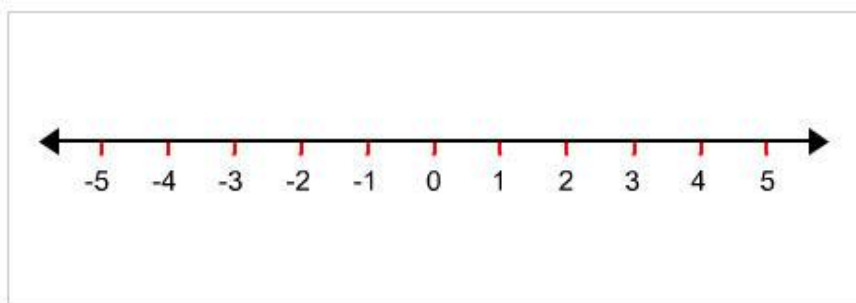
- 4 pada bilangan 4.705,83 menempati tempat ribuan, sehingga nilainya adalah 4.000
- 7 pada bilangan 4.705,83 menempati tempat ratusan, sehingga nilainya adalah 700
- 0 pada bilangan 4.705,83 menempati tempat puluhan, sehingga nilainya adalah 0
- 5 pada bilangan 4.705,83 menempati tempat satuan, sehingga nilainya adalah 5
- 8 pada bilangan 4.705,83 menempati tempat sepersepuluhan, sehingga nilainya adalah $\frac{8}{10}$ atau 0,8
- 3 pada bilangan 4.705,83 menempati tempat seperseratusan, sehingga nilainya adalah $\frac{3}{100}$ atau 0,03

Dengan demikian dapat dituliskan menjadi:

$$4.705,83 = 4.000 + 700 + 0 + 5 + \frac{8}{10} + \frac{3}{100}$$

3.5 Garis Bilangan

Garis bilangan adalah garis mendatar yang berisi bilangan-bilangan yang terurut, yaitu mulai dari bilangan yang paling kecil hingga bilangan yang paling besar. Semakin jauh ke arah kanan, maka bilangan pada garis tersebut nilainya semakin besar. Sebaliknya, semakin jauh ke arah kiri nilai bilangannya semakin kecil (Priatna and Yuliardi, 2019). Berikut disajikan gambar garis bilangan.



Gambar 3.3 Garis bilangan

(Sumber: apiquantum.com/2015/08/12/asyiknya-garis-bilangan/)

Dari gambar di atas terlihat bahwa masing-masing ujung garis tersebut memiliki tanda panah. Hal ini menunjukkan bahwa garis bilangan dapat diperpanjang, baik ke arah kiri maupun ke arah kanan sampai tak hingga panjangnya. Artinya, garis bilangan yang digambar hanyalah perwakilan dari urutan bilangan sesungguhnya.

Garis bilangan bertujuan untuk menunjukkan nilai dari suatu bilangan, dengannya kita dapat menentukan bilangan mana yang lebih besar atau lebih kecil. Berdasarkan garis bilangan di atas, terlihat bahwa 5 lebih besar dari 2. Dapat pula menunjukkan nilai bilangan negatif, misalnya -3 lebih kecil dari -1 atau 2 lebih besar dari -5.

3.6 Macam-Macam Bilangan

Ada banyak macam bilangan dalam matematika yang masing-masing bilangan tersebut membentuk kelompok yang diistilahkan dengan himpunan bilangan. Berikut akan diuraikan macam atau jenis bilangan.

1. Bilangan Bulat

Bilangan bulat merupakan bilangan yang terdiri atas bilangan positif, bilangan nol, dan bilangan negatif. Bilangan bulat positif adalah bilangan yang lebih besar nilainya dari nol, sedangkan bilangan bulat negatif adalah bilangan yang nilainya kurang dari nol. Dalam matematika, himpunan bilangan bulat diberi lambang Z .

Contoh:

$$Z = \{..., -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, ...\}$$

2. Bilangan Asli

Bilangan asli merupakan bilangan yang ada di alam (*natural numbers*). Dengan kata lain, bilangan asli disebut juga sebagai bilangan bulat positif yang diawali dengan angka 1 sampai tak hingga. Berdasarkan konsep keterbagian, bilangan asli dikelompokkan menjadi 2 kelompok, yaitu bilangan genap dan bilangan ganjil. Himpunan bilangan asli dalam matematika dilambangkan dengan N .

Contoh:

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...\}$$

3. Bilangan Cacah

Bilangan cacah merupakan bilangan yang digunakan untuk mencacah (menghitung) banyaknya benda dalam kehidupan sehari-hari. Misalkan ketika setiap pagi kita menghitung banyaknya telur ayam yang menetas, namun pada suatu pagi ternyata tidak ada satu telur pun yang menetas, maka kita dapat mengatakan bahwa banyaknya telur ayam yang menetas pada hari itu adalah nol (0). Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa bilangan cacah adalah bilangan bulat positif yang diawali dari angka 0 sampai tak hingga. Sama

halnya dengan bilangan asli, para pakar matematika juga sepakat membagi bilangan cacah ke dalam 2 kelompok, yaitu bilangan genap dan bilangan ganjil.

Contoh:

$$C = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$$

4. Bilangan Prima

Bilangan prima dapat diartikan sebagai bilangan yang tepat memiliki dua faktor, yaitu bilangan 1 dan bilangan itu sendiri. Dengan kata lain, bilangan ini hanya habis dibagi dengan 1 dan dirinya sendiri.

Contoh:

$$P = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots\}$$

5. Bilangan Rasional

Bilangan rasional adalah bilangan yang dapat dinyatakan sebagai pembagian antara dua bilangan bulat, yaitu $\frac{a}{b}$, dimana a, b adalah bilangan bulat dan $b \neq 0$. Sebutan lain untuk bilangan rasional adalah bilangan pecahan, dengan a disebut pembilang dan b disebut sebagai penyebut. Para ahli matematika sepakat memberi simbol untuk bilangan rasional sebagai Q .

Contoh:

$$Q = \left\{ \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{10}, \frac{8}{12} \right\}$$

6. Bilangan Irasional

Bilangan irasional merupakan sistem bilangan yang tidak dapat dinyatakan dalam bentuk pecahan $\frac{a}{b}$, dengan a, b adalah bilangan bulat dan $b \neq 0$. Namun bilangan ini dapat dinyatakan dapat bentuk pecahan desimal.

Contoh:

$$\pi = 3,14$$

$$\sqrt{6} = 2,44948974$$

$$\text{Log } 7 = 0,84509804$$

7. Bilangan Real

Bilangan real adalah himpunan bilangan yang anggotanya terdiri dari bilangan rasional dan irasional. Bilangan real dilambangkan dengan R .

Contoh:

$$R = \{\sqrt{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}\sqrt{5}, \frac{2}{3}\pi\}$$

DAFTAR PUSTAKA

- Amir, Mohammad Faizal (2019) *Buku Ajar Mata Kuliah Bilangan*. Cetakan Pe. Universitas Muhammadiyah Sidoarjo: UMSIDA Press.
- Apiqqantum.com/2015/08/12/asyiknya-garis-bilangan.
<https://id.theasianparent.com/angka-romawi>.
- Priatna, N. and Yuliardi, R. (2019) *Pembelajaran Matematika untuk Guru dan Calon Guru SD*. Cetakan Pe. Bandung: Penerbit PT Remaja Rosdakarya.
- Wahyuningtyas, D.T. (2016) *Pembelajaran Bilangan*. Cetakan Pe. Cemorokandang, Kota Malang: Penerbit Ediide Infografika.

BAB 4

KONSEP OPERASI BILANGAN CACAH

Oleh Anis Hidayati MS

4.1 Pengertian Bilangan Cacah

Bilangan cacah (*counting number*) merupakan bilangan yang digunakan untuk menyatakan kardinalitas (cacah) suatu himpunan (Dyah Tri Wahyuningtyas, 2016). Misalnya menghitung banyaknya mobil, baju, permen, rumah, pohon, dan lain sebagainya. Lalu bagaimana jika benda yang dihitung tak tersisa satupun? Jika terjadi demikian, maka dapat dinyatakan bahwa banyaknya benda tersebut adalah 0 (nol). Sehingga, bilangan cacah juga dapat didefinisikan sebagai bilangan yang digunakan untuk menghitung banyaknya suatu benda dalam kehidupan sehari-hari (Priatna and Yuliardi, 2018). Karena bilangan cacah bisa berupa 0, 1, 2, 3 dan seterusnya, maka bilangan cacah juga dapat didefinisikan sebagai semua bilangan asli dan bilangan 0. Sehingga anggota dari bilangan cacah dapat ditulis $C = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$.

Oleh karena bilangan cacah dapat digunakan untuk menghitung satuan benda-benda maka dalam menyampaikan pembelajaran bilangan cacah kepada peserta didik sebaiknya menggunakan alat peraga berupa benda-benda konkrit yang bisa didapatkan disekitar mereka seperti kelereng, pensil, buku, dan lain sebagainya.

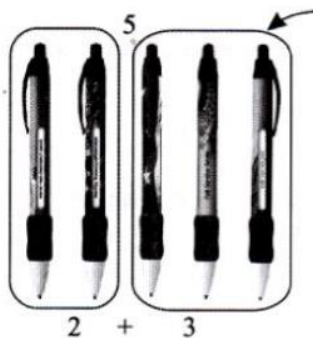
4.2 Operasi pada Bilangan Cacah

Ada empat operasi pada bilangan cacah, yaitu operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian. Dari keempat operasi ini saling berkaitan sehingga pemahaman konsep, dan keterampilan melakukan operasi pada bilangan cacah yang satu akan mempengaruhi penguasaan pemahaman pada operasi lainnya.

4.2.1 Penjumlahan Bilangan Cacah

Operasi penjumlahan (*addition*) dilambangkan dengan tanda “+” yang biasa disebut “tambah”. Misalnya dalam melakukan operasi $2+3$ dibaca “dua ditambah tiga”. Untuk mengetahui hasil dari suatu penjumlahan dapat digunakan cara-cara sebagai berikut:

- a) Memodelkan permasalahan dengan benda
Kasus $2+3$ untuk mendapatkan hasilnya dapat menggunakan benda konkrit seperti bolpoint.

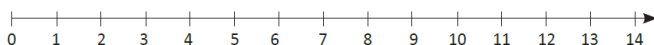


Gambar 4.1 Penjumlahan dengan bolpoint

(Sumber: Dokumentasi Penulis)

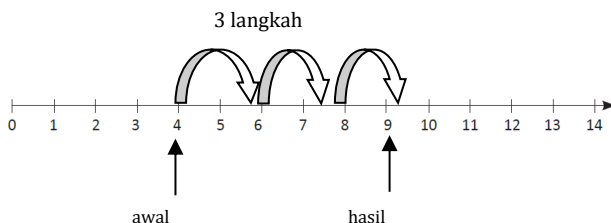
Sehingga didapatkan $2+3=5$, maksudnya 2 bolpoin ditambah 3 bolpoin menjadi 5 bolpoin (Dyah Tri Wahyuningtyas, 2016).

- b) Penjumlahan dengan garis bilangan
 Penjumlahan pada bilangan cacah selain menggunakan benda konkrit, dapat juga digunakan garis bilangan cacah sebagai bantuan (Priatna and Yuliardi, 2018).



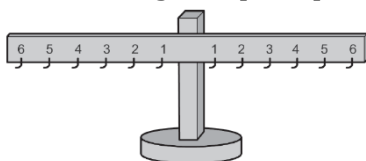
Gambar 4.2 Garis Bilangan Cacah
 (Sumber: Dokumentasi Penulis)

Dengan bantuan garis bilangan berapakah hasil $2+3$? Perhatikan angka 2 pada garis bilangan, lalu bergeraklah sejauh 3 langkah ke kanan, sehingga didapatkan angka 5 pada garis bilangan. Dengan demikian $2+3=5$.



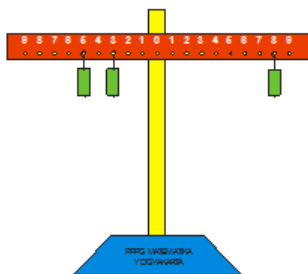
Gambar 4.3 Penjumlahan dengan garis bilangan
 (Sumber: Dokumentasi Penulis)

- c) Penjumlahan dengan menggunakan timbangan
 Penjumlahan bilangan cacah dapat juga diselesaikan dengan menggunakan timbangan seperti pada gambar berikut.



Gambar 4.4 Timbangan bilangan
 (Sumber: Dokumentasi Penulis)

Timbangan di atas biasa disebut timbangan penjumlahan yang terdiri dari mistar yang dipakukan pada sebuah penyangga, setiap satuan berjarak sama dan diberi pengait. Selain timbangan, dibutuhkan juga beberapa beban dengan berat yang sama untuk dikaitkan. Misalkan mencari hasil $3+6$ cara yang dilakukan adalah mengaitkan beban pada angka 3 dan angka 6 pada mistar sebelah kiri. Selanjutnya mengambil beban pengait untuk dikaitkan pada mistar sebelah kanan, pada angka berapa mistar pengait berada agar timbangan tersebut seimbang? Ternyata timbangan Kembali seimbang jika beban pengait ada di angka 8 pada mistar sebelah kanan, sehingga dapat disimpulkan bahwa $3+6=8$ (Priatna and Yuliardi, 2018).



Gambar 4.5 Penjumlahan bilangan cacah dengan timbangan

(Sumber: Dokumentasi Penulis)

d) Penjumlahan dengan cara bersusun Panjang

Cara-cara di atas dapat dilakukan jika melakukan penjumlahan yang melibatkan bilangan kecil. Namun, jika penjumlahan yang dilakukan melibatkan bilangan yang besar (ribuan atau diatasnya) tentu akan kerepotan jika menggunakan ketiga cara di atas, maka solusinya bisa dengan menggunakan cara bersusun Panjang. Cara bersusun panjang menggunakan nilai tempat dari suatu bilangan seperti satuan, puluhan, ribuan, ratusan, dan seterusnya (Priatna and Yuliardi, 2018).

Contoh:

Berapakah hasil dari $5.234 + 3.415$?

Jawab:

$$\begin{array}{r}
 5.234 = 5.000 \quad +200 \quad +30 \quad +4 \\
 3.415 = 3.000 \quad +400 \quad +10 \quad +5 \quad + \\
 \hline
 = 8.000 \quad +600 \quad +40 \quad +9 \\
 = 8.649
 \end{array}$$

Dari penyelesaian di atas terlihat bahwa, bilangan yang nilainya sama dijumlahkan seperti ribuan dijumlahkan dengan ribuan, ratusan dijumlahkan dengan ratusan, dan seterusnya, pada Langkah terakhir dijadikan satu bilangan. Dan untuk penjumlahan yang lain, dapat diselesaikan dengan cara yang serupa.

- e) Penjumlahan dengan cara bersusun pendek
 Penjumlahan bersusun pendek yaitu penjumlahan yang dilakukan berdasarkan nilai tempat dengan cara menyimpan (Priatna and Yuliardi, 2018).

Contoh:

Berapakah hasil dari $5.675 + 3.569$?

Jawab:

Langkah pertama adalah menuliskan penjumlahan secara bersusun ke bawah, lalu dihitung dari sebelah kanan atau dimulai dari angka satuan, lalu puluhan, ratusan, dan seterusnya.

$$\begin{array}{r}
 5.675 \\
 3.569 \quad + \\
 \hline
 \end{array}$$

.....

Jumlahkan satuan yaitu $5+9=14$, 4 ditulis dibawah dan 1 disimpan untuk dijumlahkan pada angka puluhan.

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 5.675 \\
 3.569 \quad + \\
 \hline
 \text{.....}4
 \end{array}$$

Kemudian jumlahkan angka puluhan yaitu $7+6=13$, 13 dijumlahkan dengan 1 yang disimpan dari hasil penjumlahan sebelumnya, jadi $13+1=14$. 4 ditulis

dibawah nilai puluhan, dan 1 disimpan untuk dijumlahkan pada angka ratusan.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 5.675 \\ 3.569 \quad + \\ \hline \text{.....}44 \end{array}$$

Selanjutnya, angka ratusan dijumlahkan, yaitu $6+5=11$, 11 dijumlahkan dengan 1 yang disimpan dari hasil penjumlahan sebelumnya, jadi $11+1=12$. 2 ditulis dibawah nilai ratusan, dan 1 disimpan untuk dijumlahkan pada angka ratusan.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 5.675 \\ 3.569 \quad + \\ \hline \text{...}244 \end{array}$$

Terakhir, jumlahkan angka ribuan yaitu $5+3=8$, 8 dijumlahkan dengan 1 yang disimpan dari hasil penjumlahan sebelumnya, jadi $8+1=9$. Dengan demikian didapatkan hasil sebagai berikut

$$\begin{array}{r} 1 \\ 5.675 \\ 3.569 \quad + \\ \hline 9.244 \end{array}$$

Jadi, hasil dari $5.675+3.569=9.244$

4.2.2 Pengurangan Bilangan Cacah

Operasi pengurangan (*subtraction*) merupakan kebalikan dari penjumlahan. Pengurangan dilambangkan dengan “-“, jika $a-b=c$ maka $a=b+c$ (Aras, 2020). Untuk melakukan operasi pengurangan pada bilangan cacah dapat dilakukan dengan beberapa cara berikut:

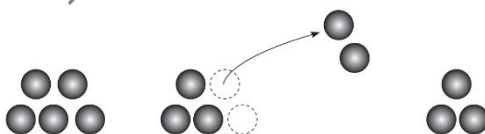
a) Membuang

Operasi pengurangan dengan cara membuang maksudnya membuang benda dari sekumpulan benda, setelah benda dibuang/diambil, benda yang tersisa adalah hasil dari pengurangan tersebut (Priatna and Yuliardi, 2018).

Contoh: Berapakah hasil dari $5-2$?

Jawab:

Untuk melakukan pengurangan dengan metode membuang ini bisa dengan menggunakan benda yang ada disekitar siswa seperti kelereng, perhatikan gambar berikut:



Gambar 4.6 Ilustrasi pengurangan dengan kelereng
(Sumber: Dokumentasi Penulis)

Mula-mula terdapat 5 kelereng, kemudian diambil/dikurangi 2 kelereng, maka sisa 3 kelereng. Dari gambar di atas dapat ditulis $5-2=3$.

b) Mencari suku yang hilang

Mencari suku yang hilang maksudnya mencari berapa banyaknya benda sehingga diperoleh dua himpunan benda yang banyaknya sama (Priatna and Yuliardi, 2018).

Contoh:

Berapakah hasil dari $7-3$?

Jawab:

Pengurangan $7-3$ dapat diilustrasikan dengan soal cerita seperti Ibu memiliki 7 buah jeruk sedangkan ayah memiliki 3 buah jeruk. Berapa buah jeruk lagi yang harus dimiliki ayah supaya jeruk yang dia miliki sama dengan jeruk yang dimiliki ibu?

$3+\dots=7$ maka 4 buah jeruk yang dimiliki ayah agar jumlah buah jeruk ayah sama dengan jumlah buah jeruk yang dimiliki ibu. Sehingga dapat ditulis $7-3=4$.

c) Pengurangan dengan menggunakan garis bilangan

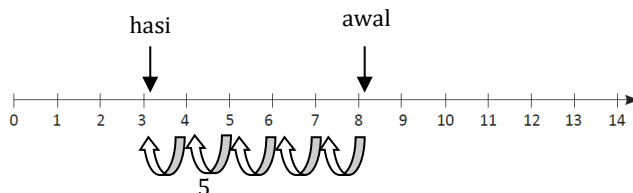
Seperti halnya pada operasi penjumlahan, garis bilangan dapat pula dijadikan alat bantu dalam mencari dari suatu pengurangan (Priatna and Yuliardi, 2018).

Contoh:

Berapakah hasil dari $8-5$?

Jawab:

Perhatikan angka 8 pada garis bilangan. Dari angka 8 bergeraklah sejauh 5 langkah ke kiri. Maka didapatkan angka 3, sehingga dapat disimpulkan bahwa $8-5=3$



Gambar 4.7 Pengurangan pada garis bilangan

(Sumber: Dokumentasi Penulis)

d) Pengurangan dengan menggunakan timbangan

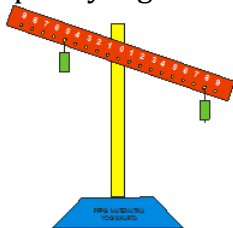
Timbangan yang digunakan dalam operasi pengurangan sama dengan timbangan yang dimaksud pada operasi penjumlahan, namun berbeda cara penggunaannya (Priatna and Yuliardi, 2018).

Contoh:

Berapakah hasil dari $8-5$?

Jawab:

Pertama, kaitkan masing-masing beban pada angka 5 yang berada di sebelah kanan dan kiri dan pada angka 8 di ruas kanan. Timbangan tentunya memperlihatkan bahwa lebih berat yang kanan dari pada yang kiri.



Gambar 4.8 Pengurangan dengan timbangan

(Sumber : Dokumentasi Penulis)

Langkah selanjutnya ambil sebuah beban kemudian kaitkan beban tersebut di mistar sebelah kiri, lakukan dengan mencoba-coba hingga beban tersebut membuat timbangan menjadi seimbang. Pada kasus di atas akan didapatkan

keseimbangan jika beban berada di angka 3, sehingga bisa disimpulkan bahwa $8-5=3$.

e) Pengurangan dengan bersusun pendek

Pengurangan dengan bersusun pendek dilakukan jika pengurangan melibatkan bilangan yang nominalnya besar. Cara ini dikenal juga dengan cara meminjam (Priatna and Yuliardi, 2018).

Contoh:

Jarak dari rumah Yuni ke sekolah sejauh 4.793 meter. Saat ini ia sudah menempuh jarak 2.384 meter. Berapa meter lagi jarak yang harus ditempuh Yuni?

Jawab:

Pertama, lakukan pengurangan yang dimulai dari sebelah kanan yaitu dari satuan, puluhan, ratusan, dan seterusnya. Pada tempat satuan terlihat bahwa $3 < 4$, maka pinjam satu dari angka di depannya (puluhan), setelah meminjam satu angka, maka sekarang angka satuan menjadi 13, sehingga $13-4=9$, namun jangan lupa karena angka puluhan sudah dipinjam satu, maka angka puluhannya sekarang menjadi 8. Dan lakukan hal yang sama pada bilangan-bilangan lainnya.

$$\begin{array}{r} ^8 ^{13} \\ 4.793 \\ - 2.384 \\ \hline 2.409 \end{array}$$

Jarak yang masih harus ditempuh Yuni adalah 4.793 meter dikurangi 2.394 meter adalah 2.409 meter.

4.2.3 Perkalian Bilangan Cacah

Operasi perkalian (*multiplication*) pada bilangan cacah merupakan penjumlahan berulang pada bilangan cacah. Sehingga untuk memahami konsep perkalian siswa harus paham konsep penjumlahan. Perkalian $a \times b$ diartikan sebagai penjumlahan b sebanyak a kali (Aras, 2020).

$$a \times b = \underbrace{b + b + b + \dots + b}_{\text{Sebanyak } a}$$

Contoh:

$$3 \times 4 = 4 + 4 + 4 = 12$$

Ada beberapa cara untuk melakukan perkalian bilangan cacah, diantaranya:

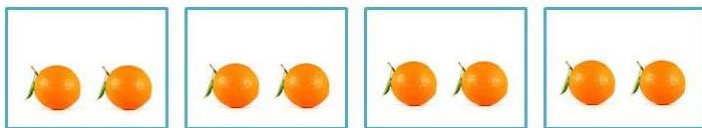
- a) Perkalian dengan menggunakan kumpulan
Cara ini dilakukan dengan bantuan benda-benda baik secara konkrit atau berupa gambar (Priatna and Yuliardi, 2018).

Contoh:

Berapakah hasil dari 4×2 ?

Jawab:

Misalkan ada 4 kotak, setiap kotak berisi 2 buah jeruk. Berapa banyak jeruk yang ada diseluruh kotak tersebut?



Gambar 4.9 Ilustrasi perkalian

(Sumber: Dokumentasi Penulis)

Dari gambar tersebut, jika dihitung secara keseluruhan didapat sebanyak 8 buah jeruk. Sehingga bisa disimpulkan bahwa $4 \times 2 = 8$.

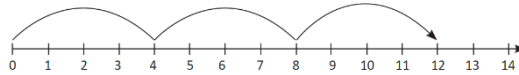
- b) Perkalian dengan menggunakan garis bilangan
Seperti pada operasi matematika sebelumnya, perkalian juga dapat diselesaikan dengan menggunakan garis bilangan.

Contoh :

Berapakah hasil dari 3×4 ?

Jawab:

Perhatikan garis bilangan, angka 0 selalu dijadikan patokan awal. Untuk mendapatkan hasil dari 3×4 , loncatlah 4 angka dari angka 0 ke kanan sebanyak 3 kali loncatan, maka angka tempat berhentinya loncatan itulah hasilnya. Dalam ilustrasi disini hasilnya adalah 12 atau dapat ditulis $3 \times 4 = 12$.



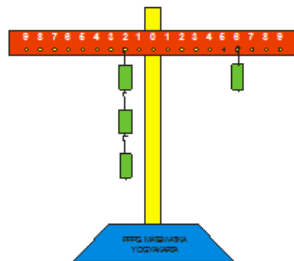
Gambar 4.10 Perkalian pada garis bilangan
(Sumber: Dokumentasi Penulis)

- c) Perkalian dengan menggunakan timbangan
Untuk perkalian dengan menggunakan timbangan pengoperasiannya dengan mengaitkan beban sebanyak angka yang diinginkan pada angka yang ada di mistar kiri, lalu kaitkan 1 beban sebelah kanan hingga seimbang, maka angka itulah hasilnya.
Contoh:

Berapakah hasil dari 2×3 ?

Jawab :

Kaitkan 3 beban sekaligus di angka 2 pada mistar sebelah kiri, lalu kaitkan beban pada mistar sebelah kanan hingga mistar seimbang. Pada kasus ini mistar akan seimbang jika pengait di tempatkan pada angka 6. Sehingga dapat disimpulkan bahwa $2 \times 3 = 6$.



Gambar 4.11 Perkalian dengan timbangan
(Sumber: Dokumentasi Penulis)

- d) Perkalian dengan cara bersusun panjang
Cara-cara yang telah diulas di atas akan efektif sebagai pengenalan kepada siswa terhadap konsep perkalian bilangan yang kecil. Namun, tidak efektif untuk bilangan yang cukup besar. Oleh karena itu, pada perkalian bilangan besar sebaiknya menggunakan cara bersusun panjang.

Contoh:

Berapakah hasil dari 4×275 ?

Jawab:

$$\begin{array}{r} 4 \\ 275 \times \\ \hline 20 \longrightarrow 4 \times 5 \\ 280 \longrightarrow 4 \times 70 \\ 800 + \longrightarrow 4 \times 200 \\ \hline 1.100 \end{array}$$

Jadi, $4 \times 275 = 1.100$

e) Perkalian dengan cara bersusun pendek

Perkalian dengan bersusun pendek adalah dengan cara mengalikan bilangan dari sebelah kanan ke kiri, yaitu dari satuan, puluhan, ratusan, dan seterusnya. Jika hasil perkaliannya puluhan maka yang ditulis adalah satuannya, adapun puluhannya disimpan untuk dijumlahkan pada bilangan didepannya.

Contoh :

Berapakah hasil dari 4×275 ?

Jawab:

$4 \times 5 = 20$ yang ditulis 0 dan 2 dijumlahkan dengan bilangan didepannya

$4 \times 7 = 28$ ditambahkan dengan 2 (simpanan hasil perkalian sebelumnya) sehingga $28 + 2 = 30$ yang ditulis 0, sedangkan 3 disimpan dan dijumlahkan dengan bilangan didepannya

$4 \times 2 = 8$ ditambahkan 3 (simpanan hasil perkalian sebelumnya) sehingga $8 + 3 = 11$, untuk 11 ditulis semua karena di depannya tidak ada bilangan lagi.

$$\begin{array}{r} 32 \\ 4 \\ 275 \times \\ \hline 1100 \end{array}$$

4.2.4 Pembagian Bilangan Cacah

Operasi pembagian adalah kebalikan dari operasi perkalian, jika $a \div b = c$ maka artinya sama dengan $a = b \times c$. Pembagian juga dapat diartikan sebagai pengurangan berulang hingga hasilnya 0, misal $a \div b = c$ artinya $a - b - b - b - b - b = 0$ (Aras, 2020). Pembagian juga bisa dikerjakan dengan beberapa cara sebagai berikut:

a) Pembagian dengan kumpulan

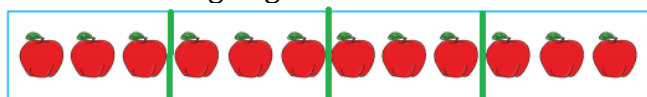
Langkah pertama untuk menghitung pembagian melalui kumpulan dari beberapa benda baik benda konkrit atau berupa gambar, lalu dibagi menjadi beberapa bagian yang sama banyak.

Contoh:

Berapa hasil dari $12:4=?$

Jawab:

Pembagian ini dapat diilustrasikan dengan benda yang ada disekitar siswa seperti kumpulan buah apel misalnya. 12 buah apel harus dibagikan kepada 4 anak sama banyak, maka berapa buah apel yang diterima setiap anak? Hal ini dapat diilustrasikan dengan gambar berikut:



Gambar 4.12 Ilustrasi pembagian dengan kumpulan

(Sumber: Dokumentasi Penulis)

Dari ilustrasi di atas terlihat ada 4 bagian yang berisi masing-masing 3 buah apel, sehingga dapat disimpulkan bahwa setiap anak akan menerima 3 buah apel atau ditulis $12:4=3$.

b) Pembagian dengan menggunakan garis bilangan

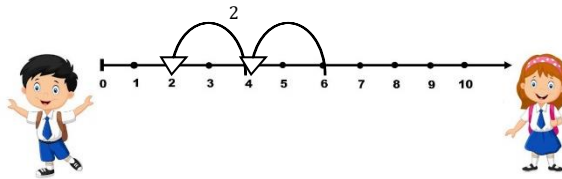
Operasi pembagian juga dapat dilakukan dengan menggunakan garis bilangan seperti pada operasi matematika lainnya yang sudah dijabarkan di atas, pada garis bilangan operasi pembagian ini angka 0 tetap menjadi patokan.

Contoh:

Berapa hasil dari $6:3$?

Jawab:

Perhatikan angka 6 dan 0 pada garis bilangan, dari angka 6 loncatlah dengan jarak 3 satuan ke arah kiri. Terlihat bahwa diperlukan 2 kali lompatan hingga akhirnya sampai ke titik 0. Dengan kata lain hasil dari $6:3=2$.



c) Pembagian dengan menggunakan timbangan

Proses dalam melakukan operasi pembagian langkahnya mirip dengan saat melakukan operasi perkalian, bedanya pembagian merupakan kebalikannya.

Contoh:

Misalnya akan dicari hasil dari $6:2$, caranya adalah dengan mengaitkan sebuah beban di mistar kanan. Akibatnya tentu timbangan akan berat ke kanan. Selanjutnya, perhatikan angka 2 di mistar kiri. Berapa beban yang harus dikaitkan di sana agar timbangan Kembali seimbang? Jika siswa melakukan dengan benar akan diperoleh bahwa diperlukan 3 beban untuk dikaitkan di angka 2 sehingga timbangan menjadi seimbang. Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa $6:2=3$ (Priatna and Yuliardi, 2018).

d) Pembagian dengan cara bersusun pendek

Cara sebelumnya yang telah dijabarkan di atas adalah cara yang cukup efektif untuk dikenalkan kepada siswa jika bilangannya relatif kecil, namun jika bilangannya besar akan kerepotan, maka cara yang efektif untuk bilangan besar adalah dengan cara bersusun pendek.

Contoh:

Berapakah hasil dari $1.428:3$?

Jawab:

Jika pada perkalian cara menghitungnya dari angka yang paling kanan (satuan), maka pada pembagian dilakukan dari angka yang paling kiri. Dalam kasus ini adalah ribuan. Pertama lakukan pembagian pada $14:3=4$ sisa 2, angka 4 ditulis di atas, lalu kalikan $4 \times 3=12$, angka 12 ditulis dibawah angka 14 lalu kurangkan $14-12=2$, tulis angka 28 yang belum dibagikan dengan angka 2 hasil pengurangan sebelumnya. penulisannya seperti di bawah ini:

$$\begin{array}{r} 4 \\ 3 \overline{) 1428} \\ \underline{12} \\ 228 \end{array}$$

Selanjutnya lakukan pembagian pada $22:3=7$ sisa 1. Angka 7 ditulis di atas, lalu kalikan $7 \times 3=21$, angka 21 ditulis di bawah 22 lalu kurangkan $22-21=1$, tulis angka 8 yang belum dibagikan dengan angka 1 hasil pengurangan sebelumnya. penulisannya seperti di bawah ini:

$$\begin{array}{r} 47 \\ 3 \overline{) 1428} \\ \underline{12} \\ 22 \\ \underline{21} \\ 18 \end{array}$$

Kemudian lakukan pembagian pada $18:3=6$. Angka 6 ditulis di atas, lalu kalikan $6 \times 3=18$, angka 18 ditulis di bawah 18 lalu kurangkan $18-18=0$, karena hasilnya 0, maka 1428 telah habis dibagi 3, dengan kata lain proses dinyatakan selesai. Penulisannya seperti di bawah ini:

$$\begin{array}{r} 476 \\ 3 \overline{) 1428} \\ \underline{12} \\ 22 \\ \underline{21} \\ 18 \\ \underline{18} \\ 0 \end{array}$$

Dari Langkah-langkah di atas, dapat disimpulkan bahwa $1428 : 3 = 476$.

4.3 Sifat-sifat Operasi pada Bilangan Cacah

Pembahasan mengenai operasi pada bilangan cacah yang berupa penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian, maka dapat ditemukan beberapa sifat dari operasi-operasi tersebut. Pada bagian ini akan dijelaskan mengenai sifat-sifat tersebut beserta kegunaannya agar dapat membantu menyederhanakan perhitungan, Adapun sifat-sifat operasi bilangan cacah sebagai berikut:

4.3.1 Sifat Tertutup

Maksud dari sifat tertutup adalah misal diambil dua bilangan cacah lalu dioperasikan akan menghasilkan bilangan cacah juga (Dyah Tri Wahyuningtyas, 2016). Pada bilangan cacah sifat tertutup berlaku untuk penjumlahan dan perkalian. Sebagai contoh: $4+5=9$, dimana 4, 5, dan 9 merupakan bilangan cacah. Begitu juga dengan perkalian, misal $6 \times 7=42$ dimana 6, 7, dan 42 merupakan bilangan cacah.

Sifat tertutup tidak berlaku pada operasi pengurangan dan pembagian karena jika dalam operasi pengurangan yang mengurangi bilangannya lebih besar maka hasilnya bukan bilangan cacah, misal $5-7=-2$ dimana 5 dan 7 merupakan bilangan cacah sedangkan -2 bukan. Begitu juga dengan operasi pembagian, misal $5:2=2,5$ dimana 5 dan 2 merupakan bilangan cacah sedangkan 2,5 bukan.

4.3.2 Sifat Komutatif

Sifat komutatif juga disebut pertukaran, maksud dari sifat komutatif adalah jika dua bilangan cacah dioperasikan, maka jumlah kedua bilangan tersebut berupa bilangan cacah juga meskipun letaknya (urutannya) ditukar (Dyah Tri Wahyuningtyas, 2016). Atau secara matematis dapat ditulis :

$$a + b = b + a$$

$$a \times b = b \times a$$

Sedangkan pada operasi pengurangan dan pembagian, sifat komutatif tidak berlaku, yaitu $a - b \neq b - a$ dan $a \times b \neq b \times a$.

Misalnya $3+6=9$ dan $6+3=9$ sehingga $3+6=6+3$. Demikian juga dengan $2 \times 7=14$ dan $7 \times 2=14$ sehingga $2 \times 7=7 \times 2$. Sifat ini tidak berlaku pada pengurangan dan pembagian karena $6-3=3$ dan $3-6=-3$ sehingga $6-3 \neq 3-6$. Begitu juga $6:2=3$ dan $2:6=0,33$ sehingga $6:2 \neq 2:6$.

4.3.3 Sifat Asosiatif

Sifat asosiatif disebut juga pengelompokan, maksudnya adalah jika a, b dan c merupakan sebarang bilangan cacah, maka berlaku:

$$(a + b) + c = a + (b + c) \quad \text{dan} \quad (a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

(Dyah Tri Wahyuningtyas, 2016).

Misalnya:

$$\begin{array}{lcl} (3+2) + 4 = 3 + (2+4) & \text{dan} & (3 \times 2) \times 4 = 3 \times (2 \times 4) \\ 9 = 9 & & 24 = 24 \end{array}$$

Sedangkan pada pengurangan dan pembagian tidak berlaku karena:

$$\begin{array}{lcl} (7-2) - 3 \neq 7 - (2-3) & \text{dan} & (12:2) : 3 \neq 12 : (2:3) \\ 2 \neq 8 & & 2 \neq 18 \end{array}$$

4.3.4 Sifat Distributif

Pada bilangan cacah, berlaku sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan dan perkalian terhadap pengurangan yang secara umum dapat ditulis sebagai :

Jika a, b, dan c adalah bilangan cacah, maka berlaku:

$$\begin{array}{l} a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c) \\ a \times (b - c) = (a \times b) - (a \times c) \end{array}$$

(Priatna and Yuliardi, 2018).

contoh :

$$\begin{aligned}2 \times (5 + 4) &= (2 \times 5) + (2 \times 4) \\2 \times 9 &= 10 + 8 \\18 &= 18\end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned}2 \times (5 - 4) &= (2 \times 5) - (2 \times 4) \\2 \times 1 &= 10 - 8 \\2 &= 2\end{aligned}$$

DAFTAR PUSTAKA

- Aras, L. (2020) 'Bilangan dan Pembelajarannya Pegangan Bagi Guru dan Calon Guru SD'. PUSTAKA RAMADHAN.
- Dyah Tri Wahyuningtyas, D. (2016) 'Pembelajaran Bilangan untuk PGSD'. Penerbit Ediide Infografika.
- Priatna, N. and Yuliardi, R. (2018) 'Pembelajaran Matematika', *Bandung: PT Remaja Rosdakarya* [Preprint].

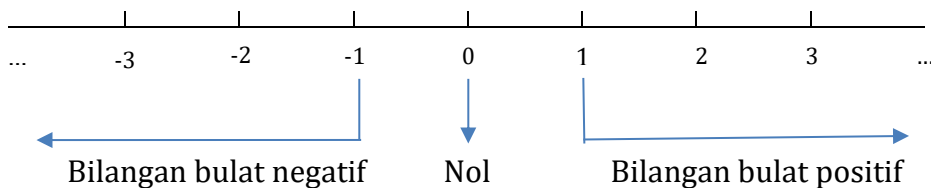
BAB 5

KONSEP OPERASI HITUNG BILANGAN BULAT

Oleh Beatric Videlia Remme

5.1 Pendahuluan

Bilangan bulat adalah bagian dari bilangan rasional (dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$), dan bukan pecahan yang terdiri atas bilangan bulat positif ($1,2,3,\dots$), nol, dan bilangan bulat negatif ($-1,-2,-3,\dots$). Semakin ke kanan nilainya semakin besar, dan semakin ke kiri nilainya semakin kecil. Bilangan bulat dilambangkan dengan huruf "Z" yang berasal dari bahasa Jerman "Zahlen" yang artinya bilangan. Di dalam matematika, himpunan bilangan bulat merupakan hasil dari perluasan bilangan cacah untuk menyelesaikan permasalahan pengurangan, misalkan $5 - 6 = -1$ (Wahyuningtyas, 2016)



Bilangan bulat terdiri dari:

-  Bilangan bulat positif: $\{1,2,3,\dots\}$
-  Nol: 0
-  Bilangan bulat negatif: $\{-1,-2,-3,\dots\}$

Dalam bilangan bulat, terdapat jenis bilangan di bawah ini yaitu:

1. Bilangan cacah; yaitu bilangan yang dimulai dengan angka 0 dan selalu bertambah satu dari angka sebelumnya. Atau dengan kata lain himpunan bilangan bulat yang tidak negatif, atau himpunan bilangan asli ditambah 0.
Contoh: $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$
2. Bilangan asli; yaitu bilangan yang dimulai dengan angka 1
Contoh: $\{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$
3. Bilangan genap; yaitu bilangan yang habis dibagi 2. Dengan demikian 0 termasuk bilangan genap karena 0 habis dibagi 2. Bilangan genap dapat dituliskan dengan bentuk rumus $2k$, dengan k sembarang bilangan bulat.
Contoh: $\{0, 2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$
4. Bilangan ganjil; yaitu bilangan yang tidak habis dibagi dua. Bilangan ganjil jika dibagi 2 memiliki sisa 1. Misalnya 11 termasuk bilangan ganjil jika dibagi 2 sisanya 1. Bilangan ganjil dituliskan dengan bentuk rumus $2k - 1$ atau $2k + 1$ dengan k sembarang bilangan bulat.
Contoh: $\{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$
5. Bilangan prima; bilangan asli yang lebih besar dari 1 yang memiliki 2 faktor yaitu 1 dan bilangan itu sendiri
Contoh: $\{2, 3, 5, 7, 11, \dots\}$
6. Bilangan komposit; yaitu bilangan asli yang lebih dari satu, tetapi bukan bilangan prima. Bilangan komposit dapat dinyatakan sebagai faktorisasi bilangan bulat, atau hasil perkalian dua bilangan prima atau lebih.
Contoh: $\{4, 6, 8, 9, 10, \dots\}$

5.2 Operasi Hitung Pada Bilangan Bulat

Terdapat 4 operasi hitung dasar pada bilangan bulat yaitu operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian.

5.2.1 Operasi Penjumlahan dan Pengurangan

1. $a + b = a + b$
 $5 + 6 = 11$

2. $a - b = a + (-b)$
 $6 - 2 = 6 + (-2) = 4$
3. $-a + -b = -(a + b)$
 $-4 + (-5) = -(4+5) = -9$
4. $a - (-b) = a + b$
 $6 - (-2) = 6 + 2 = 8$

5.2.2 Perkalian dan Pembagian

1. Perkalian merupakan penjumlahan berulang.

Contoh: $4 \times 5 = 5 + 5 + 5 + 5 = 20$

Berlaku:

- $a \times b = ab$
- $a \times (-b) = -ab$
- $(-a) \times b = -ab$
- $(-a) \times (-b) = ab$

Hasil kali 2 bilangan bulat yang bertanda sama menghasilkan bilangan bulat positif, sedangkan perkalian 2 bilangan bulat yang berbeda tanda menghasilkan bilangan bulat negatif.

2. Pembagian merupakan kebalikan/invers

Contoh: $20 : 5 = 20 \times \frac{1}{5} = 4$

Berlaku:

- $a : b = \frac{a}{b}$
- $a : (-b) = -\frac{a}{b}$
- $(-a) : b = -\frac{a}{b}$
- $(-a) : (-b) = \frac{a}{b}$

Seperti halnya pada perkalian, pada pembagian juga berlaku bahwa hasil bagi 2 bilangan bulat yang bertanda sama hasilnya adalah positif, sedangkan hasil bagi 2 bilangan bulat yang berbeda tanda adalah negatif.

5.3 Sifat – Sifat Operasi Hitung Bilangan Bulat

Pada bagian ini akan dijelaskan sifat – sifat yang berlaku pada operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian.

5.3.1 Sifat-sifat Operasi Hitung Penjumlahan Bilangan Bulat

Pada penjumlahan berlaku sifat tertutup, komutatif, asosiatif, memiliki unsur identitas, memiliki unsur invers

a. Bersifat Tertutup

Bersifat tertutup berarti penjumlahan dua bilangan bulat atau lebih, menghasilkan bilangan bulat juga. Sederhananya dapat dikatakan

bilangan bulat + bilangan bulat = bilangan bulat Hal tersebut dapat dituliskan bahwa “untuk setiap bilangan bulat a dan b , berlaku ketentuan $a + b = c$, dengan c merupakan bilangan bulat”

Contoh : $1 + 3 = 4$

1 dan 3 adalah bilangan bulat jika dijumlahkan hasilnya 4 yang merupakan bilangan bulat juga.

b. Bersifat Komutatif

Suatu penjumlahan bilangan bulat akan menghasilkan nilai yang sama meskipun kedua bilangan tersebut di tukarkan tempatnya.

Hal tersebut dapat dituliskan “Untuk Setiap bilangan bulat a dan b , akan selalu berlaku ketentuan $a + b = b + a$ ”

Contoh: $2 + (-3) = (-3) + 2 = -1$

Bilangan 2 dan -3 walaupun ditukar posisinya, hasil penjumlahannya tetap sama yaitu -1

c. Bersifat Asosiatif

Sifat asosiatif biasa juga disebut sifat pengelompokan. Pada Sifat ini dinyatakan ” Untuk Setiap bilangan bulat baik a , b , maupun c berlaku ketentuan $(a + b) + c = a + (b + c)$ ”

Contoh: $(2 + 5) + 3 = 2 + (5 + 3)$

$$7 + 3 = 2 + 8$$

$$10 = 10$$

d. Unsur Identitas

Unsur identitas yaitu sebuah bilangan yang jika dioperasikan dengan sebuah bilangan lain, tidak mengubah nilai dari bilangan tersebut. Identitas penjumlahan yaitu 0 karena penjumlahan sebuah bilangan dengan 0 tidak mengubah nilai dari bilangan tersebut. Hal tersebut dapat ditulis, untuk setiap bilangan bulat sebarang a , berlaku $a + 0 = 0 + a = a$

Contoh : $3 + 0 = 0 + 3 = 3$

e. Unsur Invers

Invers suatu bilangan yaitu lawan dari bilangan itu sendiri. Setiap bilangan yang dioperasikan dengan inversnya akan menghasilkan unsur identitas. Dalam penjumlahan, setiap bilangan yang dijumlahkan dengan inversnya akan menghasilkan unsur identitasnya yaitu 0. Invers dari bilangan a yaitu $-a$, dan sebaliknya invers dari $-a$ yaitu a . Berlaku $a + (-a) = (-a) + a = e$

(e = unsur identitas)

Contoh: Invers dari 2 adalah -2 sehingga,

$$2 + (-2) = (-2) + 2$$

$$0 = 0 \text{ (0 adalah identitas penjumlahan)}$$

5.3.2 Sifat-sifat Operasi Hitung Pengurangan Bilangan Bulat

a. Bersifat Tertutup

Sifat tertutup juga berlaku pada pengurangan bilangan bulat, untuk setiap a, b bilangan bulat berlaku $a - b = c$, dimana c juga adalah bilangan bulat.

Contoh : $2 - 5 = -3$

Bilangan 2 dan 5 adalah bilangan bulat (positif), dan hasil pengurangan dari dua bilangan tersebut adalah -3 yang merupakan bilangan bulat (negatif).

b. Tidak Berlaku Sifat Komutatif dan Asosiatif

Pada pengurangan bilangan bulat akan menghasilkan nilai yang berbeda ketika kedua bilangan tersebut di tukarkan tempatnya.

Hal tersebut dapat dituliskan “Untuk Setiap bilangan bulat a dan b , berlaku $a - b \neq b - a$ ”

Contoh: $(-3) - 2 \neq 2 - (-3)$
 $-5 \neq 5$

Itu berarti bahwa pada pengurangan bilangan bulat, tidak berlaku sifat komutatif.

Begitupun dengan sifat asosiatif, tidak berlaku pada pengurangan bilangan bulat $(a - b) - c \neq a - (b - c)$

5.3.3 Sifat-sifat Operasi Hitung Perkalian Bilangan Bulat

a. Bersifat Tertutup

Bersifat tertutup berarti perkalian dua bilangan bulat atau lebih, menghasilkan bilangan bulat juga. Sederhananya dapat dikatakan

bilangan bulat $\times$ bilangan bulat = bilangan bulat. Hal tersebut dapat dituliskan bahwa “untuk setiap bilangan bulat a dan b , berlaku ketentuan $a \times b = c$, dengan c merupakan bilangan bulat”

Contoh : $4 \times 3 = 12$

4 dan 3 adalah bilangan bulat jika dikalikan hasilnya 12 yang merupakan bilangan bulat juga.

b. Bersifat Komutatif

Suatu perkalian bilangan bulat akan menghasilkan nilai yang sama meskipun kedua bilangan tersebut di tukarkan tempatnya.

Hal tersebut dapat dituliskan “Untuk Setiap bilangan bulat a dan b , akan selalu berlaku ketentuan $a \times b = b \times a$ ”

Contoh: $2 \times (-3) = (-3) \times 2$
 $-6 = -6$

Bilangan 2 dan -3 walaupun ditukar posisinya, hasil perkaliannya tetap sama yaitu -6

c. Bersifat Asosiatif

ada Sifat ini dinyatakan ” Untuk Setiap bilangan bulat a , b , maupun c berlaku ketentuan $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ ”

Contoh: $(2 \times 5) \times 3 = 2 \times (5 \times 3)$
 $10 \times 3 = 2 \times 15$
 $30 = 30$

d. Unsur Identitas

Dalam operasi perkalian, unsur identitas adalah bilangan yang tidak mengubah nilai sebuah bilangan. Identitas perkalian yaitu 1 karena perkalian sebuah bilangan dengan 1 tidak mengubah nilai dari bilangan tersebut. Hal tersebut dapat ditulis, untuk setiap bilangan bulat sebarang a, berlaku $a \times 1 = 1 \times a = a$

Contoh : $3 \times 1 = 1 \times 3 = 3$

e. Unsur Invers

Dalam perkalian, setiap bilangan yang dikalikan dengan inversnya akan menghasilkan unsur identitasnya yaitu 1. Invers dari bilangan a yaitu $\frac{1}{a}$, dan sebaliknya invers dari $\frac{1}{a}$ yaitu a.

Berlaku $a \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \times a = e$

(e = unsur identitas)

Contoh: Invers dari 3 adalah $\frac{1}{3}$ sehingga,

$$3 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times 3$$

$$1 = 1 \quad (1 \text{ adalah identitas penjumlahan})$$

f. Distributif Terhadap Penjumlahan

Misalkan a,b,c bilangan bulat, maka berlaku $a \times (b + c) = ab + ac$

Contoh: Misalkan terdapat bilangan bulat 4,6, dan -1, berlaku sifat distributif terhadap penjumlahan yaitu:

$$4 \times (6 + (-1)) = (4 \times 6) + (4 \times (-1))$$

$$4 \times 5 = 24 + (-4)$$

$$20 = 20$$

g. Distributif Terhadap Pengurangan

Misalkan a,b,c bilangan bulat, maka berlaku $a \times (b - c) = ab - ac$

Contoh: Misalkan terdapat bilangan bulat 3,-2, dan 5, berlaku sifat distributif terhadap penjumlahan yaitu:

$$3 \times ((-2) - 5) = (3 \times (-2)) - (3 \times 5)$$

$$3 \times -7 = -6 - 15$$

$$-21 = -21$$

5.3.4 Sifat-sifat Operasi Hitung Pembagian Bilangan Bulat

a. Tidak berlaku sifat Tertutup

Sifat tertutup tidak berlaku pada pembagian bilangan bulat, karena tidak semua pembagian bilangan bulat menghasilkan bilangan bulat juga. Jika a, b bilangan bulat, dan $a : b = c$, maka c merupakan bilangan bulat atau pecahan. Jika b habis membagi a maka c merupakan bilangan bulat, tetapi jika b tidak habis membagi a , maka c merupakan bilangan pecahan.

Contoh : $6 : 2 = 3$

Bilangan 6 dan 2 adalah bilangan bulat, dan hasil pembagian kedua bilangan tersebut adalah 3. Karena 2 habis membagi 6 maka hasil pembagiannya adalah bilangan bulat juga.

$$12 : 5 = 2,4$$

Bilangan 12 dan 5 adalah bilangan bulat, dan hasil pembagian kedua bilangan tersebut adalah 2,4. Karena 5 tidak habis membagi 12, maka hasil pembagiannya adalah bilangan pecahan

Kesimpulannya pada pembagian bilangan bulat tidak berlaku sifat tertutup.

b. Tidak Berlaku Sifat Komutatif dan Asosiatif

Pada operasi pembagian bilangan bulat akan menghasilkan nilai yang berbeda ketika kedua bilangan tersebut di tukarkan tempatnya.

Hal tersebut dapat dituliskan “Untuk Setiap bilangan bulat a dan b , berlaku $a : b \neq b : a$ ”

Contoh: $12 : 6 \neq 6 : 12$

$$2 \neq \frac{1}{2}$$

Jika a dibagi b sama dengan c , maka b dibagi a samadengan $\frac{1}{c}$.

Begitupun dengan sifat asosiatif, tidak berlaku pada pembagian bilangan bulat $(a : b) : c \neq a : (b : c)$

- c. Hasil Bagi Bilangan Bulat Dengan 0 adalah Tidak Terdefinisi

Jika bilangan bulat nol (0), dibagi dengan sebuah bilangan bulat lain maka hasilnya adalah 0. Tetapi jika sebuah bilangan bulat dibagi dengan nol hasilnya tidak terdefinisi.

Jika a bilangan bulat, maka berlaku:

$$0 : a = 0$$

$$a : 0 = \text{tidak terdefinisi}$$

5.4 Pangkat dan Akar Pangkat Bilangan Bulat

Dari perkalian bilangan bulat, selanjutnya dikembangkan operasi yang lain yaitu pemangkatan bilangan dan akar pangkat bilangan bulat. Bilangan berpangkat sangatlah membantu kita dalam mempersingkat bilangan yang relatif kecil atau besar sekali semisal 0,00000099 dapat ditulis dalam bilangan berpangkat $9,9 \times 10 \times 10^{-7}$.

5.4.1 Pangkat Bilangan Bulat

Pemangkatan bilangan bulat berarti mengalikan bilangan tersebut sebanyak n faktor.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times a \times a \times \dots \times a}_{\downarrow}$$

Sejumlah n faktor

Pangkat 2 (kuadrat) bilangan bulat berarti mengalikan bilangan bulat dengan dirinya sendiri sebanyak dua kali, dapat dituliskan:

$$a^2 = a \times a$$

Contoh:

$$5^2 = 5 \times 5 = 25$$

$$(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$$

Pangkat tiga bilangan bulat berarti mengalikan bilangan bulat dengan dirinya sendiri sebanyak tiga kali, dapat dituliskan:

$$a^3 = a \times a \times a$$

Contoh :

$$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$$

$$(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$$

5.4.2 Akar Pangkat Bilangan Bulat

Akar kuadrat atau akar pangkat dua merupakan kebalikan dari kuadrat (pangkat dua). Lambangnya $\sqrt{\quad}$ (akar pangkat dua). Akar pangkat dua dari suatu bilangan adalah faktor dari bilangan itu jika dipangkatkan dua atau dikuadratkan akan sama dengan bilangan itu (Soenarjo, 2008).

Contoh:

$$\sqrt{36} = 6 \text{ karena } 6^2 = 36$$

$$\sqrt{81} = 9 \text{ karena } 9^2 = 81$$

Akar pangkat tiga merupakan kebalikan dari pangkat tiga, lambangnya $\sqrt[3]{\quad}$ (akar pangkat tiga).

Contoh:

$$\sqrt[3]{64} = 4 \text{ karena } 4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$$

$$\sqrt[3]{125} = 5 \text{ karena } 5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$$

DAFTAR PUSTAKA

- Wahyuningtyas, T, D. 2016. PEMBELAJARAN BILANGAN UNTUK PGSD. Malang: Penerbit Ediide Infografika.
- Soenarjo, R, J. 2008. Matematika 5: SD dan MI Kelas 5. Jakarta: Pusat Perbukuan, Departemen Pendiidikan Nasional.

BAB 6

PERBANDINGAN DAN SKALA

Oleh Novrianti

6.1 Pendahuluan

Secara kasat mata, kata perbandingan seperti memiliki kata dasar “banding”. Akan tetapi, dalam ilmu matematika, kata banding memiliki makna penilaian dalam memperhatikan kuantitas ataupun kualitas, minimal dari dua kelompok benda/sifat. Secara sadar ataupun tidak, kita sangat sering melakukan kegiatan membandingkan ini dalam kehidupan sehari-hari. Sebagai contoh, Budi akan lebih memilih tidur di ruangan ber-AC daripada di ruangan yang tidak ber-AC. Dalam hal ini tentunya Budi telah membandingkan rasa nyaman yang diperolehnya terhadap dua ruangan tersebut.

Tidak hanya manusia, bahkan hewan pun terkadang melakukan kegiatan perbandingan. Kucing akan memilih untuk memakan ikan daripada buah-buahan, jika kedua makanan tersebut disajikan secara bersamaan. Hal ini dikarenakan kucing membandingkan bau dari dua jenis makanan tersebut.

Jika kajiannya adalah kualitas, maka jawaban yang akan didapatkan terhadap proses membandingkan adalah relatif terhadap objek yang dinilai, dan si penilai. Akan tetapi, jika fokus perhatian adalah kuantitas, maka siapapun yang menilainya, selama objek yang diperhatikan adalah sama, maka akan memberikan satu jawaban yang pasti sama pula.

Dalam bab ini, kita akan melakukan kajian perbandingan yang akan dibagi menjadi 2 kelompok pembahasan, yakni perbandingan dan skala.

Untuk memahami kajian perbandingan dan skala dengan baik, dalam setiap materi akan diberikan contoh dan pembahasan. Selanjutnya diakhir materi akan diberikan soal-soal latihan guna mengasah kemampuan pemahaman materi yang telah diberikan.

6.2 Perbandingan

Perbandingan atau rasio adalah proses membandingkan nilai (kuantitas) yang ditulis dengan bentuk khusus ataupun dalam bentuk pecahan (Penketh, 1987). Berdasarkan banyaknya objek yang dibandingkan, perbandingan dapat digolongkan menjadi perbandingan dua nilai kuantitas, dan perbandingan yang lebih dari dua kuantitas.

6.2.1 Perbandingan dua kuantitas

Perbandingan dari kuantitas (nilai) dapat ditulis dengan menggunakan simbol titik dua, " : ", dan nilai yang dibandingkan diletakkan pada sisi kiri dan sisi kanan dari simbol tersebut, sehingga ditulis dalam bentuk $\square : \square$.

Dalam bentuk lain, perbandingan dapat dituliskan dengan menggunakan batasan antara dua nilai berupa garis lurus diantara dua nilai, dengan meletakkan nilai tersebut pada bagian atas garis, dan bagian bawah garis. Hal ini dikenal dengan nama pecahan.

Sebagai contoh, perbandingan 2 dan 3 dapat ditulis menjadi $2 : 3$ yang dibaca "dua banding tiga", atau $\frac{2}{3}$ yang juga dibaca "dua banding tiga", dan/atau juga dapat dibaca "dua per tiga".

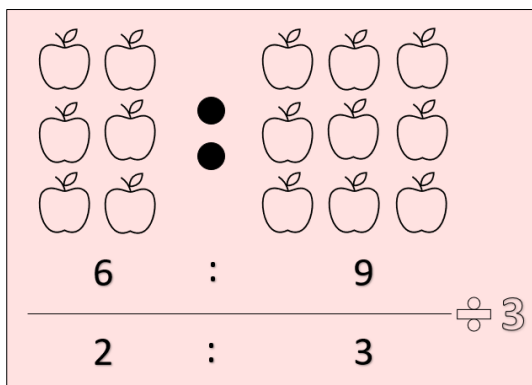
Dan penulisannya, nilai – nilai perbandingan sangatlah sensitif terhadap **urutannya**. Jadi berhati – hatilah dalam menuliskan nilai, dan membaca ataupun menuliskan informasi perbandingan nilai.

Berikut adalah contoh menuliskan perbandingan secara berurutan.

-  **Problem 1.** Di dalam suatu kebun terdapat 3 pohon apel, dan 2 pohon jeruk, maka:
- Perbandingan banyaknya pohon apel dan pohon jeruk dituliskan $3 : 2$, atau dapat juga ditulis $\frac{3}{2}$.
 - Perbandingan pohon jeruk dan pohon apel dituliskan $2 : 3$, atau dapat juga ditulis $\frac{2}{3}$.
 - Banyaknya pohon di kebun adalah sebanyak 5 pohon.

Perbandingan dapat dituliskan dalam bentuk sederhana, hingga yang paling sederhana, yakni dengan membagi nilai-nilai yang akan dibandingkan dengan bilangan yang sama. Untuk menyederhanakan bentuk perbandingan, akan sangat mudah dipahami jika menggunakan penulisan dalam bentuk pecahan. (Penketh, 1987).

Perhatikan gambar di bawah ini untuk memahami proses penulisan perbandingan secara berurutan, yang kemudian nilainya disederhanakan hingga menjadi bilangan terkecil.



Gambar 6.1 Ilustrasi perbandingan banyak buah apel
(Sumber: Pustaka pribadi)

Berbagai persoalan tentang perbandingan sering kali ditemukan, dan membutuhkan proses penyederhanaan terlebih dahulu sebelum diselesaikan. Berikut ini merupakan contoh persoalan perbandingan yang membutuhkan penyederhanaan dari nilai – nilai perbandingannya.

Problem 2. Di dalam kelas VI A Sekolah Dasar Suka Jaya terdapat 15 orang murid laki-laki, dan 18 orang murid perempuan. Berapakah perbandingan jumlah murid laki-laki dan murid perempuan pada kelas tersebut?

Penyelesaian: Perbandingan murid laki-laki dan perempuan, ditulis dalam bentuk $15 : 18$. Untuk menyederhanakan nilai tersebut, maka kedua nilai dibagi dengan suatu bilangan yang sama hingga diperoleh nilai – nilai yang terkecil (tidak dapat dibagi lagi). Karena kedua bilang sama-sama bisa dibagi 3, maka perbandingan murid laki-laki dan perempuan dapat dituliskan dalam bentuk $(15 \div 3) : (18 \div 3) = 5 : 6$.

Jadi perbandingan murid laki dan perempuan adalah **5:6**.

Dalam bentuk pecahan, perbandingan murid laki-laki dan murid perempuan kelas VI SD Suka Jaya ditulis dalam bentuk:

$$\frac{15}{18} = \frac{15 \div 3}{18 \div 3} = \frac{5}{6}.$$

Persoalan perbandingan merupakan persoalan yang harus diselesaikan dengan sangat teliti, dengan memperhatikan informasi yang dipunyai. Sebagai contoh, dari persoalan di atas, jika yang ditanya adalah perbandingan banyaknya murid laki-laki terhadap total murid di dalam kelas tersebut, maka ada proses yang harus dilakukan dalam penyelesaiannya terlebih dahulu, sebelum melakukan proses membandingkan.

Dalam kasus ini, langkah pertama yang harus dilakukan adalah mencari total murid kelas VI SD Suka Jaya. Hal ini dikarenakan perbandingan yang harus dicari adalah banyak murid laki-laki, dan total murid di dalam kelas tersebut. Total murid akan diperoleh dengan menambahkan banyak murid laki-laki dan banyak murid perempuan. Sehingga diperoleh perbandingan banyak murid laki-laki terhadap banyak murid di dalam kelas tersebut adalah:

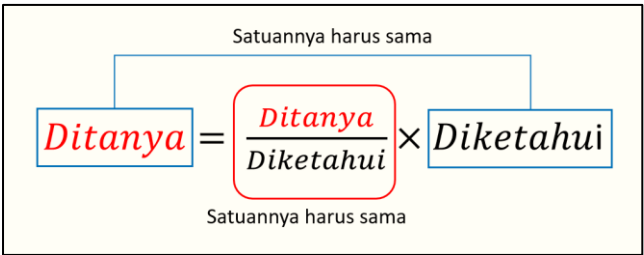
$$15 : (15+18) = 15 : 33 = \mathbf{5 : 11}.$$

 **Problem 3.** Berat sekotak jeruk (kotak kayu) adalah 90 kg, dengan berat kotaknya saja adalah 6 kg. Akan tetapi jeruk-jeruk di dalam kotak tersebut ternyata ada yang berwarna orange, dan ada pula yang berwarna hijau, yang kemungkinan belum matang secara sempurna. Jika diketahui perbandingan jeruk yang berwarna orange dan hijau adalah 5 : 2, maka hitunglah banyaknya jeruk yang belum matang di dalam kotak tersebut!

Penyelesaian: Berdasarkan uraian masalah di atas, diketahui:

- 1. Berat sekotak jeruk (beserta kotaknya) adalah 90 kg. Berat kotaknya saja adalah 6 kg. Bearti berat total jeruk di dalam kotak adalah $90 - 6 = 84$ kg.
- 2. Perbandingan jeruk yang berwarna orange dan yang berwarna hijau adalah 5 : 2. Hal ini menunjukkan bahwasanya total perbandingan antara jeruk yang berwarna orange dan hijau adalah $5 + 2 = 7$.
- 3. Berdasarkan informasi 1 dan 2, diperoleh perbandingan jeruk berwarna hijau dan total jeruk adalah 2 : 7, dan berat total jeruk di dalam kotak adalah 84 kg. Maka banyaknya jeruk yang belum matang (berwarna hijau) di dalam kotak kayu tersebut adalah $\frac{2}{7} \times 84 = 24$ kg.

Secara umum, gambaran formula dalam menentukan nilai yang ditanya dari suatu persoalan/ permasalahan perbandingan adalah:



Gambar 6.2 Representasi rumusan dalam menjawab persoalan perbandingan
(Sumber: Pustaka pribadi)

Problem 4. Perbandingan umur Ina dan Ani adalah 2 : 3. Jarak usia mereka adalah 9 tahun. Carilah usia masing – masing Ina dan Ani!



Gambar 6.3 Perbandingan usia Ina dan Ani = 2 : 3
(Sumber: Pustaka pribadi)

Penyelesaian: Berdasarkan informasi pada soal, diketahui perbandingan usia Ina : Ani = 2 : 3. Hal ini menunjukkan bahwasanya usia Ani lebih tua dibandingkan dengan Ina, karena Ina memiliki nilai perbandingan 2, sedangkan Ani memiliki nilai 3. Dan selisih nilai perbandingan usia mereka adalah 1. Hal ini dapat dilihat dari beda banyaknya ring yang dimiliki Ina dan Ani pada Gambar 6. 3.

Selanjutnya dengan menggunakan skema pada Gambar 6.2, dan informasi lainnya dari soal cerita tersebut, maka:

$\begin{aligned}\text{Usia Ina} &= \frac{\text{Ina}}{\text{Selisih}} \times \text{Selisih usia} \\ &= \frac{2}{1} \times 9 \text{ tahun} \\ &= 18 \text{ tahun}\end{aligned}$	$\begin{aligned}\text{Usia Ani} &= \frac{\text{Ani}}{\text{Selisih}} \times \text{Selisih usia} \\ &= \frac{3}{1} \times 9 \text{ tahun} \\ &= 27 \text{ tahun}\end{aligned}$
---	---

Latihan

Buatlah perbandingan berikut ke dalam bentuk yang paling sederhana.

- | | |
|------------|----------------------|
| 1. 2 : 4 | 6. 99 : 30 |
| 2. 4 : 6 | 7. 14 gr : 20 gr |
| 3. 6 : 9 | 8. 2 kg : 6 kg |
| 4. 15 : 10 | 9. 1 kg : 10 gr |
| 5. 25 : 40 | 10. 45 menit : 1 jam |
11. Pada tahun 2022, perbandingan usia Ani dan Budi adalah 2 : 3. Jika usia Ani adalah 6 tahun, berapakah jumlah usia Ani dan Budi?

Penyelesaian:

1. Bentuk sederhana dari 2 : 4 adalah 1 : 2.
2. Bentuk sederhana dari 4 : 6 adalah 2 : 3.

3. Bentuk sederhana dari $6 : 9$ adalah $2 : 3$.
4. Bentuk sederhana dari $15 : 10$ adalah $3 : 2$.
5. Bentuk sederhana dari $25 : 40$ adalah $5 : 8$.
6. Bentuk sederhana dari $99 : 30$ adalah $33 : 10$.
7. Bentuk sederhana dari $14 \text{ gr} : 20 \text{ gr}$ adalah $7 : 10$.
8. Bentuk sederhana dari $2 \text{ kg} : 6 \text{ kg}$ adalah $1 : 3$.
9. Bentuk sederhana dari $1 \text{ kg} : 10 \text{ gr}$ adalah $1000 \text{ gr} : 10 \text{ gr} = 100 : 1$.
10. Bentuk sederhana dari $45 \text{ menit} : 1 \text{ jam} = 45 \text{ menit} : 60 \text{ menit} = 3 : 4$.
11. Berdasarkan informasi yang dituliskan di soal, maka dapat dituliskan menjadi:

Diketahui: Ani : Budi = $2 : 3$.

Usia Ani = 6 tahun

Ditanya : Jumlah usia Ani dan Budi.

Jawab:

Gunakan skema pada Gambar 6.2.

$$\begin{aligned}\text{Usia Ani} + \text{Budi} &= \frac{\text{nilai perbandingan Ani} + \text{Budi}}{\text{Nilai perbandingan Ani}} \times \text{usia Ani} \\ &= \frac{2+3}{2} \times 6 = \frac{5}{2} \times 6 = 15.\end{aligned}$$

Jadi jumlah usia Ani dan Budi adalah **15** tahun.

6.2.2 Perbandingan lebih dari dua kuantitas

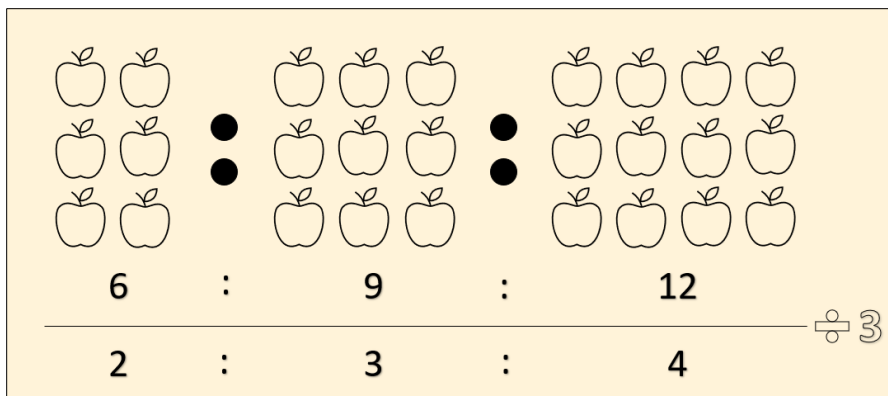
Jika melakukan perbandingan terhadap lebih dari dua nilai atau kelompok, maka yang dibutuhkan hanyalah simbol “ : ” diantara dua nilai, sehingga dituliskan dalam bentuk $\square : \square : \square : \square \dots$ dst.



Problem 5. Di dalam suatu kebun terdapat 3 pohon apel, 2 pohon jeruk, 4 pohon rambutan, dan 1 pohon durian. Maka:

- Perbandingan banyaknya pohon apel, pohon jeruk, pohon rambutan, dan pohon durian dituliskan 3 : 2 : 4 : 1.
- Perbandingan pohon jeruk, pohon apel, dan pohon durian dituliskan 2 : 3 : 1.
- Banyaknya pohon di kebun adalah sebanyak 10 pohon.

Ilustrasi perbandingan tiga kelompok objek



Gambar 6.4 Perbandingan tiga objek
(Sumber: Pustaka pribadi)

6.2.3 Perbandingan Bertingkat

Adakalanya dalam suatu persoalan perbandingan, akan ditemui permasalahan yang saling terkait, yakni adanya objek persekutuan diantara dua permasalahan. Perbandingan seperti ini disebut perbandingan bertingkat. Proses penyelesaian perbandingan ini adalah dengan mencari komponen persekutuan, kemudian menemukan KPK dari objek tersebut sehingga perbandingan dapat disetarakan.

 **Problem 6.** Dalam suatu permainan, banyaknya kelereng Koko adalah yang paling sedikit dibandingkan dengan Andi dan Budi. Perbandingan jumlah kelereng Andi dan kelereng Budi adalah 5:3. Akan tetapi, setelah mendapatkan tambahan kelereng dari kakaknya,

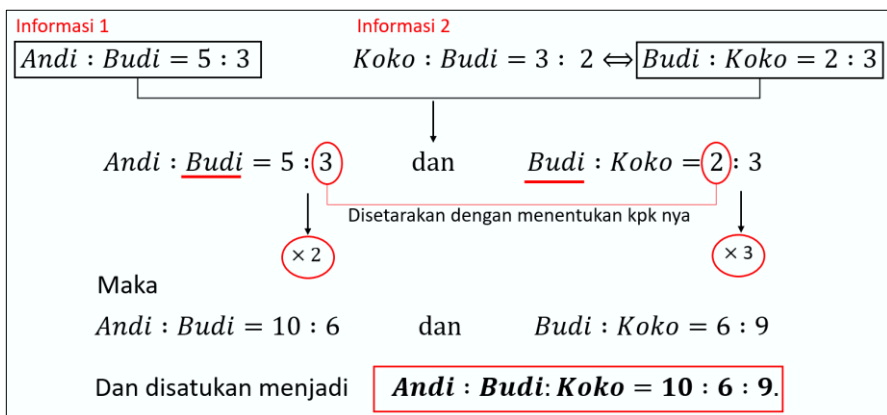
kelereng Koko menjadi banyak, sehingga perbandingan banyaknya kelereng Koko dan Budi adalah 3:2. Berapakah perbandingan jumlah kelereng Andi, Budi, dan Koko sekarang?

Penyelesaian: Perhatikan informasi dibawah ini, yang diperoleh dari soal tersebut:

1. perbandingan jumlah kelereng Andi dan Budi adalah 5:3.
2. Perbandingan jumlah kelereng Koko dan Budi adalah 3:2.

Dari informasi 1 dan 2, terlihat bahwasanya kedua item memberikan gambaran secara eksplisit bahwasanya kedua perbandingan memberikan informasi kuantitas kelereng Budi terhadap yang lainnya. Maka dalam hal ini, Budi adalah penghubung antara informasi 1 dan 2, yang kemudian akan digunakan untuk mendapatkan informasi secara global (perbandingan setara untuk keseluruhan anak).

Perhatikan skema penyelesaian di bawah ini!



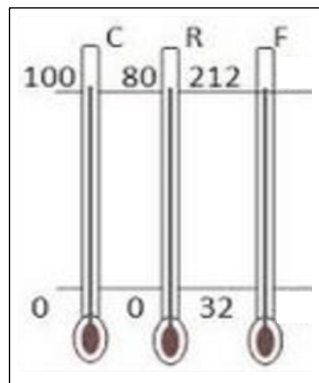
Gambar 6.5 Skema penyelesaian kasus (2)
(Sumber: Pustaka pribadi)

Jadi perbandingan banyaknya kelereng Andi, Budi, dan Koko saat ini adalah **10 : 6 : 9**.

6.2.4 Perbandingan Skala pada Suhu

Satuan dalam mengukur suhu/temperatur secara umum dibagi menjadi tiga, yakni derajat celcius, derajat reamur, dan derajat fahrenheit. Akan tetapi, secara internasional, satuan suhu yang dipakai adalah Kelvin (tanpa derajat). Pada saat ini, kita belum membahas penggunaan satuan Kelvin.

Alat untuk mengukur suhu adalah termometer. Ada banyak termometer klinis dirancang untuk menampilkan keluaran dalam bentuk digital untuk memudahkan pembacaan hasil pengukuran, namun termometer non-listrik masih juga tetap digunakan sampai sekarang (Wilson, 2021)



Gambar 6.6 Titik beku dan titik didih pada termometer derajat Celcius, Reamur, dan Fahrenheit

(Sumber: Researchgate, profile: Dwi Sulisw)

Dari bilangan yang tertera pada termometer tersebut, maka perbandingan skala derajat Celcius, derajat Reamur, dan derajat Fahrenheit dapat ditulis menjadi $C : R : (F - 32) = 100 : 80 : 180 = 5 : 4 : 9$ (Sulisworo, 2016)

Rumusan dalam konversi suhu berdasarkan perbandingan termometernya dapat dilihat di bawah ini

C ke R atau R ke C

$$\frac{^{\circ}C}{^{\circ}R} = \frac{5}{4}$$

maka

$$^{\circ}C = \left(\frac{4}{5} \times ^{\circ}R\right)$$

atau

$$^{\circ}R = \left(\frac{5}{4} \times ^{\circ}C\right)$$

C ke F atau F ke C

$$\frac{^{\circ}C}{^{\circ}F - 32} = \frac{5}{9}$$

maka

$$^{\circ}C = \left(\left(\frac{9}{5} \times ^{\circ}F\right) - 32\right)$$

atau

$$^{\circ}F = \left(\frac{5}{9} \times (^{\circ}C + 32)\right)$$

R ke F atau F ke R

$$\frac{^{\circ}R}{^{\circ}(F - 32)} = \frac{4}{9}$$

maka

$$^{\circ}R = \left(\left(\frac{9}{4} \times ^{\circ}F\right) - 32\right)$$

atau

$$^{\circ}F = \left(\frac{4}{9} \times (^{\circ}R + 32)\right)$$



Problem 7. Tentukanlah nilai temperature derajat reamur, jika diketahui pada termometer berderajat celsius suhu badan Ika adalah $40^{\circ}C$. Selanjutnya jika kakak menginginkan konversi dalam fahrenheit, tentukan pula nilai suhu badan Ika tersebut!

Penyelesaian: Suhu badan Ika dalam derajat reamur adalah:

$$40^{\circ}C = \left(\frac{4}{5} \times 40\right) R = 32^{\circ}R.$$

Selanjutnya, suhu badan Ika dalam derajat fahrenheit adalah:

$$40^{\circ}C = \left(\left(\frac{9}{5} \times 40\right) + 32\right) F = 104^{\circ}F.$$

Latihan:

Konversikanlah temperatur berikut dengan benar!

- $45^{\circ}R = \dots^{\circ}F.$
- $45^{\circ}F = \dots^{\circ}R.$
- $45^{\circ}C = \dots^{\circ}F.$

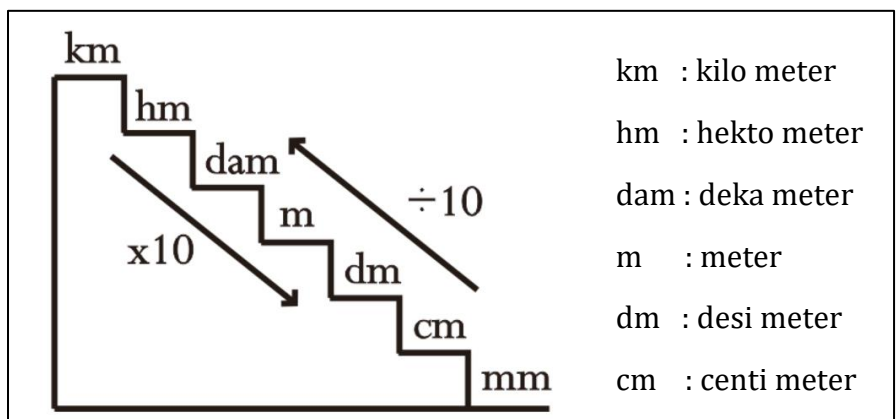
Penyelesaian:

- $45^{\circ} R = \left(\left(\frac{9}{4} \times 45^{\circ} \right) + 32^{\circ} \right) F = 133.25^{\circ} F.$
- $45^{\circ} F = \left(\frac{4}{9} \times (45^{\circ} - 32^{\circ}) \right) R = 5.78^{\circ} R.$
- $45^{\circ} C = \left(\left(\frac{9}{5} \times 45^{\circ} \right) + 32^{\circ} \right) F = 113^{\circ} F.$

6.3 Skala

Skala merupakan penerapan dari teori perbandingan dalam representasi secara grafis suatu objek ke dalam suatu media atau bidang gambar. Disamping itu, skala juga dapat digunakan untuk membuat *prototype* (purwarupa) dari suatu benda, wilayah, ataupun makhluk hidup. Hal ini dikarenakan sulit atau bahkan tidak mungkin untuk menyediakan media gambar untuk menggambarkan objek sesuai dengan ukuran yang sebenarnya, ataupun membuat suatu duplikat objek sesuai ukuran aslinya. Oleh karena itu, skala menggunakan satuan ukuran panjang.

Untuk mengingat konversi satuan pengukuran panjang, perhatikan gambar 2.6 dengan ketentuan jika turun satu jenjang dikali 10, dan naik satu jenjang dibagi 10.



Gambar 6.7 Tangga konversi satuan panjang / jarak. (Sumber: Advernesia)

Penulisan skala adalah dengan menyandingkan nilai yang diterapkan pada gambar terhadap objek sebenarnya. Skala dituliskan dalam bentuk perbandingan berurutan dari ukuran pada bidang gambar dan ukuran sebenarnya.

Sebagai contoh, jika suatu mobil digambarkan di atas kertas dapat dibuat dengan skala 1: 20. Hal ini bermakna setiap 1 cm pada bidang gambar adalah mewakili 20 cm pada objek (mobil) sebenarnya.



Gambar 6.8 Ilustrasi gambar mobil berskala 1 : 20.
(Sumber: kiri (pustaka pribadi), kanan (*iStock by getty images*))

Pada gambar di atas dituliskan bahwasanya skala gambar 1 : 20. Nilai skala ini diperoleh dari panjang pada gambar 15 cm, dibandingkan dengan panjang mobil sebenarnya 300 cm.

Maka, secara garis besar, rumusan skala, jarak pada peta, dan jarak sebenarnya dapat dilihat pada kotak di bawah ini!

$$\text{Skala} = \text{Jarak pada Peta} : \text{Jarak Sebenarnya}$$

$$\text{Jarak pada peta} = \text{Skala} \times \text{Jarak Sebenarnya}$$

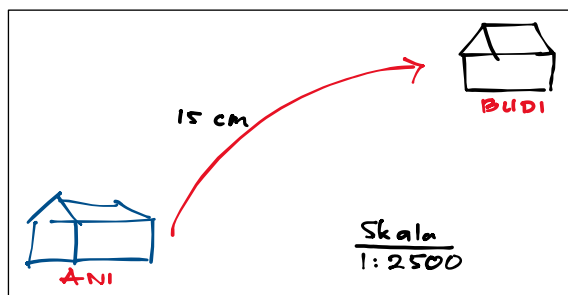
$$\text{Jarak Sebenarnya} = \text{Jarak pada Peta} : \text{Skala}$$

Skala paling sering terlihat dalam pembuatan peta lokasi. Baik itu desa, kota, provinsi, negara, bahkan dunia sekalipun. Biasanya di dalam atlas ataupun pada gambar peta lainnya,

selalu ditampilkan skala yang digunakan dalam gambar tersebut di pojok kanan atau kiri bawah gambar.

 **Problem 8.** Jika diketahui jarak rumah Ani dan Budi pada gambar, dengan menggunakan skala 1 : 2500, adalah 15 cm. Maka tentukanlah jarak rumah Ani dan Budi sebenarnya!

Penyelesaian: Perhatikan sketsa / gambar di bawah ini!



Gambar 6.9 Sketsa jarak rumah Ani dan Budi
(Pustaka pribadi)

Skala 1 : 2500 berarti setiap jarak 1 cm pada gambar adalah mewakili 2500 cm pada jarak sebenarnya.

Karena jarak rumah Ani dan Budi pada peta adalah 15 cm, maka jarak rumah Ani dan Budi sebenarnya adalah $15 \text{ cm} : (1 : 2500) = 15 \text{ cm} \times 2500 = 37500 \text{ cm}$, atau 375 meter.

Latihan

1. Jika jarak rumah Ina ke sekolahnya adalah 5 km, kemudian Ina ingin menggambarannya di buku gambarnya yang berukuran $40 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$, tentukanlah skala yang baik untuk Ina gunakan dalam menggambarannya!
2. Ibu Guru meminta tolong kepada Andi untuk menghitung jarak provinsi A ke provinsi B yang tertera pada peta adalah sejauh 12 cm, dengan menggunakan skala 1 : 1.500.000. Kemudian, Ibu guru akan mengirimkan paket

dari provinsi A ke provinsi B, dengan biaya Rp3.000,- per km jarak lokasi nya. Bantulah Andi untuk menghitung berapa biaya pengiriman paket bu Guru tersebut!

Penyelesaian:

1. Diketahui buku gambar Ina berukuran $40\text{ cm} \times 30\text{ cm}$, maka untuk menggambarkan peta rumah ke sekolah Ina, tidak boleh lebih dari jarak maksimum bidang gambar tersebut. Jarak maksimum pada bidang gambar adalah 40 cm. Maka skala yang sebaiknya Ina gunakan adalah:

$$\begin{aligned}\text{Skala} &= \text{Jarak pada peta} : \text{Jarak Sebenarnya} \\ &= 40\text{ cm} : 5\text{ km} = 40\text{ cm} : 500.000\text{ cm} \\ &= 1 : 12.500\end{aligned}$$

Jadi, skala yang sebaiknya digunakan Ina dalam menggambarkan peta lokasi rumah dan sekolahnya adalah **1 : 12.500**.

2. Diketahui jarak provinsi A dan B pada peta adalah 12 cm. Skala yang digunakan adalah 1 : 1.500.000. Maka jarak provinsi A dan B sebenarnya adalah:

$$\begin{aligned}\text{Jarak sebenarnya} &= \text{Jarak pada peta} : \text{Skala} \\ &= 12\text{ cm} : (1 : 1.500.000) \\ &= 18.000.000\text{ cm} = \mathbf{180\text{ km}}\end{aligned}$$

Biaya yang dibutuhkan untuk mengirimkan paket ibu Guru adalah Rp3.000,- per km. Jadi biaya total yang harus bu Guru keluarkan untuk mengirimkan paketnya adalah:

$$\begin{aligned}\text{Biaya} &= 180\text{ km} \times \text{Rp.3.000,-} \\ &= \text{Rp.540.000,-}\end{aligned}$$

Jadi biaya yang dibutuhkan bu Guru untuk mengirimkan paketnya adalah sebesar **Rp. 540. 000, –**.

Rangkuman

1. Perbandingan merupakan proses membandingkan dua atau lebih nilai – nilai, yang dituliskan dengan bentuk nilai yang paling sederhana.
2. Menuliskan perbandingan bisa dengan menggunakan tanda titik dua ":", atau simbol pecahan, berupa garis lurus diantara dua nilai.
3. Nilai dari suatu objek terhadap penulisannya di dalam perbandingan haruslah secara berurutan.
4. Perbandingan bertingkat diselesaikan dengan menemukan satu objek persekutuan antara jenis-jenis perbandingan, kemudian ditentukan KPK nya, dan disatukan jenis-jenis perbandingan tersebut sehingga semua perbandingan dapat disetarakan.
5. Suhu atau temperature di ukur menggunakan termometer dengan skala celcius, reamur, ataupun fahrenheit.
6. Perbandingan ketiga skala temperature adalah
$$\text{Celcius} : \text{Reamur} : (\text{Fahrenheit} - 32) = 5 : 4 : 9.$$
7. Skala merupakan penerapan teori perbandingan yang digunakan dalam pembuatan gambar / grafis , atau untuk membuat prototipe dari suatu lokasi, atau objek.
$$\text{Skala} = \text{Jarak pada Peta} : \text{Jarak Sebenarnya}.$$

DAFTAR PUSTAKA

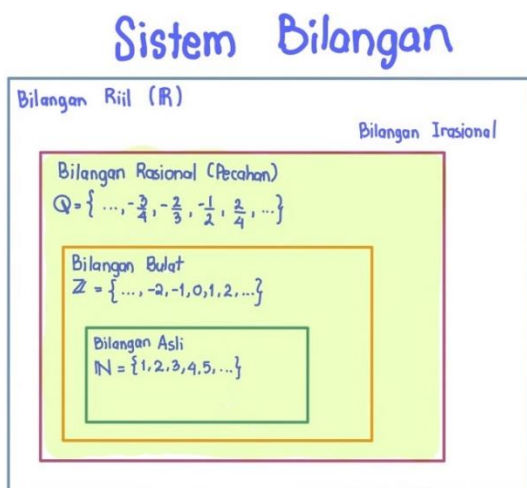
- Penketh, F.E. (1987). *Ratio and Proportion*. In: Work Out Numeracy. Macmillan Work Out Series. Palgrave, London.
https://doi.org/10.1007/978-1-349-08605-4_6
- Wilson, M. (2021). *Temperature measurement*. *Anaesthesia & Intensive Care Medicine*. 22 (3), 202 – 207.
- Advernesia, Matematika komputer internet. Cambridge Assessment International Education. 2020. Cambridge IGCSE™ International Mathematics Code 0607. Britania Raya: University of Cambridge.
- Sulisworo, D. (2016). Pengembangan modul fisika menggunakan model PBL untuk meningkatkan kemampuan berpikir kognitif dan partisipasi siswa dalam pembelajaran suhu dan kalor. Prosiding seminar nasional Quantum.

BAB 7

KONSEP BILANGAN PECAHAN (RASIONAL) DAN OPERASINYA

Oleh Khairunnisa Fadhilla Ramdhania

Bab sebelumnya kita sudah membahas tentang bilangan bulat, yaitu gabungan dari bilangan asli, nol, dan bagian negatif dari bilangan asli. Namun, bilangan bulat tidaklah cukup untuk menyatakan keakuratan dalam suatu pengukuran dan ketelitian dalam perhitungan matematis. Hal tersebut yang memprakarsai munculnya bilangan baru yang merupakan perluasan dari bilangan bulat seperti pada Gambar 7.1. Bilangan baru tersebut biasa kita kenal dengan bilangan pecahan yang berbentuk $\frac{2}{3}, \frac{7}{4}, \frac{-5}{10}$ atau disebut bilangan rasional.



Gambar 7.1 Sistem Bilangan
Sumber: Penulis

7.1 Konsep Bilangan Pecahan

Secara harfiah, bilangan pecahan ini dapat diartikan “bagian dari keseluruhan”. Misalkan Ibu membeli 1 loyang pizza di sebuah minimarket. Kemudian, pizza tersebut akan dibagikan dan dimakan oleh setiap anggota keluarga yakni ibu, ayah, adik, kakak, om, tante, kakek, dan nenek dengan bagian yang sama besar. Ibu harus membagi pizza menjadi 8 bagian sama besar. Berapa bagian yang akan ibu, ayah, adik, kakak, om, tante, kakek, dan nenek dapatkan? Ya, benar. Masing-masing akan mendapatkan $\frac{1}{8}$ pizza, yang artinya mendapatkan 1 *slice* pizza dari 8 *slice* pizza yang sudah dipotong sama besar oleh ibu. Ilustrasinya dapat kita lihat pada Gambar 7.2 sebagai berikut.

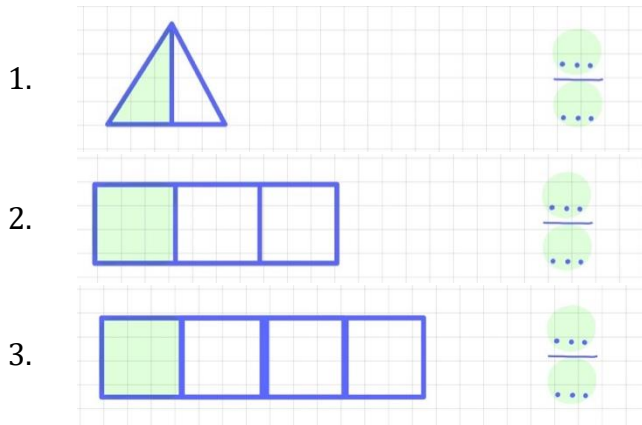


Gambar 7.2 Pizza dengan 8 *Slice*

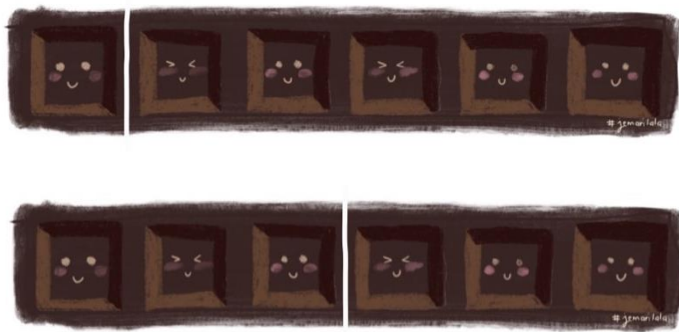
Sumber: www.pinterest.com

Sekarang mari kita coba nyatakan gambar yang diarsir di bawah ini dengan bentuk pecahan (Hobri *et al.*, 2022).

Latihan 7.1



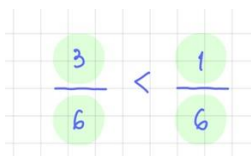
Selanjutnya, kita akan membandingkan pecahan. Misalkan Ibu memiliki 2 batang cokelat seperti Gambar 7.3.



Gambar 7.3 Dua Batang Cokelat Milik Ibu
Sumber: Koleksi Pribadi Penulis

Jika kita bandingkan potongan cokelat antara kedua cokelat batang milik ibu, potongan mana yang lebih besar?

Potongan dari cokelat batang kedua yaitu $\frac{3}{6}$ yang lebih besar dari potongan cokelat batang pertama $\frac{1}{6}$. Dengan demikian $\frac{3}{6}$ lebih besar dari $\frac{1}{6}$ dan dapat kita tulis



$$\frac{3}{6} < \frac{1}{6}$$

Secara matematis, bilangan rasional adalah bilangan yang dapat ditulis sebagai $\frac{p}{q}$ dengan p dan $q \neq 0$ merupakan bilangan bulat, yang dinotasikan sebagai (Stewart, 2003)

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \mid p, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0 \right\}.$$

Notasi $\mathbb{Q}$ merupakan penurunan dari Bahasa Jerman yaitu *Quotient* (Weisstein, no date), yang apabila diterjemahkan memiliki arti “ratio” dalam Bahasa Inggris, yakni pembagi. Oleh sebab itu, dikenal sebagai *rational number* atau bilangan rasional. Pada aritmetika jika suatu bilangan yang berbentuk $\frac{p}{q}$, yang artinya p dibagi q , dengan p dinamakan pembilang (numerator) dan q dinamakan penyebut (denominator), maka $\frac{p}{q}$ dinamakan sebagai (Tim GTK DIKDAS, 2021):

1. pecahan biasa (*proper fraction*) jika $p < q$
2. pecahan tak biasa (*improper fraction*) jika $p > q$
3. bilangan cacah (*whole numbers*) jika q membagi habis p .

7.2 Operasi Perhitungan Bilangan Rasional

Misalkan $\frac{a}{b}$ dan $\frac{c}{d}$ adalah bilangan-bilangan rasional, maka berlaku:

1. Operasi Penjumlahan "+"

Jika dua bilangan rasional memiliki penyebut sama dan dijumlahkan maka kita hanya tinggal jumlahkan pembilangnya saja, sebagai berikut:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a + c}{b}.$$

Namun, apabila dua bilangan rasional dengan penyebut berbeda dijumlahkan, maka kita perlu menyamakan penyebutnya terlebih dahulu dengan mengalikan keduanya atau mencari FPB (Faktor Persekutuan Terbesar) baru kita dapat menjumlahkan pembilang, sebagai berikut:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{bc}{bd} = \frac{ad + bc}{bd}.$$

Contoh 7.1

$$1) \frac{4}{7} + \frac{1}{7} = \frac{4 + 1}{7} = \frac{5}{7}$$

$$2) \frac{4}{7} + \frac{1}{5} = \frac{4 \times 5 + 7 \times 1}{7 \cdot 5} = \frac{27}{35}$$

$$3) \frac{4}{7} + \frac{1}{14} = \frac{(14:7) \times 4 + (14:14) \times 1}{14} = \frac{9}{14}$$

2. Operasi Pengurangan "-"

Jika dua bilangan rasional memiliki penyebut sama dan keduanya dikurangkan maka kita hanya tinggal kurangkan pembilangnya saja, sebagai berikut:

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a - c}{b}.$$

Namun, apabila dua bilangan rasional dengan penyebut berbeda dikurangkan, maka kita perlu menyamakan penyebutnya terlebih dahulu dengan mengalikan keduanya atau mencari FPB (Faktor Persekutuan Terbesar) baru kita dapat menjumlahkan pembilang, sebagai berikut:

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \times d}{b \times d} - \frac{b \times c}{b \times d} = \frac{ad - bc}{bd}.$$

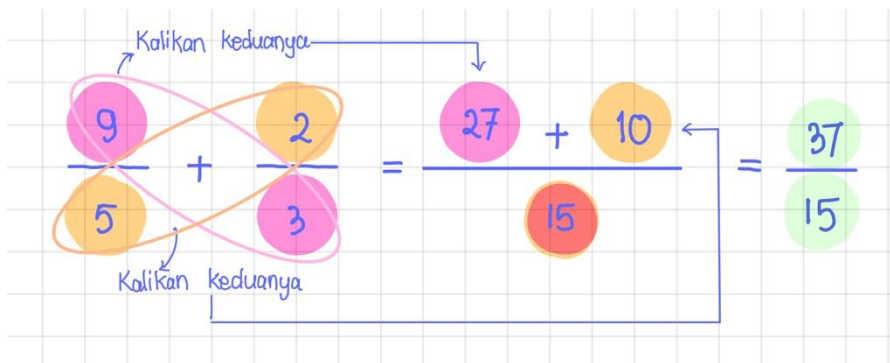
Contoh 7.2

$$1) \frac{4}{7} - \frac{1}{7} = \frac{4 - 1}{7} = \frac{3}{7}$$

$$2) \frac{4}{7} - \frac{1}{5} = \frac{4 \times 5 - 7 \times 1}{7 \times 5} = \frac{13}{35}$$

$$3) \frac{4}{7} - \frac{1}{14} = \frac{(14:7) \times 4 - (14:14) \times 1}{14} = \frac{7}{14}$$

Kita juga bisa dengan mudah menghitung penjumlahan dan pengurangan bilangan pecahan seperti pada Gambar 7.4.



Gambar 7.4 Cara Cepat Menghitung Penjumlahan
Sumber: Koleksi Pribadi Penulis

3. Operasi Perkalian " $\times$ "

Operasi ini merupakan perhitungan yang paling mudah dan sederhana untuk dilakukan, karena kita hanya tinggal

mengalikan pembilang dengan pembilang dan penyebut dengan penyebut. Kebanyakan sumber referensi menotasikan perkalian dengan tanda titik di antara kedua bilangan atau langsung menuliskan bilangan/variabel bersebelahan. Kita bisa lihat perhitungan berikut:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} = \frac{ac}{bd}.$$

Contoh 7.3

$$1) \quad \frac{4}{7} \times \frac{1}{7} = \frac{4 \times 1}{7 \times 7} = \frac{4}{49}$$

$$2) \quad \frac{4}{7} \times \frac{1}{5} = \frac{4 \times 1}{7 \times 5} = \frac{4}{35}$$

$$3) \quad \frac{4}{7} \times \frac{1}{14} = \frac{4 \times 1}{7 \times 14} = \frac{4}{98}$$

4. Operasi Pembagian ":"

Pada operasi pembagian, ada hal-hal yang perlu diperhatikan yaitu sebagai berikut:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}.$$

Contoh 7.4

$$1) \quad \frac{4}{7} : \frac{1}{7} = \frac{4}{7} \times \frac{7}{1} = \frac{28}{7} = \frac{4}{1} = 4$$

$$2) \quad \frac{4}{7} : \frac{1}{5} = \frac{4}{7} \times \frac{5}{1} = \frac{20}{7}$$

$$3) \quad \frac{4}{7} : \frac{1}{14} = \frac{4 \times 14}{7 \times 1} = 8$$

7.3 Sifat-sifat Bilangan Rasional

Misalkan $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ dengan $b, d \neq 0$ dan $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{e}{f}$ merupakan bilangan rasional, maka sifat-sifat berikut berlaku:

1. Tertutup

- terhadap penjumlahan

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$$

- terhadap perkalian

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$$

Maksud dari sifat ini adalah jika dua atau lebih bilangan rasional dijumlahkan (dikalikan), maka hasilnya pastilah berupa bilangan rasional juga.

2. Komutatif

- terhadap penjumlahan

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b}$$

- terhadap perkalian

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \times \frac{a}{b}$$

3. Asosiatif

- terhadap penjumlahan

$$\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) + \frac{e}{f} = \frac{c}{d} + \left(\frac{a}{b} + \frac{e}{f}\right)$$

- terhadap perkalian

$$\left(\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}\right) \times \frac{e}{f} = \frac{c}{d} \times \left(\frac{a}{b} \times \frac{e}{f}\right)$$

4. Distributif

Sifat ini disebut distributif sesuai dengan kata dasarnya, distribusi, yaitu ada suatu bilangan rasional yang kita distribusikan.

$$\frac{c}{d} \times \left(\frac{a}{b} + \frac{e}{f}\right) = \left(\frac{c}{d} \times \frac{a}{b}\right) + \left(\frac{c}{d} \times \frac{e}{f}\right)$$

Dalam hal ini, $\frac{c}{d}$ adalah bilangan rasional yang kita distribusikan ke setiap bilangan lain yang ada di dalam kurung.

5. Elemen Identitas

- terhadap penjumlahan

terdapat suatu elemen identitas $0 = \frac{1}{1} \in \mathbb{Q}$ yang menyebabkan

$$\frac{a}{b} + 0 = 0 + \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$$

untuk setiap $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$.

- terhadap perkalian

terdapat suatu elemen identitas $1 = \frac{1}{1} \in \mathbb{Q}$ yang menyebabkan

$$\frac{a}{b} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{1} \times \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$$

untuk setiap $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$.

6. Invers

- terhadap penjumlahan

untuk setiap $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$ ada suatu elemen tunggal $-\frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$ yang disebut sebagai invers (lawan) sehingga berlaku

$$\frac{a}{b} + \left(-\frac{a}{b}\right) = \left(-\frac{a}{b}\right) + \frac{a}{b} = 0$$

dan 0 merupakan elemen identitas terhadap penjumlahan.

- terhadap perkalian

untuk setiap $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$ ada suatu elemen tunggal

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a} \in \mathbb{Q}$$

yang disebut sebagai invers (lawan) sehingga berlaku

$$\frac{a}{b} \times \left(\frac{b}{a}\right) = \left(\frac{b}{a}\right) \times \frac{a}{b} = \frac{1}{1} = 1$$

dan 1 merupakan elemen identitas terhadap perkalian.

DAFTAR PUSTAKA

- Hobri *et al.* (2022) *Matematika untuk SD/MI Kelas IV*. Edited by E. Nurelah. Jakarta: Pusat Perbukuan Kemendikbud.
- Stewart, J. (2003) *Kalkulus*. 4th edn. Airlangga.
- Tim GTK DIKDAS (2021) *Modul Belajar Mandiri Calon Gurun ASN PPPK Bidang Studi Matematika*. Jakarta. Available at: <https://cdn-gbelajar.simpkb.id/s3/p3k/Matematika/Bahan%20Belajar%20-%20Matematika%202021.pdf> (Accessed: 3 May 2023).
- Weisstein, E.W. (no date) '*Rational Number*', *From MathWorld--A Wolfram Web Resource*. Available at: <https://mathworld.wolfram.com/RationalNumber.html> (Accessed: 6 May 2023).

BAB 8

KPK DAN FPB

Oleh Astuti

8.1 Pendahuluan

Matematika merupakan ilmu pengetahuan mengenai konsep angka yang sangat dekat dengan kehidupan (Astuti, Lieung, *et al.*, 2023). Bahkan saat bayi lahirpun sudah dikaitkan dengan matematika seperti tanggal, bulan dan tahun lahir; waktu lahir; berat badan serta panjang bayi saat lahir. Salah satu alasan matematika perlu diajarkan di bangku sekolah yakni memperlengkapi siswa dengan cara pandang berbeda, tetap hati, mencari jalan penyelesaian berbeda dari biasanya dan membudayakan berbicara secara runtut (Astuti, Tembang, *et al.*, 2023). Salah satu materi yang diajarkan di Sekolah Dasar (SD) yakni Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK) dan Faktor Persekutuan Terbesar (FPB). KPK adalah bilangan bulat positif pembagi bilangan dengan nilai terkecil sedangkan FPB yakni bilangan bulat terbesar yang dapat membagi bilangan tertentu (Koshy, 2007). Bab 8 membahas mengenai KPK serta FPB. Setelah mempelajari Bab 8 diharapkan mampu:

- Mencari kelipatan serta kelipatan persekutuan;
- Mengetahui bilangan prima;
- Memahami sifat keterbagian bilangan;
- Menentukan faktor bilangan dan faktor persekutuan;
- Menghitung KPK juga FPB menggunakan berbagai cara;
- Mengerti penggunaan konsep KPK beserta FPB dalam kehidupan sehari-hari; dan

- g. Mampu menjelaskan materi KPK lalu FPB kepada anak didik.

8.2 Kelipatan Bilangan dan Kelipatan Persekutuan

Pokok bahasan pertama mengenai kelipatan bilangan lalu kelipatan persekutuan. Diawali dengan pengertian, cara perhitungan beserta contoh sehingga mudah untuk dipahami.

8.2.1 Kelipatan Bilangan

Kelipatan bilangan diperoleh dari perkalian bilangan dengan bilangan asli (Priatna and Yuliardi, 2019; Karso, 2021). Bilangan asli (N) adalah bilangan bulat positif dimulai dari 1. Disimpulkan jika kelipatan bilangan $n = n \times 1, n \times 2, n \times 3, \dots, n \times k$.

Contoh kelipatan 5 dan 7

Pertama dihitung kelipatan 5

$$= 5 \times 1, 5 \times 2, 5 \times 3, 5 \times 4, 5 \times 5, 5 \times 6, 5 \times 7, 5 \times 8, 5 \times 9, 5 \times 10, \dots$$

$$= 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, \dots$$

Selanjutnya mencari kelipatan 7

$$= 7 \times 1, 7 \times 2, 7 \times 3, 7 \times 4, 7 \times 5, 7 \times 6, 7 \times 7, 7 \times 8, 7 \times 9, 7 \times 10, \dots$$

$$= 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, \dots$$

Tulislah hasil perhitungan kelipatan 4 juga 5, sehingga

$$\text{Kelipatan 5} = 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, \dots$$

$$\text{Kelipatan 7} = 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, \dots$$

8.2.2 Kelipatan Persekutuan

Kelipatan persekutuan ialah kelompok bilangan dengan nilai sama (Pujianti and Suharjana, 2011). Misal perhitungan kelipatan persekutuan 4 dan 5 melihat pada pembahasan 8.2.1 mengenai kelipatan bilangan.

Kelipatan 5 = 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50,

Kelipatan 7 = 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70,

Kelipatan persekutuan dari 5 dan 7 yakni 35,

Penentuan kelipatan persekutuan bisa dilakukan dengan menambahkan bilangan pertama dengan kelipatan pertama, bilangan kedua dan kelipatan pertama lalu seterusnya (Karso, 2021). Seumpama menentukan 4 bilangan kelipatan dari 5 dan 7. Langkah pertama menentukan kelipatan persekutuan pertama, yakni 35.

Bilangan kedua = $35 + 35 = 70$

Bilangan ketiga = $70 + 35 = 105$

Bilangan keempat = $105 + 35 = 140$

Lakukan hal sama untuk mencari kelipatan persekutuan selanjutnya, maka didapat 4 bilangan kelipatan persekutuan 4 dan 5 yakni 35, 70, 105, 140, ...

8.3 Faktor Bilangan dan Faktor Persekutuan

Faktor bilangan membahas tentang pengertian, sifat keterbagian bilangan serta cara penentuan faktor bilangan. Selanjutnya pembahasan dilanjutkan mengenai faktor persekutuan kemudian melihat nilai bilangan sama.

8.3.1 Faktor Bilangan

Ada baiknya mempelajari sifat keterbagian bilangan sebelum memahami mengenai faktor bilangan. Di bawah ini dijelaskan ciri-ciri mengenai bilangan yang habis/ bisa dibagi 2, 3, 4, 5 lalu 6 (Karso, 2021)

- a. Habis dibagi 2 diakhiri 0 dan bilangan genap.
Contoh bilangan diakhiri 0 yakni 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70,
Bilangan genap merupakan kelipatan 2. Misalkan 2, 4, 6, 8,
Disediakan dua bilangan yakni 42 dan 13.
42 habis dibagi 2 karena angka terakhir bilangan genap sedangkan 13 tidak diakhiri bilangan genap juga tidak diakhiri nol.
- b. Habis dibagi 3 apabila angka ditambahkan merupakan kelipatan 3.
27 habis dibagi 3 karena $2 + 7 = 9$ kelipatan 3.
363 habis dibagi 3 sebab $3 + 6 + 3 = 12$ kelipatan 3.
2.178 habis dibagi 3 dikarenakan $2 + 1 + 7 + 8 = 18$ kelipatan 3.
- c. Habis dibagi 4 jika dua angka terakhir kelipatan 4. Berlaku mulai bilangan ratusan.
124 habis dibagi 4 karena 24 kelipatan 4.
1.008 habis dibagi 4 karena 08 (atau 8) kelipatan 4.
5.996 habis dibagi 4 karena 96 kelipatan 4.
- d. Habis dibagi 5 diakhiri nol atau 5.
Misalnya 10, 15, 200, 535, 7.520 dan 9.125.
- e. Habis dibagi 6 harus memenuhi syarat sebagai berikut :
 - ✓ Termasuk bilangan genap
 - ✓ Jumlah bilangan pembentuk ialah kelipatan 3.

36 habis dibagi 6 karena tergolong bilangan genap lalu $3 + 6 = 9$ kelipatan 3.

450 habis dibagi 6 sebab bilangan genap dan $4 + 5 + 0 = 9$ kelipatan 3.

Setelah memahami mengenai sifat keterbagian bilangan, dilanjutkan dengan pembahasan faktor bilangan.

Faktor bilangan ialah bilangan yang habis membagi bilangan lain (Pujiанти and Suharjana, 2011). Dapat dikatakan apabila faktor bilangan yakni bilangan yang bisa membagi bilangan lain.

Contoh :

Faktor dari 40 adalah 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40.

Untuk memudahkan supaya faktor bilangan bisa tertulis dengan lengkap dapat menggunakan sistem perkalian tabel.

40	1	2	4	5
	40	20	10	8

Bilangan didapat dari hasil perkalian dengan hasil 40 adalah 1×40 , 2×20 , 4×10 serta 5×8 . Setelah membuat tabel, dilanjutkan dengan menuliskan bilangan mulai dari terkecil hingga terbesar dan didapatkan faktor dari 40 yaitu 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40.

Selanjutnya penentuan faktor bilangan 50 didahului dengan membuat tabel perkalian bilangan dengan hasil 50 didapatkan :

50	1	2	5
	50	25	10

Jadi, faktor dari 50 adalah 1, 2, 5, 10, 25, 50.

8.3.2 Faktor Persekutuan

Penentuan faktor persekutuan semisal dari dua bilangan berarti mencari faktor dari dua bilangan tersebut. Sama halnya jika faktor persekutuan tiga bilangan, maka mencari bilangan yang membagi tiga bilangan dimaksud (Pujiанти and Suharjana,

2011). Disimpulkan jika faktor persekutuan adalah bilangan sama untuk membagi bilangan lain.

Sebagai contoh menentukan faktor persekutuan bilangan 40 dan 50. Langkah-langkahnya sebagai berikut:

- ✓ Menentukan faktor kedua bilangan

Faktor dari 40 adalah 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40.

Faktor dari 50 adalah 1, 2, 5, 10, 25, 50.

- ✓ Menemukan faktor bilangan sama

Didapat bilangan sama dari kedua faktor bilangan yakni 1, 2, 5, 10.

Jadi, faktor persekutuan dari 40 dan 50 adalah 1, 2, 5, 10.

8.4 Cara Menentukan KPK dan FPB

Pada sub bab ini membahas cara-cara dalam penentuan Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK) dan Faktor Persekutuan Terbesar (FPB).

8.4.1 Persekutuan Bilangan

Mencari KPK dengan metode irisan himpunan yakni dengan mendaftar semua kelipatan dari masing-masing bilangan dan menemukan kelipatan pertama yang sama (Wahyuningtyas, 2016). Contoh:

Kelipatan 4 =
4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56, 60 ...

Kelipatan 5 = 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, ...

Kelipatan persekutuan dari 4 dan 5 yakni 20, 40, 60, ...

Kelipatan persekutuan terkecil ialah 20. Maka KPK dari 4 dan 5 adalah 20.

Perhitungan FPB bisa memakai faktor persekutuan bilangan. FPB merupakan faktor persekutuan bilangan-bilangan yang nilainya paling besar (Manullang, 2019; Unaenah *et al.*, 2020). Misalnya:

Faktor dari 40 adalah 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40.

Faktor dari 50 adalah 1, 2, 5, 10, 25, 50.

Faktor persekutuan dari 40 dan 50 adalah 1, 2, 5, 10.

Faktor persekutuan terbesar ialah 10. Jadi, FPB dari 40 dan 50 yaitu 10.

8.4.2 Pohon Faktor

Istilah pohon faktor dipakai untuk menghitung KPK dan FPB. Adapun yang harus dipahami meliputi mengenai bilangan prima, faktor prima, faktorisasi prima serta cara penentuan KPK juga FPB menggunakan pohon faktor.

a. Bilangan Prima

Bilangan prima ialah bilangan dengan 2 faktor (Tim GTK Dikdas, 2021). Merujuk kepada Tung, (2008) menjabarkan bilangan prima yakni bilangan lebih dari 1 yang bisa dibagi bilangan itu sendiri dan satu. Disediakan dua bilangan, yakni 2 dan 4. Buat tabel perkalian untuk menentukan bilangan prima.

2	1
	2

4	1	2
	4	2

Faktor dari 2 adalah 1,2 sedangkan faktor 4 yaitu 1, 2, 4. Melihat dari pengertian bilangan prima yang menjabarkan apabila bilangan prima hanya 2 faktor, maka 2 merupakan bilangan prima. Perlu diketahui jika 2 merupakan bilangan prima pertama (Razali, 2008). Bilangan 4 mempunyai lebih dari 2 faktor. Bilangan lebih dari 2 faktor dinamakan

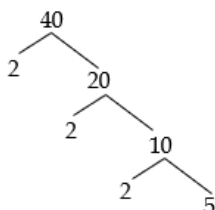
bilangan komposit (Stark, 1998). Terdapat 25 bilangan prima antara 1 hingga 100, yakni 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97.

b. Faktor Prima dan Faktorisasi Prima

Faktor prima ialah faktor bilangan yang termasuk bilangan prima. Faktorisasi prima merupakan penjabaran bilangan sebagai hasil kali bilangan-bilangan prima (Tim GTK Dikdas, 2021). Contoh penentuan faktor prima dan faktorisasi prima dari 40.

40	1	2	4	5
	40	20	10	8

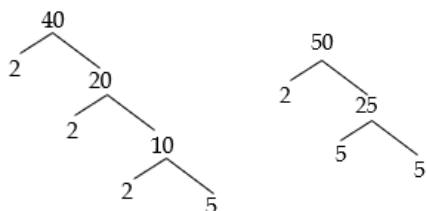
Dipilih bilangan prima dari faktor 40, yakni 2, 5. Untuk faktorisasi prima bisa dihitung menggunakan pohon faktor.



40 merupakan hasil dari $2 \times 2 \times 2 \times 5 = 2^3 \times 5$. Maka faktorisasi prima $40 = 2^3 \times 5$.

c. Perhitungan KPK dan FPB

Cara yang dipakai adalah menentukan faktorisasi prima dari setiap bilangan. KPK diambil semua faktor prima pangkat tertinggi sedangkan FPB dihitung dengan pengalian faktor prima sama dengan pangkat terendah (Wibisono, 2008). KPK didapat dari perkalian bilangan faktor dengan catatan memilih faktor nilai terbesar dan apabila nilai faktor sama, maka ambil salah satunya. Untuk FPB mengambil bilangan faktor sama nilainya terkecil (Priatna and Yuliardi, 2019).



$$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 2^3 \times 5$$

$$50 = 2 \times 5 \times 5 = 2 \times 5^2$$

$$\text{KPK} = 2^3 \times 5^2 = 8 \times 25 = 200$$

$$\text{FPB} = 2 \times 5 = 10$$

8.4.3 Cara Tabel/ Sengkedan

Langkah yang dipakai untuk menentukan KPK dan FPB cara tabel adalah bilangan dibagi bilangan prima ; lingkari bilangan prima jika bisa membagi bilangan ; apabila bilangan prima tidak habis membagi bilangan maka tulis kembali bilangan dilanjutkan bagi dengan bilangan prima lainnya sampai hasil bagi bernilai 1 ; dan KPK merupakan hasil kali semua bilangan prima namun FPB hasil kali bilangan di dalam lingkaran (Kaharuddin, 2021). Contoh menghitung KPK juga FPB memakai cara tabel atau cara sengkedan.

2	40	50
2	20	25
2	10	25
5	5	25
5	1	5
	1	1

$$\text{KPK} = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 = 2^3 \times 5^2 = 200$$

$$\text{FPB} = 2 \times 5 = 10$$

8.4.4 Algoritma Euclid

Algoritma Euclid digunakan dalam perhitungan FPB dua bilangan bulat saja (Mahmudah and Triyana, 2018; Salamah and Hapsari, 2021). Prinsip perhitungan FPB dengan Algoritma Euclid yakni misal ada 2 bilangan bulat positif a dan b , b lebih besar dari a maka lakukan pembagian berulang dan sisa terakhir bukan 0 (Munir, 2005; Forman and Rash, 2015). Misalkan akan mencari nilai FPB dari 40 dan 50 memakai algoritma Euclid.

$$50 = 1 \times 40 + 10$$

$$40 = 4 \times 10 + 0$$

↘ FPB

50 merupakan hasil dari 1×40 bersisa 10. Sisa bilangan digunakan untuk membagi bilangan pembagi pertama, yaitu 40. Bilangan sebelum angka nol adalah nilai FPB ialah 10.

Algoritma Euclid biasa dipakai untuk perhitungan FPB dengan bilangan besar dimisalkan ribuan. Sebagai contoh perhitungan FPB dari 24 dan 192.

$$192 = 8 \times 24 + 0$$

↘ FPB

Contoh lain yakni menentukan FPB 200 dan 375.

$$375 = 1 \times 200 + 175$$

$$200 = 1 \times 175 + 25$$

$$175 = 7 \times 25 + 0$$

↘ FPB

Algoritma Euclid tidak bisa digunakan untuk menghitung KPK, namun memudahkan perhitungan ketika nilai FPB sudah diketahui (Yuniati, 2012). Dasar perhitungan KPK berbantu FPB adalah bilangan bulat positif a dan b berlaku (Sukirman, 2016):

$$a, b = a \cdot b$$

$$[a, b] = \frac{a \cdot b}{(a, b)}$$

Artinya jika nilai KPK merupakan hasil perkalian dua bilangan dibagi FPB. Misalkan akan dihitung KPK dari 40 dan 50 sudah diperoleh nilai FPB= 10, sehingga

$$\text{KPK} = \frac{40 \cdot 50}{10} = \frac{2000}{10} = 200.$$

Contoh lain akan dicari KPK dari 200 juga 375 dengan FPB 25, maka

$$\text{KPK} = \frac{200 \cdot 375}{25} = \frac{75000}{25} = 3000.$$

8.5 Pengaplikasian KPK dan FPB dalam Kehidupan Sehari-hari

Tanpa disadari jika mempelajari KPK juga FPB sangat bermanfaat dalam kehidupan sehari-hari. Misalnya konsep KPK dipakai dalam waktu yang akan dilakukan bersama-sama sedangkan FPB memakai pengertian pembagian sama rata. Berikut disajikan beberapa contoh pengapilkasian KPK dan FPB dalam keseharian.

8.5.1 Pengaplikasian KPK

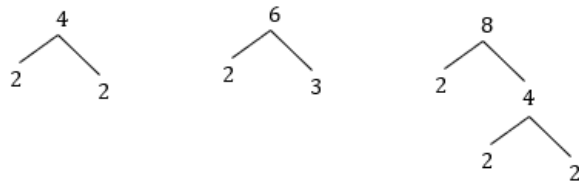
Konsep KPK di kegiatan sehari-hari terlihat adanya kegiatan/ aktivitas yang dilakukan bersama-sama. Contoh penggunaan KPK dalam soal cerita sebagai berikut.

Lampu natal di rumah mempunyai tiga warna, yakni merah, hijau juga kuning. Lampu merah menyala 4 detik sekali, lampu hijau menyala 6 detik sekali serta lampu kuning menyala 8 detik sekali. Pada detik seberapa ketiga lampu natal menyala bersama-sama?

Jawab.

- Menggunakan kelipatan persekutuan
 Kelipatan 4 = 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 40, 44, 48, 52, 56,
 Kelipatan 6 = 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66,
 Kelipatan 8 = 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72,
 KPK= 24

- Memakai pohon faktor



$$4 = 2 \times 2 = 2^2$$

$$6 = 2 \times 3$$

$$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

$$KPK= 2^3 \times 3 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 8 \times 3 = 24$$

- Cara tabel/ sengkedan

2	4	6	8
2	2	3	4
3	1	3	2
2	1	1	2
	1	1	1

$$KPK= 2 \times 2 \times 3 \times 2 = 24$$

Jadi, ketiga lampu natal menyala bersamaan pada detik ke-24.

8.5.2 Pengaplikasian FPB

FPB tidak jauh dari kehidupan sehari-hari dan biasa dipakai dalam pembagian paling banyak/maksimal. Perhatikan contoh!

Mama membeli 30 apel, 50 jeruk serta 60 kiwi. Ketiga buah tersebut akan dibagikan ke tetangga sama banyak. Berapa jumlah tetangga yang mendapat buah serta tentukan jumlah setiap buahnya!

Jawab.

- Menggunakan faktor persekutuan

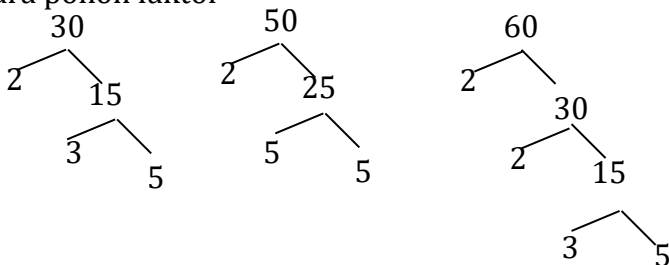
$$30 = 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30$$

$$50 = 1, 2, 5, 10, 25, 50$$

$$60 = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60$$

$$\text{FPB} = 10$$

- Cara pohon faktor



$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$50 = 2 \times 5^2$$

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

$$\text{FPB} = 2 \times 5 = 10$$

- Cara tabel/ sengkedan

2	40	50	60
	20	25	30
2	10	25	15
2	5	25	15
5	1	5	3
5	1	1	3
3	1	1	1

$$\text{FPB} = 2 \times 5 = 10$$

Diperoleh nilai FPB yakni 10 yang mengartikan jika tetangga yang akan mendapat buah sebanyak 10 orang. Kemudian lanjut menghitung jumlah setiap buah pertetangga.

$$\text{apel} = \frac{30}{10} = 3, \text{jeruk} = \frac{50}{10} = 5, \text{kiwi} = \frac{60}{10} = 6$$

jadi, tetangga yang memperoleh buah sebanyak 10 orang berisi 3 apel, 5 jeruk lalu 6 kiwi.

DAFTAR PUSTAKA

- Astuti, Tembang, Y., *et al.* (2023) 'Instrumen Gaya Belajar Siswa pada Pembelajaran Matematika di Sekolah Dasar', *Prima Magistra: Jurnal Ilmu Kependidikan*, 4(1), pp. 1–6. doi:10.37478/jpm.v4i1.2307.
- Astuti, Lieung, K.W., *et al.* (2023) 'Kemampuan Berpikir Kreatif Mahasiswa PGSD pada Mata Kuliah Konsep Dasar Matematika SD', *Prima Magistra: Jurnal Ilmiah Kependidikan*, 4(April), pp. 139–145. doi:<https://doi.org/10.37478/jpm.v4i2.2559>.
- Forman, S. and Rash, A.M. (2015) *The Whole Truth About Whole Numbers An Elementary Introduction to Number Theory*. Springer.
- Kaharuddin, A. (2021) *Pengantar Matematika Dasar untuk Kelas Rendah*. Malang: CV Pustaka Learning Center.
- Karso (2021) *Pendidikan Matematika I*. 2nd edn. Tangerang Selatan: Universitas Terbuka.
- Koshy, T. (2007) *Elementary Number Theory with Applications*. 2nd edn. California: Academic Press Elsevier.
- Mahmudah, W. and Triyana, I.W. (2018) *Teori Bilangan*. Edited by Funky. Ponorogo: Uwais Inspirasi Indonesia.
- Manullang, F.R. (2019) *Konsep Dasar Matematika SD*. 1st edn. Rawamangun Jakarta Timur: Prenadamedia Group.
- Munir, R. (2005) *Matematika Diskrit*. Bandung: Informatika.
- Priatna, N. and Yuliardi, R. (2019) *Pembelajaran Matematika untuk Guru SD dan Calon Guru SD*. pertama. Edited by N.N. Muliawati and P. Latifah. Bandung: PT Remaja Rosdakarya.

- Pujianti and Suharjana, A. (2011) *Pembelajaran Faktor Persekutuan Terbesar dan Kelipatan Persekutuan Terkecil di SD*. Edited by Sukayati. Yogyakarta: Kementerian Pendidikan Nasional.
- Razali, M. (2008) *Cara Mudah Menyelesaikan Matematika dengan Matematica*. Yogyakarta: CV Andi Offset.
- Salamah, U.G. and Hapsari, A.A. (2021) *Matematika Diskrit*. Edited by R.R. Rerung. Bandung: CV Media Sains Indonesia.
- Stark, H.M. (1998) *An Introduction to Number Theory*. 10th edn. Chicago: Markham Pub. Co.
- Sukirman (2016) *Teori Bilangan*. Tangerang Selatan: Universitas Terbuka.
- Tim GTK Dikdas (2021) *Modul Belajar Mandiri Calon Guru ASN PPPK Bidang Studi Sekolah Dasar-Matematika*. Jakarta: Direktorat GTK Pendidikan Dasar.
- Tung, K.Y. (2008) *Memahami Teori Bilangan Dengan Mudah dan Menarik*. Jakarta: Grasindo.
- Unaenah, E. *et al.* (2020) 'Analisis Pembelajaran FPB dan KPK dengan Model Pohon Faktor dan Tabel Kelas IV Sekolah Dasar', *Jurnal Pendidikan dan Ilmu Sosial*, 2(April), pp. 75–86. Available at: <https://core.ac.uk/download/pdf/327208759.pdf>.
- Wahyuningtyas, D.T. (2016) *Pembelajaran Bilangan untuk PGSD*. 1st edn. Malang: Ediid Infografika.
- Wibisono, S. (2008) *Matematika Diskrit*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Yuniati, S. (2012) 'Menentukan Kelipatan Persekutuan Terkecil (Kpk) Dan Faktor Persekutuan Terbesar (Fpb) Dengan Menggunakan Metode "Pebi"', *Beta*, 5(2), pp. 149–165. Available at: <http://jurnalbeta.ac.id>.

BAB 9

PERPANGKATAN DAN PENARIKAN AKAR

Oleh Mindo H. Sinambela

9.1. Pendahuluan

Matematika adalah ilmu yang mempelajari kuantitas, struktur, dan ruang serta hubungan dan proses yang terkait satu sama lain dengan menggunakan simbol dan metodologi tertentu. Matematika merupakan salah satu bidang ilmu yang memiliki objek kajian abstrak (Soedjadi 2000: 13). Perpangkatan adalah ilmu matematika yang berhubungan dengan pangkat dan akar. Perpangkatan dan penarikan akar banyak digunakan oleh siswa dalam menyelesaikan masalah yang berhubungan dengan mencari luas bangun persegi, kubus, volume kubus, mencari sisi persegi apabila luasnya diketahui dan mencari Panjang sisi kubus apabila volumenya diketahui. Perpangkatan pertama kali ditemukan oleh John Napier (1550-1617), seorang bangsawan dari Merchiston, Skotlandia (Risnaniati 2021 : 1).

9.2. Defenisi Perpangkatan

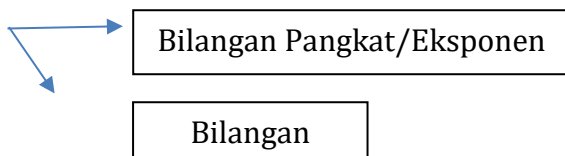
Perpangkatan adalah mengalikan suatu bilangan dengan bilangan itu sendiri sebanyak pangkatnya.

Contoh :

- 2^3 dibaca “Dua Pangkat Tiga”. Artinya angka 2 dikalikan sebanyak 3 kali sehingga $2 \times 2 \times 2$

- 4^2 dibaca “ Empat Pangkat Dua”. Artinya angka 4 dikalikan sebanyak 2 kali sehingga 4×4
- 6^4 dibaca “ Enam Pangkat Empat”. Artinya angka 6 dikalikan sebanyak 4 kali sehingga $6 \times 6 \times 6 \times 6$

Pada bilangan perpangkatan ada yang disebut bilangan pokok dan bilangan pangkat (eksponen).



Bentuk perpangkatan dapat digunakan untuk menyingkat cara menulis bilangan yang besar

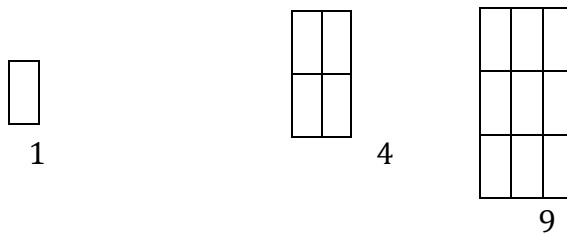
Contoh :

- $1.000 = 10^3$
- $10.000 = 10^4$
- $1.000.000 = 10^6$

9.3. Perpangkatan Dua (Kuadrat)

Pangkat dua atau bilangan kuadrat adalah suatu bilangan yang merupakan hasil kali dari dua bilangan yang sama Soenarjo (2007: 46). Perpangkatan dua dapat digunakan dalam menyelesaikan permasalahan pada materi geometri khususnya mencari luas persegi panjang. Perhitungan akar pangkat dua yang diajarkan di sekolah biasanya disebut dengan metode Newton yang sudah dipakai oleh bangsa Babilonia sejak awal tahun 2000 Sebelum Masehi (SM).

Menghitung pangkat dua dapat dilakukan dengan mudah. Coba perhatikan gambar persegi satuan di bawah ini :



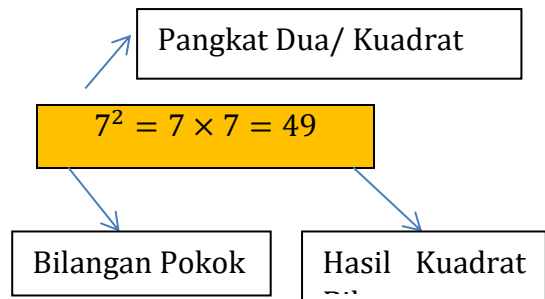
Gambar 9.1. Bangunan persegi satuan

Dari gambar di atas kita dapat menghitung banyaknya persegi satuan seperti di bawah ini

Tabel 9.1. Banyaknya persegi satuan dari gambar 1

Gambar ke-	1	2	3	n
Banyaknya persegi	1 (1 × 1)	4 (2 × 2)	9(3 × 3)	$n \times n$

Berdasarkan data tabel di atas, maka dapat diketahui bahwa pangkat dua adalah perkalian berulang dari bilangan pokoknya sebanyak dua kali.



Tabel 9.2. Bilangan Kuadrat dengan bilangan Pokok 1 sampai n

Bilangan	Bentuk Perkalian Bilangan yang Sama	Bentuk Berpangkat	Hasil Perpangkatan Dua (Kuadrat)	Cara Membaca
1	1×1	1^2	1	Satu Pangkat Dua atau Satu Kuadrat
2	2×2	2^2	4	Dua Pangkat Dua atau Dua Kuadrat
3	3×3	3^2	9	Tiga Pangkat Dua atau Tiga Kuadrat
4	4×4	4^2	16	Empat Pangkat Dua atau Empat Kuadrat
5	5×5	5^2	25	Lima Pangkat Dua atau Lima Kuadrat
6	6×6	6^2	36	Enam Pangkat Dua atau Enam Kuadrat
....				
n	$n \times n$	n^2		n Pangkat Dua atau n Kuadrat

Sumber : bse.kemendikbud.go.id

9.3.1 Menghitung Kuadrat Suatu Bilangan

Ada beberapa cara untuk menghitung kuadrat suatu bilangan, diantaranya :

1. Jika Bilangan Terdiri dari 2 angka

Contoh 1:

$$23^2 = \dots$$

Untuk menyelesaikan soal di atas maka langkah-langkah yang harus dilakukan adalah sebagai berikut :

- a. Kuadratkan lebih dahulu angka puluhannya ($2^2 = 4$)
- b. Kalikan semua bilangan yang ada ($2 \times 3 \times 2 = 12$)
- c. Kuadratkan angka satuannya ($3^2 = 9$)
- d. Kemudian susun hasilnya mulai dari hasil puluhan ($4_2_9 = 529$)
- e. Sehingga hasil dari $23^2 = 529$

Contoh 2:

$$121^2 = \dots$$

- a. Gabung angka ratusan dan puluhan, lalu kuadratkan ($12^2 = 144$)
- b. Kalikan gabungan ratusan dan puluhan dengan satuan dan pangkatnya ($12 \times 1 \times 2 = 24$)
- c. Pangkatkan angka satuannya ($1^2 = 1$)
- d. Susun semua hasil kuadrat dari a sampai c ($144_2_1 = 14641$)
- e. Sehingga hasil dari $121^2 = 14.641$

2. Jika bilangan yang satuannya 5

Contoh 1.

$$25^2 = \dots$$

- a. Pisahkan angka satuan dan puluhan
- b. Kuadratkan angka puluhannya dan tambahkan dengan puluhan ($2^2 + 2 = 4 + 2 = 6$)
- c. Tambahkan dibelakang jawaban dengan 25 (Karena $5^2 = 25$)
- d. Sehingga hasil $25^2 = 625$

Contoh 2.

$$45^2 = \dots$$

- $(4^2 + 4 = 16 + 4 = 20)$
- Dibelakang angka jawaban tambahkan angka 25
(karena $5^2 = 25$)
- Sehingga $45^2 = 2025$

Contoh 3.

$$125^2 = \dots$$

- $12^2 + 12 = 144 + 12 = 156$
- Dibelakang angka jawaban tambahkan angka 25
(karena $5^2 = 25$)
- Sehingga $125^2 = 15625$

9.3.2 Operasi Hitung Bilangan Kuadrat

1. Penjumlahan Bilangan Kuadrat

Contoh 1:

$$7^2 + 4^2 = \dots$$

Jawab :

$$\begin{aligned} 7^2 + 4^2 &= (7 \times 7) + (4 \times 4) \\ &= 49 + 16 \\ &= 65 \end{aligned}$$

Contoh 2:

$$15^2 + 17^2 = \dots$$

Jawab :

$$\begin{aligned} 15^2 + 17^2 &= (15 \times 15) + (17 \times 17) \\ &= 225 + 289 \\ &= 514 \end{aligned}$$

Contoh 3:

$$24^2 + 30^2 = \dots$$

Jawab :

$$\begin{aligned} 24^2 + 30^2 &= (24 \times 24) + (30 \times 30) \\ &= 576 + 900 \\ &= 1476 \end{aligned}$$

2. Pengurangan

Contoh 1:

$$9^2 - 5^2 = \dots$$

Jawab :

$$\begin{aligned} 9^2 - 5^2 &= (9 \times 9) - (5 \times 5) \\ &= 81 - 25 \\ &= 56 \end{aligned}$$

Contoh 2 :

$$16^2 - 10^2 = \dots$$

Jawab :

$$\begin{aligned} 16^2 - 10^2 &= (16 \times 16) - (10 \times 10) \\ &= 256 - 100 \\ &= 156 \end{aligned}$$

Contoh 3:

$$25^2 - 17^2 = \dots$$

Jawab :

$$\begin{aligned} 25^2 - 18^2 &= (25 \times 25) - (18 \times 18) \\ &= 625 - 324 \\ &= 301 \end{aligned}$$

3. Perkalian

Contoh 1 :

$$3^2 \times 7^2 = \dots$$

Jawab :

$$\begin{aligned} 3^2 \times 7^2 &= (3 \times 3) \times (7 \times 7) \\ &= 9 \times 49 \\ &= 441 \end{aligned}$$

Contoh 2 :

$$9^2 \times 10^2 = \dots$$

Jawab :

$$\begin{aligned} 9^2 \times 10^2 &= (9 \times 9) \times (10 \times 10) \\ &= 81 \times 100 \\ &= 8100 \end{aligned}$$

4. Pembagian

Contoh 1 :

$$12^2 \div 4^2 = \dots$$

Jawab :

$$\begin{aligned} 12^2 \div 4^2 &= \frac{12^2}{4^2} \\ &= \frac{12 \times 12}{4 \times 4} \\ &= \frac{144}{16} \\ &= 9 \end{aligned}$$

Contoh 2 :

$$24^2 \div 8^2 = \dots$$

Jawab :

$$\begin{aligned} 24^2 \div 8^2 &= \frac{24 \times 24}{8 \times 8} \\ &= \frac{576}{64} \\ &= 9 \end{aligned}$$

9.4. Penarikan Akar Pangkat Dua/Kuadrat

Simbol dari akar pangkat dua adalah “ $\sqrt{\quad}$ ”. Misalnya $\sqrt{9}$ dibaca “akar pangkat dari 9” atau “akar kuadrat 9”. Berikut adalah hasil penarikan akar pangkat dua dari bilangan kuadrat dengan bilangan pokok 1 sampai 10.

Tabel 9.3. Hasil Penarikan Akar Pangkat Dua Dari Bilangan Kuadrat Dengan Bilangan Pokok Sampai 10

Bilangan	Pangkat Dua (Kuadrat	Akar Pangkat Dua
1	$1^2 = 1 \times 1 = 1$	$\sqrt{1} = 1$
2	$2^2 = 2 \times 2 = 4$	$\sqrt{4} = 2$
3	$3^2 = 3 \times 3 = 9$	$\sqrt{9} = 3$
4	$4^2 = 4 \times 4 = 16$	$\sqrt{16} = 4$

Bilangan	Pangkat Dua (Kuadrat)	Akar Pangkat Dua
5	$5^2 = 5 \times 5 = 25$	$\sqrt{25} = 5$
6	$6^2 = 6 \times 6 = 36$	$\sqrt{36} = 6$
7	$7^2 = 7 \times 7 = 49$	$\sqrt{49} = 7$
8	$8^2 = 8 \times 8 = 64$	$\sqrt{64} = 8$
9	$9^2 = 9 \times 9 = 81$	$\sqrt{81} = 9$
10	$10^2 = 10 \times 10 = 100$	$\sqrt{100} = 10$

Sumber : Modul Matematika SD Program Bermutu

Berdasarkan tabel di atas dapat disimpulkan bahwa akar pangkat dua adalah operasi kebalikan dari pangkat dua.

Menghitung Penarikan Akar Pangkat Dua

a. Cara Faktorisasi

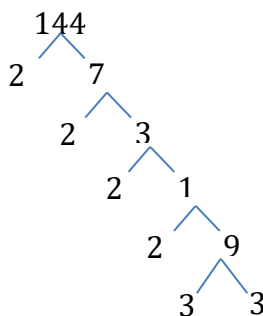
Contoh 1.

$$\sqrt{144} = \dots$$

Penyelesaian:

Untuk menyelesaikan permasalahan di atas maka langkah-langkah yang harus kita lakukan dengan cara faktorisasi adalah

- 1) Membuat pohon faktor dari 144



2) Tentukan faktor primanya

$$144 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

3) Kelompokkan dalam dua faktor yang sama

$$144 = (2 \times 2 \times 3) \times (2 \times 2 \times 3)$$

$$= (2 \times 2 \times 3)^2$$

$$4) \sqrt{144} = \sqrt{(2 \times 2 \times 3)^2}$$

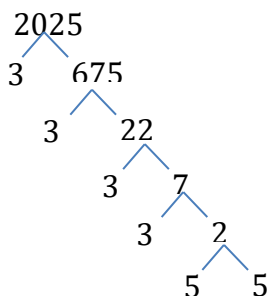
$$= 2 \times 2 \times 3$$

$$= 12$$

Contoh 2.

$$\sqrt{2025} = \dots$$

Penyelesaian



$$\begin{aligned}\text{Faktor prima } 2025 &= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \\ &= (3 \times 3 \times 5) \times (3 \times 3 \times 5) \\ &= (3 \times 3 \times 5)^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sqrt{2025} &= \sqrt{(3 \times 3 \times 5)^2} \\ &= 3 \times 3 \times 5 \\ &= 45\end{aligned}$$

Sehingga hasil dari $\sqrt{2025} = 45$

b. Cara Algoritma/Teknik Calandra

Contoh 1.

$$\sqrt{196} = \dots$$

Penyelesaian:

Untuk menyelesaikan soal penarikan akar dengan cara algoritma maka langkah-langkah yang harus dilakukan adalah sebagai berikut.

1) Pisahkan dua angka dibelakang

$$\sqrt{1|96}$$

- 2) Cari perkalian bilangan sama yang hasilnya sama dengan 1 atau mendekati 1. Pada soal ini kita ambil 1 karena $(1 \times 1 = 1)$. Tuliskan angka 1 sebagai hasil pertama diatas

$$\begin{array}{r} 1 \\ \sqrt{1|96} \end{array}$$

- 3) Kuadratkan 1 hasilnya adalah 1. Tuliskan 1 di bawah 1, kemudian kurangkan setelah itu turunkan 2 angka bilangan dibelakang

$$\begin{array}{r} 1 \\ \sqrt{1|96} \\ 1^2 = \frac{1}{0 \ 96} \quad - \end{array}$$

- 4) Jawaban yang diperoleh pada langkah 2 kalikan dengan $2 : 1 \times 2 = 2$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \sqrt{1|96} \\ 1^2 = \frac{1}{0 \ 96} \quad - \end{array}$$

$$2 \dots \times \dots = \dots\dots\dots$$

- 5) Pikirkan bilangan 1 angka yang diisikan ke dalam titik-titik tersebut sehingga ketika dikalikan dengan bilangan tersebut memiliki nilai yang sama dengan 96 atau cari hasil kuadrat yang memiliki satuannya 6.

Bilangan kuadrat yang memiliki hasil satuannya 6 yaitu 4 ($4 \times 4 = 16$ dan $6 = 6 \times 6 = 36$)

- 6) Angka 4 dan 6 kita coba masukkan ke titik-titik dan menghitung hasilnya

$$24 \times 4 = 96$$

$$26 \times 6 = 156.$$

Angka yang sesuai digunakan pada soal di atas adalah 4. Maka angka 4 kita letakkan di sebelah jawaban pertama yang kita dapat, Sedangkan hasil

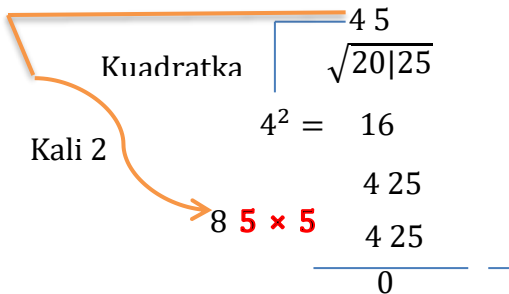
$24 \times 4 = 96$ kita kurangkan dengan 96 sehingga hasilnya 0

$$\begin{array}{r} 14 \\ \sqrt{1|96} \\ 1^2 = 1 \\ 0\ 96 \\ 24 \times 4 = \underline{96} \\ 0 \end{array}$$

- 7) Karena hasilnya sudah 0 maka langkah penentuan akar pangkat dua sudah selesai dengan hasil 14. Sehingga, $\sqrt{196} = 14$

Contoh 2: $\sqrt{2025} = \dots$

Penyelesaian :



$$\begin{array}{r} 45 \\ \sqrt{20|25} \\ 4^2 = 16 \\ 4\ 25 \\ 8\ 5 \times 5 \\ \underline{4\ 25} \\ 0 \end{array}$$

9.5. Perpangkatan Tiga

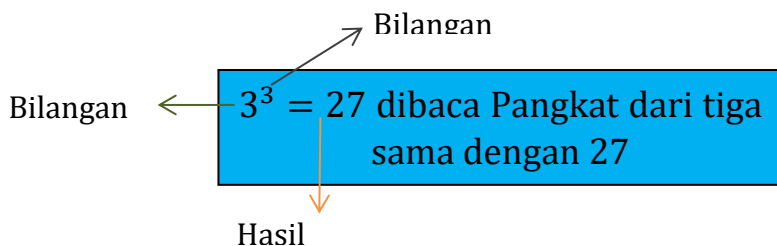
Pangkat tiga dari suatu bilangan adalah perkalian secara berulang bilangan tersebut sebanyak tiga dan hasil perpangkatannya disebut kubik (Setyaningsih, 2017: 100)

Contoh:

$$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

$$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$$

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$$



Tabel 9.4. Bilangan Kubik dengan Bilangan Pokok 1 sampai 10

Bilangan	Hasil Perpangkatan Tiga (Kubik)
1	$1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$
2	$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$
3	$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$
4	$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$
5	$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$
6	$6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$
7	$7^3 = 7 \times 7 \times 7 = 343$
8	$8^3 = 8 \times 8 \times 8 = 512$
9	$9^3 = 9 \times 9 \times 9 = 729$
10	$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$

Sumber : Modul Matematika SD Program Bermutu

Berdasarkan data tabel di atas ada beberapa kekhususan pada perpangkatan tiga yaitu:

- Jika suatu bilangan memiliki satuan angka 1,4,6,9 maka satuan dari hasil pangkat tiga adalah tetap.

$$1 \rightarrow 1$$

$$4 \rightarrow 4$$

$$6 \rightarrow 6$$

$$9 \rightarrow 9$$

Contoh:

16 jika dipangkatkan tiga maka hasil satuannya adalah 6 ($16^3 = 4.096$)

- b. Jika suatu bilangan memiliki satuan angka 2,3,7,8 maka satuan hasil pangkat tiganya adalah berkebalikan

$$2 \rightarrow 8$$

$$3 \rightarrow 7$$

$$7 \rightarrow 3$$

$$8 \rightarrow 2$$

Contoh:

12 Jika dipangkatkan tiga maka hasil satuannya adalah

$$8 (12^3 = 1.72\mathbf{8})$$

zdg

Menghitung Pangkat/Kubik Suatu Bilangan

Untuk menghitung hasil pangkat/kubik dari suatu bilangan jika menghitung satu persatu maka akan memakan waktu yang lama. Maka, untuk mempermudah menyelesaikan pangkat tiga dapat menggunakan aturan **Segitiga Pascal**

$$(a + b)^0 \longrightarrow 1$$

$$(a + b)^1 \longrightarrow 1 \quad 1 \longrightarrow a + b$$

$$(a + b)^2 \longrightarrow 1 \quad 2 \quad 1 \longrightarrow a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a + b)^3 \longrightarrow 1 \quad 3 \quad 3 \quad 1 \longrightarrow a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Contoh:

$$15^3 = (10 + 5)^3$$

$$= 10^3 + 3 \cdot 10^2 \cdot 5 + 3 \cdot 10 \cdot 5^2 + 5^3$$

$$= 1000 + 3 \cdot 100 \cdot 5 + 3 \cdot 10 \cdot 25 + 125$$

$$= 1000 + 1500 + 750 + 125$$

$$= 3.375$$

$$12^2 = (10 + 2)^3$$

$$= 10^3 + 3 \cdot 10^2 \cdot 2 + 3 \cdot 10 \cdot 2^2 + 2^3$$

$$= 1000 + 3 \cdot 100 \cdot 2 + 3 \cdot 10 \cdot 4 + 8$$

$$= 1000 + 600 + 120 + 8$$

$$= 1.728$$

9.6. Penarikan Akar Pangkat Tiga

Permasalahan yang menggunakan konsep penarikan akar pangkat tiga yaitu mencari panjang rusuk dari bangun ruang kubus apabila volumenya diketahui.

Contoh:

Jika diketahui bak mandi berbentuk kubus memiliki volume 512 dm^3 , maka tentukan panjang rusuk dari bak mandi tersebut?

Penyelesaian:

Untuk menyelesaikan permasalahan di atas maka hal yang pertama perlu kita ingat adalah bagaimana mencari volume kubus.

$$Volume_{Kubus} = r \times r \times r$$

Pada soal diketahui volume bak mandi 512 dm^3 dan ditanya adalah panjang rusuk kubus

$$Volume_{Kubus} = r \times r \times r$$

$$512 = r \times r \times r$$

$$512 = r^3$$

$$r = \sqrt[3]{512}$$

$$r = \sqrt[3]{8 \times 8 \times 8}$$

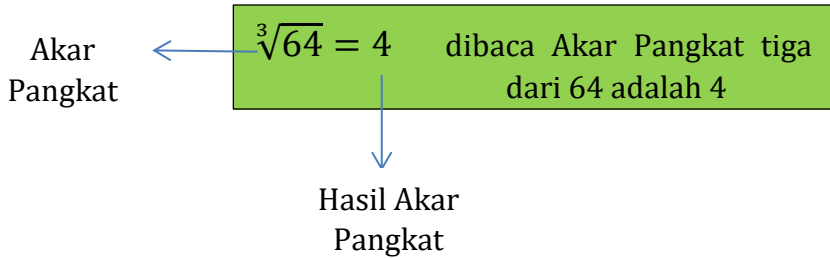
$$r = \sqrt[3]{8^3}$$

$$r = 8$$

Sehingga, panjang rusuk dari bak mandi tersebut adalah 8 dm.

Berdasarkan hasil pembahasan permasalahan di atas dapat disimpulkan bahwa

Akar pangkat tiga adalah operasi kebalikan dari pangkat tiga yang disimbolkan " $\sqrt[3]{\quad}$ ".



Mengitung Penarikan Akar Pangkat Tiga/Kubik

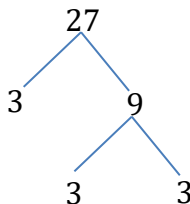
1. Cara Faktorisasi

Contoh 1.

$$\sqrt[3]{27}$$

- a. Menentukan faktorisasi prima dari bilangan berpangkat tiga dengan menggunakan pohon faktor

Penyelesaian



- b. Mengelompokkan tiap-tiap 3 faktor prima yang sama menjadi faktorisasi prima berpangkat tiga

$$27 = 3 \times 3 \times 3$$

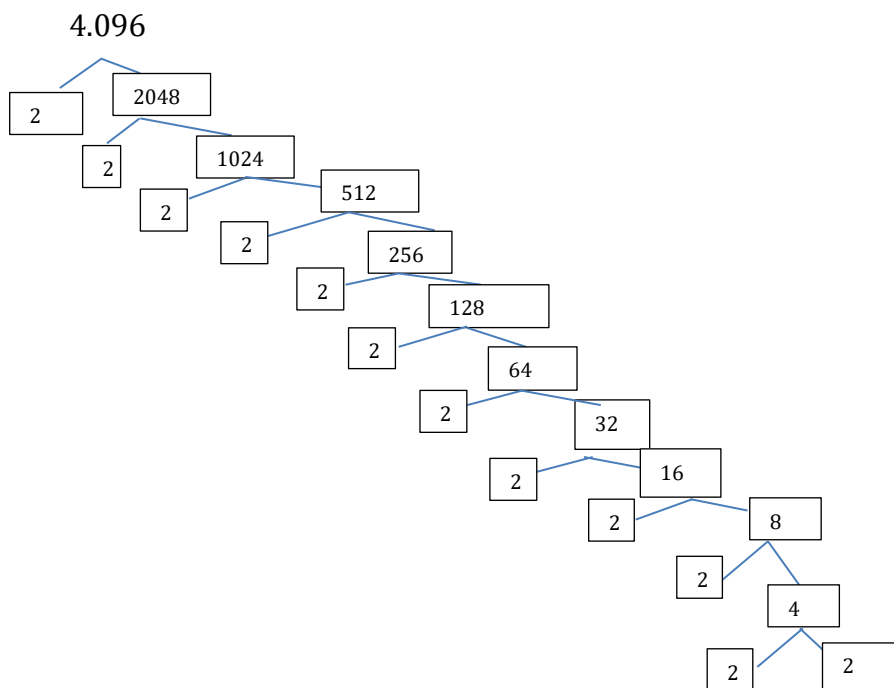
Jadi,

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{27} &= \sqrt[3]{3 \times 3 \times 3} \\ &= \sqrt[3]{3^3} \\ &= 3\end{aligned}$$

Contoh 2.

$$\sqrt[3]{4.096} = \dots$$

- a. Menentukan faktor prima



Faktor primanya adalah 2

$$4.096 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

- b. Mengelompokkan tiap-tiap 3 faktor prima

$$4.096 = (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2) \\ = 2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 2^3$$

$$\sqrt[3]{4096} = \sqrt[3]{2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 2^3}$$

$$\sqrt[3]{4096} = \sqrt[3]{(2 \times 2 \times 2 \times 2)^3}$$

$$\sqrt[3]{4096} = 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$\sqrt[3]{4096} = 16$$

Jadi, $\sqrt[3]{4096} = 16$

2. Cara Pendekatan Tabel

Untuk menyelesaikan permasalahan akar pangkat tiga sempurna dan dibawah 1.000.000 maka dapat digunakan pendekatan tabel. Tabel yang dimaksud adalah seperti di bawah ini:

Tabel 9.5. Bilangan Kubik dengan Bilangan Pokok 1 sampai 9

Bilangan Yang Dipangkatkan	Hasil Perpangkatan (Bilangan Kubik)
1	1
2	8
3	27
4	64
5	125
6	216
7	343
8	512
9	729

Sumber: Modul Matematika SD Program Bermutu

Contoh 1:

$$\sqrt[3]{5382} = \dots$$

- a. Pisahkan tiga digit terakhir dengan tanda titik sebagai batasan kelompok bilangan

$$\sqrt[3]{5.382} = \underline{\quad} \underline{\quad}$$

bilangan pertama

bilangan

- b. Mencari bilangan kubik yang mendekati (kurang dari atau sama dengan bilangan pertama). Bilangan yang mendekati 5 adalah 1.

$$\sqrt[3]{5.382} = \underline{1}$$

5 adalah bilangan kubik antara 1 dan 8. Yang mendekati 5 adalah 1 karena $1^3 = 1$

- c. Untuk Bilangan kedua 382, perhatikan angka satuannya pada tabel yang bilangan kubiknya

memiliki satuan 2 adalah 512 pada bilangan yang dipangkatkan adalah angka 8. Sehingga bilangan yang ditulis adalah 8.

Jadi, $\sqrt[3]{5.382} = \underline{1} \underline{8}$

Contoh 2.

$\sqrt[3]{32.768} = \dots$

Penyelesaian

$\sqrt[3]{32.768} = \overset{3}{\overline{\quad}} \overset{2}{\overline{\quad}}$

Bilangan kubik kurang atau mendekati 32 adalah 3 karena $\sqrt[3]{27} = 3$. Sehingga ditulis 3

Bilangan Kubik yang satuannya 8 adalah 2. Maka ditulis 2

Jadi, $\sqrt[3]{32.768} = 32$

DAFTAR PUSTAKA

- EVA, R., 2021. *Perpangkatan Dan Bentuk Akar (Soal Dan Pembahasan)* (Disertasi Doktor, UIN Raden Intan Lampung).
- Kusumawati, H., 2008. *Gemar Matematika 5: untuk kelas V SD/MI*.
- Pujiati, P. dan Dharmawati, N., 2010. Modul matematika SD program bermutu: pembelajaran perpangkatan dan penarikan akar bilangan di SD.
- Setyaningsih, R., 2017. *Matematika untuk SD/MI Kelas V*.
- Soedjadi, R., 2000. *Kiat pendidikan matematika di Indonesia: konstatasi keadaan masa kini menuju harapan masa depan*. Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi, Departemen Pendidikan Nasional.
- Soenarjo, RJ, 2008. *Matematika 5, SD dan MI 5*.

BAB 10

KONSEP BANGUN RUANG

Oleh Ulfah Sa'adah

10.1 Pendahuluan

Bagian ini akan berbicara tentang konsep bangun ruang di Sekolah Dasar. Penjelasan konsep geometri bangun ruang kepada siswa agar lebih mudah dipahami dilakukan melalui pembahasan bentuk geometri bangun ruang. Setelah mempelajari bagian ini, diharapkan Anda akan benar-benar ingin memahami pengertian bangun ruang, unsur-unsur bangun ruang, sifat-sifat bangun ruang, serta jaring-jaring bangun ruang.

10.2 Pengertian Bangun Ruang

Bangun ruang adalah bagian ruang yang dibatasi oleh sekumpulan titik yang terletak di seluruh permukaan bangun tersebut yang disebut dengan sisi. Gunakan alat peraga berongga yang tidak transparan jika ingin memperlihatkan sisi bangun tersebut. Untuk bangun ruang bola sebaiknya menggunakan bola berongga daripada bola padat, dan untuk balok lebih baik menggunakan kotak kosong daripada balok kayu. Tujuannya adalah untuk menunjukkan bahwa himpunan titik pada bidang atau batas suatu bentuk geometri ruang disebut sebagai sisinya. Sementara itu, siswa dikenalkan dengan bentuk-bentuk geometri bangun ruang, termasuk ruang keseluruhannya, melalui model objek masif. Sedangkan untuk model berongga yang transparan, umumnya dibuat dengan mika bening atau plastik tebal sehingga siswa paham bahwa rusuk

tercipta dari pertemuan sisi-sisi yang berbeda dan titik sudut dihasilkan oleh perpotongan tiga buah rusuk atau lebih.

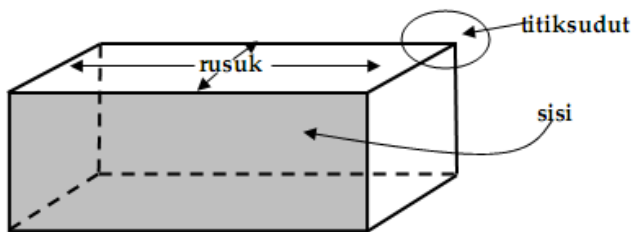
Dalam proses pembelajaran, tunjukkan bentuk dan sebutkan namanya, dimulai dengan bentuk yang paling dikenal siswa. Tunjukkan ciri-ciri bentuk geometri ruang dengan menyebutkan benda-benda terdekat yang bentuknya mirip dengannya.

Bagian ruang dalam bentuk geometris dibatasi oleh sekumpulan titik yang ada di seluruh permukaan bangun. Permukaan bangun dikenal sebagai sisi. Gunakan penyangga berongga yang tidak transparan jika ingin memperlihatkan sisi bentuk. Lebih baik menggunakan bola sepak daripada bola bekel padat untuk penyangga bola, dan lebih baik menggunakan kotak kosong daripada balok kayu untuk penyangga sisi balok. Tujuannya adalah untuk menunjukkan bahwa himpunan titik pada permukaan atau batas bentuk geometris disebut sebagai sisinya. Sementara itu, siswa dikenalkan dengan bentuk-bentuk geometris, termasuk ruang keseluruhannya, melalui model objek masif. Sebaliknya, model berongga transparan biasanya dibuat dari plastik tebal atau mika bening untuk membantu siswa memahami bahwa perpotongan tiga rusuk atau lebih menghasilkan pembentukan titik sudut dan tepi. Dalam pengalaman pendidikan, tunjukkan keadaan bentuk dan sebutkan nama bentuk mulai dari bentuk yang sering dikenal oleh siswa. Tunjukkan ciri-ciri bentuk geometris dengan menyebutkan benda-benda terdekat yang bentuknya mirip dengannya.

10.3 Unsur-Unsur Bangun Ruang

10.3.1 Sisi, Rusuk, Titik Sudut

Instruktur dapat meminta siswa untuk mengamati alat peraga yang masif (padat), transparan, dan kerangka sebagai pengantar kegiatan pembelajaran. Kecuali kerucut, silinder (tabung), dan bola, instruktur harus menjelaskan bahwa setiap bentuk geometri ruang pasti memiliki rusuk, sisi, dan titik sudut. Instruktur kemudian dapat mengajukan pertanyaan kepada siswa tentang bentuk geometri ruang seperti limas, prisma, sisi, rusuk, dan titik sudut. Mereka juga dapat bertanya tentang diagonal sisi dan ruang.



Siswa dapat mendemonstrasikan sisi bangun ruang dengan menggunakan alat peraga geometri transparan. Biasanya, alat peraga transparan terbuat dari plastik mika bening untuk membantu siswa memahami bahwa titik sudut adalah perpotongan dari tiga rusuk atau lebih, dan sebuah rusuk dibuat oleh perpotongan dua buah sisi. Selain itu, karena semua bagian bentuk geometri ruang dapat dilihat dan dibuat ke dalam gambar, alat peraga transparan juga dapat membantu siswa menggambar bentuk geometri ruang. Diharapkan siswa dapat menginterpretasikan makna unsur geometri ruang adalah sebagai berikut setelah mengamati, mempelajari, dan memahami unsur-unsur tersebut.

1. Sisi yaitu bagian atau bidang yang memisahkan bidang dalam dengan bidang luar.

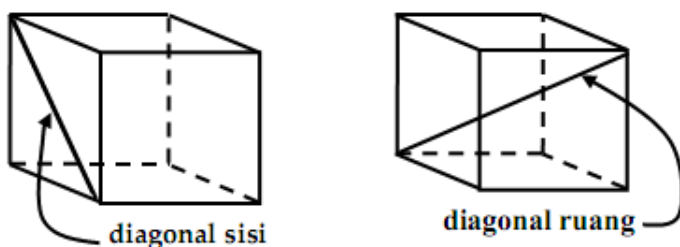
2. Rusuk yaitu pertemuan antara sisi yang berbeda atau pertemuan dua sisi bidang.
3. Perpotongan tiga bidang sisi atau rusuk atau lebih merupakan titik sudut.

(Suharjana, 2008)

Untuk menguatkan pemahaman konsep terkait dengan rusuk maupun titik sudut, digunakan alat peraga geometri bentuk kerangka. Tekankan kepada siswa jika setiap rangka adalah merupakan rusuk dan titik pertemuan dari tiap rusuk disebut sebagai titik sudut.

10.3.2 Diagonal Sisi dan Diagonal Ruang

Untuk memperkuat pemahaman gagasan diagonal sisi dan diagonal ruang, Anda dapat menggunakan alat peraga kerangka. Seperti gambar di bawah ini.



Dengan menggunakan seutas tali, siswa dapat menyambungkan dua titik sudut yang menghadap ke satu sisi atau ruas garis yang menyambungkan dua titik sudut yang tak saling membelakangi dan berada di satu sisi, garis tersebut disebut dengan diagonal sisi. Siswa juga bisa menggambar diagonal ruang, yaitu garis yang menghubungkan dua titik sudut dalam bentuk geometri ruang yang letaknya tidak berurutan, atau garis yang menghubungkan dua titik sudut dalam bentuk geometri ruang yang saling berhadapan.

10.4 Sifat-Sifat Bangun Ruang

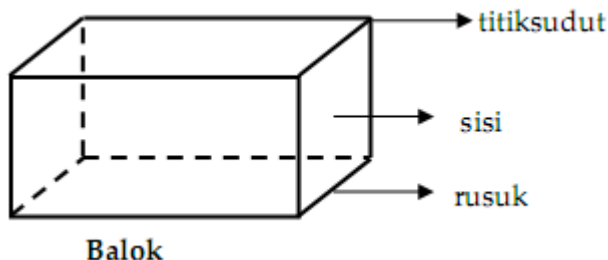
Perlu disiapkan balok dan kubus transparan, tidak transparan, dan berbentuk bingkai agar siswa dapat mendalami dan menerangkan sifat-sifat geometri bangun ruang sederhana seperti balok dan kubus. Ini akan memastikan bahwa siswa tidak hanya mengingat apa yang dikatakan guru tetapi juga memperdalam pemahaman mereka melalui observasi. Selain itu, guru kesulitan menjelaskan sifat-sifat geometri bangun ruang dari rusuk dan sisi karena guru tidak memakai alat bantu visual. (Suharjana, Markaban and WS, 2009)

Mempersiapkan alat peraga juga diperlukan saat menjelaskan sifat-sifat prisma, limas, kerucut, silinder, dan bola. Meskipun demikian, ada beberapa instruktur yang mengatakan, misalnya, bahwa jumlah titik sudut pada kerucut tidak terhingga ketika menunjukkan sifat-sifat bangun ruang.

Dengan menyimak dan mencermati beberapa alat peraga geometri ruang dibawah ini maka dapat diketahui sifat beberapa bangun geometri ruang sebagai berikut.

10.4.1 Balok

Langkah awal untuk memperkenalkan balok kepada siswa adalah dengan memberikan tugas atau pertanyaan seperti mengamati benda disekitar atau di kelas yang bentuknya menyamai balok. Kemudian siswa menjelaskan apa yang diamati, mengenai bentuk sisi-sisi balok, jumlah sisi balok, rusuk balok, dan titik sudut balok. Berikut unsur-unsur balok.



Sisi adalah bidang atau daerah yang membatasi bentuk ruang. Sisi suatu bentuk geometri ruang bertemu pada sebuah garis yang dimaksud rusuk. Titik sudut adalah pertemuan tiga tepi atau lebih rusuk dari bangun ruang. Ilustrasi prisma persegi panjang atau balok adalah bentuk persegi panjang.

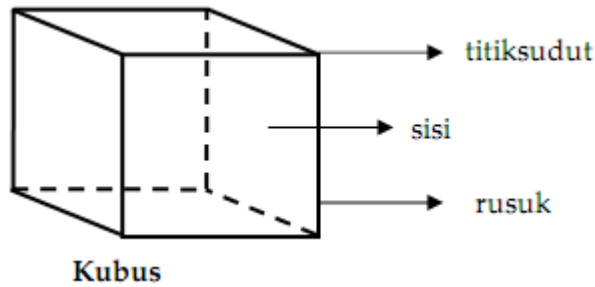
Dengan memperhatikan sisi-sisi dari beberapa bangun-bangun balok, siswa diharapkan dapat memahami bahwa balok adalah suatu bangun ruang yang dibatasi oleh enam bidang sisi, yang masing-masing berbentuk persegi panjang, yang setiap sisi berhadapan sama dan serupa ukurannya. Papan tulis, rak buku, lemari, dan struktur serupa lainnya adalah beberapa jenis balok yang dapat ditemukan di seluruh sekolah.

Sifat-sifat balok :

1. Memiliki enam sisi yang berbentuk persegi panjang dengan ukuran sama 2 sisi yang berhadapan.
2. Mempunyai rusuk sejajar yang besarnya sama dengan 12 rusuk.
3. Memiliki delapan titik di sudutnya

10.4.2 Kubus

Memberi siswa instruksi atau pertanyaan seperti "amati benda-benda di sekitar atau di kelas yang terlihat seperti kubus" adalah langkah pertama dalam memperkenalkan kubus kepada mereka. Siswa kemudian memberikan penjelasan hasil pengamatannya mengenai bentuk kubus, jumlah sisi, jumlah rusuk, dan jumlah sudut. Unsur-unsur kubus tercantum di bawah ini.



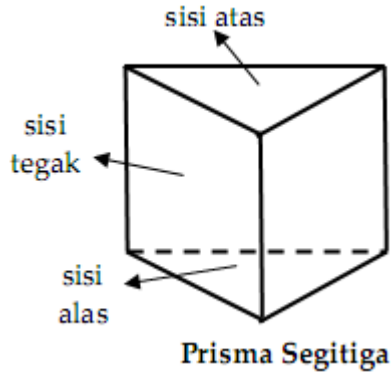
Diharapkan siswa dapat mengerti makna kubus yaitu bangun geometri ruang yang dibatasi oleh enam bidang persegi yang sama besar dengan mengamati sisi-sisi berbagai bentuk kubus. Siswa ditugaskan untuk mengidentifikasi berbagai bentuk kubus yang dapat ditemukan di seluruh sekolah, termasuk dadu, kotak, dan sebagainya.

Sifat-sifat kubus :

1. Memiliki enam sisi persegi yang berukuran sama.
2. Memiliki delapan titik sudut
3. Terdiri dari 12 rusuk yang sama panjang

10.4.3 Prisma Tegak Segitiga

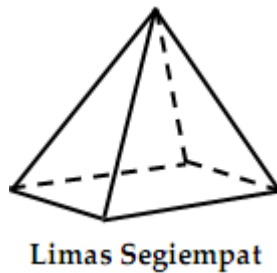
Siswa diharapkan dapat memahami bahwa prisma segitiga adalah bangun ruang yang dibatasi oleh dua daerah segitiga sejajar dan tiga daerah persegi panjang yang berpotongan menurut garis sejajar dengan mengamati sisi-sisi beberapa prisma persegi segitiga.



Sifat-sifat prisma tegak segitiga :

1. Memiliki tiga sisi persegi panjang dan dua sisi segitiga sejajar
2. Memiliki sembilan buah rusuk
3. Memiliki enam titik sudut.

10.4.4 Limas



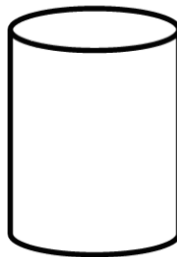
Limas juga merupakan bentuk geometri ruang, seperti prisma. Guru dapat menggunakan alat peraga limas segitiga, segiempat, segilima, atau lainnya untuk memperkenalkan siswa. Guru bertanya tentang prisma pada materi sebelumnya. Selanjutnya siswa ditunjukkan dan diberikan pertanyaan tentang apa itu limas.

Limas segi empat adalah bentuk geometri ruang yang dikelilingi oleh empat bidang segitiga dengan satu sudut. Limas biasanya berbentuk geometri ruang yang dipisahkan oleh area poligon (*segi n*) dan n area segitiga yang memiliki titik persekutuan. Semua rusuk tegak bertemu di titik sudut yang juga dikenal sebagai titik puncak karena proyeksi dari titik tersebut tegak lurus ke dasar atau alas. Daerah segi banyak (*segi n*) menjadi alasnya, dan segitiganya menjadi sisi-sisi tegaknya. Kaki segitiga menjadi rusuk tegak.

Sifat-sifat limas segiempat :

1. Mempunyai empat sisi segitiga dan satu sisi persegi atau persegi panjang.
2. Mempunyai delapan buah rusuk.
3. Mempunyai 5 titik sudut dan salah satu titik sudut disebut juga titik puncak
4. Sisi lainnya berbentuk segitiga, sedangkan sisi alasnya berbentuk persegi atau persegi panjang.

10.4.5 Tabung



Tabung

Dengan memperhatikan sisi-sisi dari beberapa bentuk silinder atau tabung, siswa diharapkan dapat mengerti makna silinder atau tabung adalah bentuk geometri ruang yang dibatasi oleh dua daerah lingkaran yang berukuran sama serta satu bidang lengkung yang berjarak sama dari porosnya dan

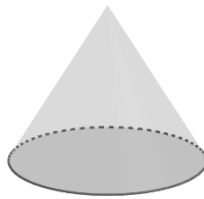
yang simetris terhadap porosnya memotong kedua daerah lingkaran tersebut tepat pada kedua daerah lingkaran itu.

Siswa diminta menjelaskan bentuk silinder atau tabung yang ditemukan di sekitar sekolah, misalnya drum, pipa, tempat sampah, dan barang serupa lainnya. Instruktur bertanya tentang apa itu tabung setelah menunjukkan kepada siswa bentuk tabung untuk mereka periksa. Siswa diharapkan menjawab bahwa tabung disebut juga silinder atau prisma dengan alas berbentuk lingkaran dan bidang tegaknya berupa sisi lengkung. Bayangkan bentuk ini sebagai prisma dengan jumlah sisi tegak lurus yang tak terhingga.

Sifat-sifat tabung :

1. Mempunyai sebuah sisi berupa sisi lengkung atau disebut dengan selimut tabung dan dua buah sisi berupa lingkaran
2. Mempunyai dua buah rusuk lengkung
3. Tidak mempunyai titik sudut

10.4.6 Kerucut



Kerucut

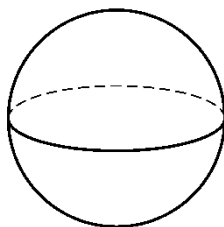
Siswa diharapkan mengerti makna kerucut adalah bangun geometri ruang yang terdiri dari lingkaran dan sisi lengkung yang simetris terhadap sumbunya melalui pusat lingkaran dengan mengamati sisi-sisi dari beberapa bangun kerucut.

Bentuk geometri ruang tabung dan kerucut, yang terdiri dari sisi lengkung dan sisi datar, hampir identik. Hanya adanya sisi atas pada tabung dan titik puncak pada kerucut yang membedakan keduanya satu sama lain. Limas dengan jumlah sisi tegaknya tidak terhitung dianalogikan dengan kerucut.

Sifat-sifat kerucut :

1. Mempunyai sebuah sisi bidang lengkung atau disebut dengan selimut kerucut dan sebuah sisi alas lingkaran
2. Mempunyai sebuah rusuk lengkung
3. Tidak mempunyai titik sudut
4. Mempunyai sebuah titik puncak.

10.4.7 Bola



Bola

Agar siswa mengerti makna bola adalah bangun geometri ruang yang sisinya rapat dan kosong pada bagian dalamnya, mereka diminta untuk mengamati bentuk bola. Titik sisi permukaan bangun bola semuanya berjarak sama dari titik pusat.

Mintalah siswa untuk berfikir bahwa ada titik di dalam yang memenuhi kualitas ini dan disebut sebagai titik pusat. Mintalah siswa untuk mengidentifikasi berbagai bentuk bola yang dapat ditemukan di sekitar sekolah, seperti: kelereng, apel, semangka, jeruk, bola pingpong, bola voli, bola sepak, bola tenis, dan sebagainya. Kemudian, siswa diminta untuk memberikan rincian sebanyak mungkin tentang bola tersebut, seperti "Tidak memiliki titik sudut" dan "Bola itu bulat".

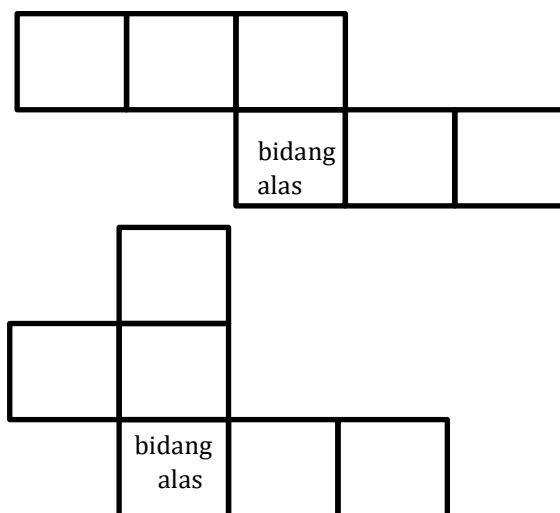
Guru hendaknya, jika perlu, mengajukan pertanyaan-pertanyaan berikut untuk membantu siswa mengidentifikasi sifat tambahan. Misalnya, 'Bisakah Anda menempatkan ruas garis pada lapisan luar bola?', 'Bisakah kurva melengkung dibuat?' Berikan siswa waktu untuk menemukan jawabannya sendiri. Jika Anda membelah bola dengan potongan lurus, bentuk apa yang bisa Anda dapatkan? Tolong jelaskan cara memotong bola untuk membuat lingkaran terbesar.

Sifat-sifat bola:

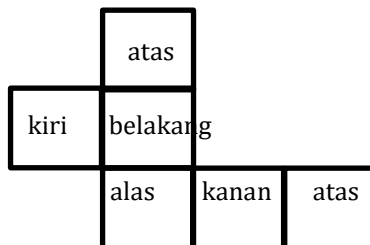
1. Mempunyai sebuah sisi lengkung atau disebut dengan selimut bola
2. Tidak mempunyai rusuk
3. Tidak mempunyai titik sudut.
- 4.

10.5 Jaring-Jaring Bangun Ruang

Jaring kubus adalah rangkaian atau susunan enam bidang persegi yang dibentuk menjadi bangun kubus, harus dibuat terlebih dahulu sebelum kita dapat membuat kubus dari karton. Berikut ini adalah ilustrasi rangkaian enam persegi.



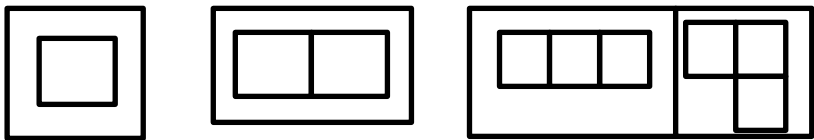
Untuk melihat apakah rangkaian enam bidang persegi adalah jaring-jaring bangun kubus atau tidak yaitu dengan menetapkan satu sisi sebagai bidang alasnya. Selanjutnya, bidang atas, kanan, kiri, depan, dan belakang dapat ditentukan. Jika tidak ada bidang-bidang sisi yang berimpit maka rangkaian enam bidang persegi tersebut merupakan suatu jaring-jaring bangun kubus. Jika Anda melanjutkan dengan rangkaian di atas, Anda akan mendapatkan hasil sebagai berikut: rangkaian enam kotak di bagian atas adalah ilustrasi jaring kubus, sedangkan rangkaian enam kotak di bagian bawah adalah bukan ilustrasi jaring kubus karena sisi atasnya akan berimpit.



Akan ada total 11 jaring. Masalah yang dihadapi adalah bagaimana meyakinkan orang lain dan diri kita sendiri bahwa hanya ada 11 jaring kubus.

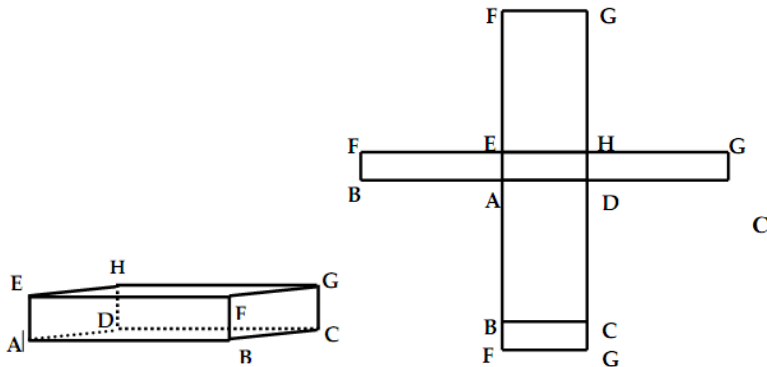
Berapa banyaknya rangkaian enam kotak persegi yang berbeda merupakan pertanyaan yang perlu dijawab karena jaring kubus terdiri dari rangkaian enam kotak persegi. Menanggapi hal tersebut, pertanyaan yang harus dijawab terlebih dahulu adalah banyaknya susunan lima persegi yang berbeda yang ada di sana. Sebelum itu, berapa banyak susunan yang berbeda dari 4, 3, dan 2 persegi?

Perhatikan ilustrasi berikut:



Anda dapat membuat rangkaian dua kotak persegi berbeda (*domino*) dengan menempatkan sebuah persegi secara berurutan di atas, di kanan, di bawah dari sebuah persegi (*monomino*) diatas. Demikian pula Anda bisa mendapatkan dua jenis rangkaian tiga kotak persegi yang berbeda (*tromino*), Anda bisa mendapatkan lima jenis rangkaian empat kotak persegi yang berbeda (*tetromino*), dua belas jenis rangkaian lima kotak persegi yang berbeda (*pentomino*). Demikian pula, akan ada 35 susunan berbeda dari rangkaian enam kotak persegi. Hanya 11 jaring kubus dari 35 rangkaian yang ditemukan.

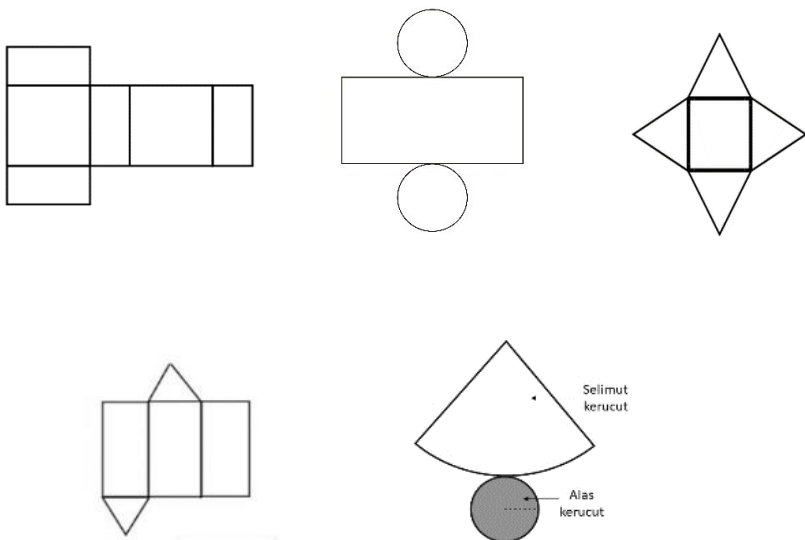
Sebuah bentuk jaring-jaring kubus dapat menjadi bentuk bagi enam buah jaring-jaring balok, disebabkan oleh sisi-sisi dari balok yang tidak sama. Sebagai contoh jaring-jaring balok *ABCD.EFGH*, potonglah pada rusuk-rusuk *EF, EA, FB, FG, GC, EH, dan HD* maka dapat dibentuk salah satu jaring-jaring balok sebagai berikut.



Lihatlah untuk jaring-jaring lainnya!

Pembahasan jaring-jaring bangun ruang pada bab ini tidak seluruhnya dibahas ke siswa, sebaliknya, ini dimaksudkan untuk membantu guru membuat alat peraga seperti mencari tahu volume bangun ruang.

Gambar berikut merupakan contoh dari jaring-jaring bangun ruang lain seperti balok, tabung, limas, prisma, dan kerucut.



DAFTAR PUSTAKA

- Suharjana, A. (2008) 'Mengenal Bangun Ruang dan Sifat-Sifatnya di Sekolah Dasar', *Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan Matematika*, 2(1), p. 5.
- Suharjana, A., Markaban and WS, H. (2009) 'Geometri Datar dan Ruang di SD', *PPPPTK Matematika*, 53(9), pp. 1-59.

BAB 11

KONSEP PENGOLAHAN DATA DI SD

Oleh Salsabila

Berbagai bidang dalam kehidupan ini seperti ekonomi, lingkungan, pendidikan, agama, dan lain-lain pasti memiliki data. Data dari berbagai bidang tersebut pastinya memiliki bentuk dan pengumpulan data yang berbeda-beda. Data tidak hanya berbentuk angka, kumpulan teks atau huruf pun dapat disebut sebagai data jika mengandung informasi didalamnya. Pokok bahasan bab ini yaitu terkait pengumpulan, pengolahan, dan penyajian data.

11.1 Pengumpulan Data

Data adalah keterangan nyata yang diperoleh dari proses pengamatan, wawancara, atau penelitian (Setyaningsih, 2017). Menurut sifatnya, data dibagi menjadi dua yaitu data kuantitatif dan kualitatif. Data kuantitatif merupakan data berupa angka, sedangkan data kualitatif data berbentuk kalimat, gambar, atau kata (Sugiyono, 2015). Contoh data kuantitatif yaitu nilai ujian, berat badan, harga barang, banyak siswa, dll. Beberapa contoh data kualitatif yaitu prestasi, alamat, minat dan bakat, pendapat konsumen, dll.

Dalam dunia Pendidikan, contoh data diantaranya seperti data jumlah siswa, nilai siswa, kehadiran siswa, dan prestasi siswa. Untuk mengumpulkan data-data tersebut, dapat dilakukan dengan beberapa cara, diantaranya menggunakan pencatatan langsung dan kuesioner atau angket.

1. Pencatatan Langsung

Pengumpulan data dengan pencatatan langsung dilakukan melalui proses observasi (pengamatan lapangan, wawancara atau tanya jawab), penelitian atau pengukuran. Contoh pengumpulan data dengan pencatatan langsung yaitu hasil wawancara guru ke siswa, hasil pengukuran berat badan 30 siswa, dan hasil ujian matematika dari setiap kelas.

Tabel 11.1 Data Nilai Siswa

No	Nama	Nilai
1	Ari	65
2	Azam	75
3	Azhar	80
4	Bintang	82
5	Dina	68
6	Hari	72
7	Jihan	70
8	Kenzo	78
9	Lisa	60
10	Sintha	85
11	Tari	90
12	Tina	75
13	Umma	78
14	Uswatun	68
15	Zulfa	90

Hasil Voting Ketua Kelas		
Pramudia	III	IIII
Gusman	III	II
Verinita	III	III I

Gambar 11.1 Contoh Hasil Voting

Hasil eksperimen di Laboratorium juga termasuk dalam jenis pencatatan langsung. Peneliti melakukan eksperimen tertentu kemudian diperoleh data terkait jenis eksperimen yang dilakukan.

2. Kuesioner atau Angket

Dalam suatu survey atau penelitian, peneliti biasanya menggunakan kuesioner atau angket. Kuesioner berisi pernyataan atau pertanyaan terkait topik tertentu yang harus ditanggapi atau dijawab oleh responden (orang yang mengisi kuesioner) sesuai kebenarannya. Bentuk isian jawaban dalam kuesioner biasanya berupa kategori tertentu, misalnya sangat setuju (ss), setuju (s), tidak setuju (ts), dan sangat tidak setuju (sts).

KUESIONER MINAT BELAJAR MATEMATIKA

Keterangan:
SS : Sangat Setuju
S : Setuju
TS : Tidak Setuju
STS : Sangat Tidak Setuju

No.	Pernyataan	Pilihan Jawaban			
		SS	S	TS	STS
1.	Saya sampai sekolah tepat waktu				
2.	Matematika adalah pelajaran yang menarik				
3.	Saya mengulas kembali pelajaran di malam hari				
4.	Saya mempersiapkan buku pelajaran matematika sebelum dimulai				
5.	Saya sering bertanya jika belum memahami materi				

Gambar 11.2 Contoh Kuesioner

Responden dapat mengisi kuesioner/angket dengan memberi tanda ceklis pada jawaban yang sesuai dan mengikuti perintah yang ada dalam kuesioner tersebut. Namun, di zaman sekarang kuesioner tidak selalu disajikan dalam bentuk kertas atau *print out* tetapi juga dibuat menggunakan media *online* contohnya seperti *google form*. Pemanfaatan *google form* dapat memudahkan surveyor dalam menjangkau responden tanpa bertemu langsung. Hal ini dapat meminimalisir biaya, tenaga, serta waktu yang digunakan.

11.2 Pengolahan Data

Setelah pengumpulan data selesai, data dapat diolah sesuai dengan tujuan yang diinginkan. Beberapa informasi dari data dapat diperoleh dari hasil pengolahan data menggunakan nilai-nilai tertentu, diantaranya seperti:

1. Nilai Maksimum dan Minimum (*Max* dan *Min*)
Nilai maksimum merupakan nilai tertinggi yang ada pada suatu data, sedangkan nilai minimum adalah nilai terendah pada suatu data.
2. Rata-rata ($\bar{x}$)
Rata-rata merupakan hasil dari penjumlahan seluruh data dibagi dengan banyaknya data.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

Keterangan:

n = banyak data

x_1 = data ke-1

x_n = data ke- n

3. Nilai Tengah (Median/ M_e)
Median merupakan nilai yang berada pada tengah dari suatu data setelah data diurutkan dari yang terkecil hingga terbesar (Mendenhall, Beaver, dan Beaver, 2006). Langkah menghitung median yaitu:
 - i. Urutkan data dari yang terkecil hingga terbesar
 - ii. Ada dua ketentuan:
 - ✓ Untuk data ganjil:

$$M_e = X_{\frac{n+1}{2}}$$

Keterangan:

X = data

Posisi median terletak pada data ke- $\frac{n+1}{2}$. Contoh data ganjil: 1,3,4,7,8.

$$M_e = X_{\frac{5+1}{2}} = X_3$$

Maka, nilai median berada pada posisi data ke-3 setelah diurutkan, yaitu 4.

✓ Untuk Data genap:

$$M_e = \frac{X_{\frac{n}{2}} + X_{\frac{n}{2}+1}}{2}$$

Contoh data genap: 3,4,8,9,13,13.

$$M_e = \frac{X_{\frac{6}{2}} + X_{\frac{6}{2}+1}}{2}$$

$$M_e = \frac{X_3 + X_4}{2}$$

Maka, nilai median berada pada posisi hasil rata-rata dari dua nilai yaitu data ke-3 dan data ke-4.

$$M_e = \frac{8 + 9}{2} = 8.5$$

Perhitungan diatas dapat dilakukan untuk memudahkan mengetahui median ketika data berjumlah banyak. Namun jika data sedikit dan memungkinkan, median dapat langsung diketahui dengan langsung melihat nilai pada posisi pertengahan data setelah diurutkan seperti yang ditunjukkan pada contoh berikut ini.

1	3	4	7	8	Median data ganjil	
		↑				
3	4	8	9	13	13	Median data genap
		↑				
		$M_e = \frac{8+9}{2}$				

4. Modus (M_o)

Modus merupakan nilai yang paling sering muncul pada suatu data.

Jika diketahui terdapat data berat badan (Kg) dari 7 siswa yaitu: 45, 55, 47, 46, 60, 50, 50. Maka beberapa nilai ringkasan statistiknya dapat dituliskan sebagai berikut.

Tabel 11.2 Ringkasan Statistik Data

Jumlah Data	353
Nilai Maksimum	60
Nilai Minimum	45
Rata-Rata	50.43
Median	50
Modus	50

11.3 Penyajian Data

Melihat ringkasan data tanpa perlu melihat secara keseluruhan data dapat dilakukan sehingga pembaca mengetahui inti dari data tersebut. Hal ini dapat dilakukan dalam proses penyajian data. Dengan menyajikan data, maka akan memudahkan untuk memahami apa yang terjadi, merencanakan kerja selanjutnya berdasarkan apa yang telah dipahami (Zainal Arifin, 2014). Terdapat dua cara penyajian data yaitu menggunakan tabel dan diagram.

1. Tabel

Sebuah tabel berisi ringkasan nilai dari suatu data, dapat berupa perhitungan banyaknya suatu kategori data ataupun ringkasan perhitungan statistik data (rata-rata, nilai tengah/median, modus, nilai terkecil, dan nilai

terbesar). Beberapa unsur-unsur yang ada dalam sebuah tabel yaitu:

- a. Judul tabel
Pemberian judul pada suatu tabel sangatlah penting karena bertujuan untuk memudahkan pembaca dalam memahami isi tabel. Sebelum melihat tabel, pembaca sudah mengetahui isi tabel tersebut mengarah kepada informasi apa yang akan diperoleh.
- b. *Header* (baris pertama)
Pada baris pertama dalam sebuah tabel, terdapat unit pokok dari suatu data. Biasanya terdapat nama variabel tertentu dan jumlah/banyak suatu data.
- c. Kolom
Kolom merupakan bagian tabel yang mengarah vertikal (kebawah)
- d. Baris
Baris merupakan bagian tabel yang mengarah horizontal (mendatar)

Perhatikan contoh tabel berikut.

Tabel 11.3 Jumlah orang tua siswa berdasarkan jenis pekerjaan

Jenis pekerjaan orang tua	Jumlah
Guru	90
Petani	15
Wiraswasta	40
Polisi	18

Tabel diatas disebut dengan tabel frekuensi, yaitu tabel yang memuat banyaknya tiap kategori pada suatu data. Beberapa informasi yang dapat diambil dari tabel tersebut diantaranya, yaitu:

1. Orang tua siswa yang bekerja sebagai guru sebanyak 90 orang, petani 15 orang, wiraswasta 40 orang, dan polisi 18 orang
2. Orang tua siswa paling banyak bekerja sebagai guru
3. Jumlah orang tua dengan empat pekerjaan tersebut adalah 163 orang

Selain itu, ada pula tabel ringkasan statistik. Tabel ini memuat nilai statistik dari data yang telah dihitung sebelumnya. Contohnya yaitu tabel rata-rata nilai ulangan matematika siswa dari kelas IV A hingga IV D seperti pada tabel berikut ini.

Tabel 11.4 Contoh tabel ringkasan statistik berupa rata-rata nilai ulangan matematika

Kelas	Rata-rata nilai ulangan matematika
IV A	78
IV B	76
IV C	80
IV D	82

Dapat diketahui bahwa rata-rata nilai ulangan tertinggi diperoleh oleh kelas IV D dengan rata-rata sebesar 82.

2. Diagram

Diagram merupakan salah satu cara penyajian data yang paling sering digunakan karena dapat menampilkan lebih sedikit kata-kata didalamnya. Beberapa jenis diagram diantaranya adalah diagram lingkaran/kue, diagram batang, dan diagram garis. Diagram batang dan lingkaran dapat digunakan ketika bentuk datanya kategori maupun tidak. Sedangkan diagram garis sering digunakan ketika data berdasarkan waktu tertentu.

a. Diagram batang

Diagram batang merupakan cara penyajian data yang digambarkan dalam bentuk susunan batang dimana tinggi rendahnya batang mewakili frekuensi atau nilai dari suatu data. Beberapa unsur penting dalam diagram batang diantaranya yaitu:

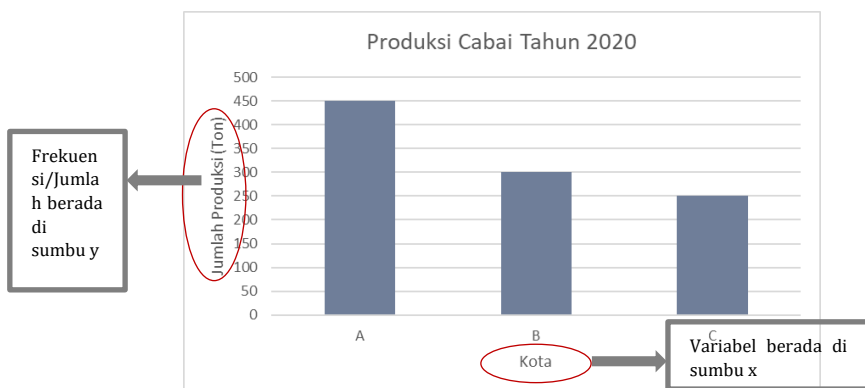
1) Judul diagram

2) Sumbu variabel

Penempatan nama variabel dari data dapat diletakkan di sumbu x (horizontal) maupun sumbu y (vertikal)

3) Sumbu frekuensi/nilai dari variabel

Penempatan frekuensi dari data dapat diletakkan di sumbu x (horizontal) maupun sumbu y (vertikal)



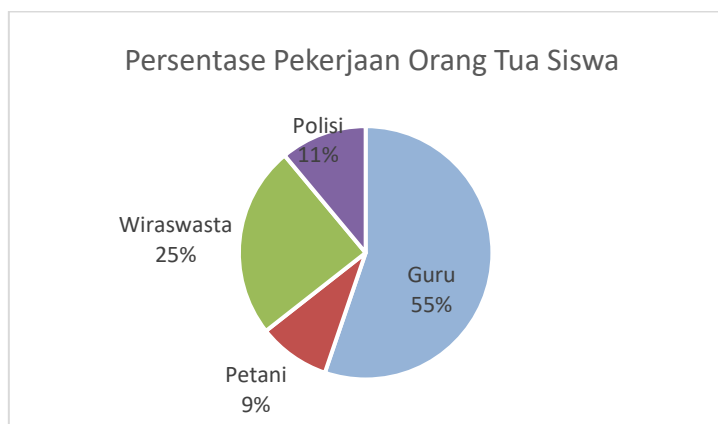
Gambar 11.3 Diagram Batang Produksi Cabai Tahun 2020

Diagram tersebut menunjukkan informasi bahwa pada Tahun 2020 kota A memproduksi cabai paling banyak yaitu sebesar 450 Ton.

b. Diagram lingkaran

Diagram lingkaran merupakan cara penyajian data yang digambarkan dalam bentuk lingkaran dan terbagi menjadi beberapa bagian, dan setiap bagian mewakili

persentase/nilai dari beberapa kategori data. Berdasarkan tabel jumlah pekerjaan orang tua siswa sebelumnya, berikut ini adalah diagram lingkaran yang dihasilkan.



Gambar 11.4 Diagram lingkaran pekerjaan orang tua

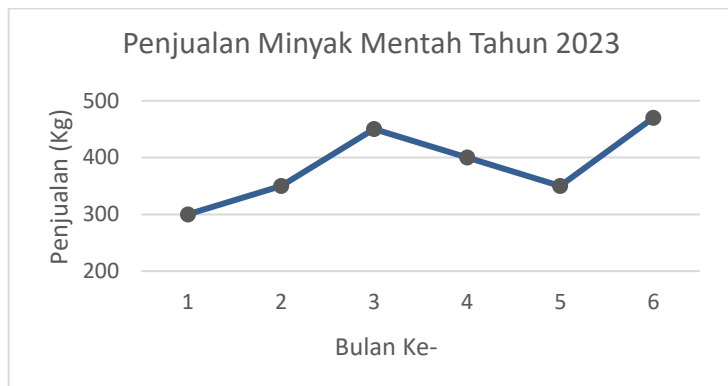
Berdasarkan contoh diagram lingkaran diatas, beberapa informasi dapat diketahui. Pertama, pembaca dapat mengetahui inti informasi dari yang akan dibaca melalui membaca judul diagram. Kemudian, potongan tiap bagian menggambarkan besar kecilnya persentase/nilai dari semua kategori. Jadi, untuk mengetahui kategori mana yang terbanyak, selain melihat angka persentase dari suatu kategori, pembaca juga dapat melihat dari besarnya potongan bagian tersebut. Warna atau pola dari setiap potongan bagian juga dapat diubah sesuai dengan tingkat kreativitas yang dimiliki.

Dapat diketahui bahwa guru merupakan pekerjaan orang tua siswa terbanyak yaitu sebesar 55% ($\frac{\text{jumlah guru}}{\text{banyaknya orang tua}} \times 100\% = \frac{90}{163} \times 100\% = 55\%$), diikuti oleh wiraswasta sebesar 25%, polisi 11%, dan petani 9%. Dari contoh ini, seluruh persentase data dalam suatu diagram lingkaran jika dijumlahkan harus sebesar 100%. Jika tidak, dipastikan terdapat kesalahan

dalam perhitungan data di salah satu atau beberapa kategorinya.

c. Diagram Garis

Diagram garis merupakan cara penyajian data dalam bentuk garis yang menghubungkan antara satu data dengan lainnya sehingga dapat terlihat pola dari data tersebut (meningkat, menurun, atau naik turun).



Gambar 11.5 Diagram garis penjualan minyak mentah tahun 2023

Dapat dilihat bahwa terjadi kenaikan penjualan pada bulan ke-3 dan ke-6. Dengan kata lain, setiap 3 bulan sekali terjadi kenaikan penjualan minyak mentah. Walaupun diagram garis tidak selalu digunakan ketika data berdasarkan waktu, namun akan lebih baik jika dapat memilih sebuah diagram yang sesuai dengan tujuan penyajian datanya.

DAFTAR PUSTAKA

- Sugiyono. 2015. *Metode Penelitian Kuantitatif, Kualitatif, dan R&D*. Bandung: ALFABETA.
- Mendenhall, W., Beaver, RJ., dan Beaver, BM. 2006. *Introduction to Probability and Statistics. 13th Edition*. Canada: Cengage Learning, hlm. 55.
- Zainal, A. 2014. *Penelitian Pendidikan*. Bandung: PT Remaja Roesdakarya, hlm. 171-173.
- Setyaningsih, R. 2017. *Matematika untuk SD/MI Kelas V*. Sidoarjo: Masmedia Buana Pustaka.

BIODATA PENULIS



Arief Aulia Rahman, S.Pd., M.Pd.

Dosen Program Studi Pendidikan Matematika
FKIP Universitas Muhammadiyah Sumatera Utara

lahir di langsa, 11 Oktober 1991, anak kedua dari bapak Drs. Ahmad As'adi dan ibu Dra. Aminah Sulaiman. Telah menyelesaikan sekolah dasar, sekolah menengah pertama dan sekolah menengah atas di kota Langsa, Provinsi Nanggroe Aceh Darussalam. Setelah itu melanjutkan pendidikan pada program sarjana pendidikan Matematika di Universitas Muhammadiyah Sumatera Utara (UMSU) selama 3 tahun 8 bulan, pada tahun 2014 mengambil program master pendidikan matematika di Universitas Negeri Medan (UNIMED) selama 1 tahun 5 bulan. Pernah menjadi guru bidang Matematika di MAN 2 Model Medan dan Sekarang aktif sebagai dosen pendidikan matematika di Universitas Muhammadiyah Sumatera Utara (UMSU) dua kali mendapat penghargaan pada tahun 2017 dalam rangka pengabdian kepada masyarakat di Aceh Tamiang dan peringkat 3 dosen berprestasi tingkat LLDIKTI XIII Aceh Tahun 2020.

BIODATA PENULIS



Ahmad Fadillah, S.Pd., M.Pd.

Dosen Program Studi Pendidikan Matematika
Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan
Universitas Muhammadiyah Tangerang

Penulis lahir di Tangerang tanggal 5 November 1985. Penulis adalah dosen tetap pada Program Studi Pendidikan matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Muhammadiyah Tangerang. Menyelesaikan pendidikan S1 pada Jurusan Pendidikan Matematika dan melanjutkan S2 pada Jurusan Pendidikan MIPA.

BIODATA PENULIS



Nurul Asma, S.Pd., M.Pd.

Dosen Program Studi Informatika
Fakultas Komputer dan Multimedia
Universitas Islam Kebangsaan Indonesia

Penulis lahir di Bireuen, Aceh, tanggal 3 Desember 1989. Penulis adalah dosen tetap pada Program Studi Informatika Fakultas Komputer dan Multimedia, Universitas Islam Kebangsaan Indonesia. Menyelesaikan pendidikan S1 pada Jurusan Pendidikan Matematika, Universitas Syiah Kuala dan melanjutkan S2 pada kampus yang sama Jurusan Pendidikan Matematika.

BIODATA PENULIS



Anis Hidayati MS, S.Si., M.Pd.

Dosen Program Studi Pendidikan Guru Madrasah Ibtidaiyah (PGMI) Institut Agama Islam Ibrahimy Genteng Banyuwangi

Penulis lahir di Banyuwangi pada tanggal 05 Oktober 1988, anak pertama dari dua bersaudara, dari pasangan bapak H. Mohammad Sahlah, M.Pd dan ibu Hj. Siti Fauziah. Pendidikan dasar ditempuh di MI Miftahul Ulum Muncar Banyuwangi, sekolah menengah pertama di MTs N Srono Banyuwangi, sekolah menengah atas di SMA N 1 Rogojampi Banyuwangi. Pendidikan tinggi di tempuh di Universitas Brawijaya Malang Jurusan Matematika FMIPA, dan gelar magister diraih di Universitas Negeri Malang program studi Pendidikan Matematika. Karir sebagai pengajar dimulai sebagai guru bantu Matematika di MI Miftahul Ulum Muncar Banyuwangi pada tahun 2015, tahun 2016 menjadi dosen di Universitas PGRI Banyuwangi program studi Pendidikan Matematika dan pada tahun 2018 menjadi dosen program studi Pendidikan Matematika di Universitas Bakti Indonesia Banyuwangi, selanjutnya pada tahun 2019 menjadi dosen tetap di Fakultas Tarbiyah program studi Pendidikan Guru Madrasah Ibtidaiyah (PGMI) Institut Agama Islam Ibrahimy Genteng Banyuwangi.

BIODATA PENULIS



Beatrice Videlia Remme', S.Pd., M.Pd.

Dosen Program Studi Pendidikan Matematika
Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan
Universitas Kristen Indonesia (UKI) Toraja

Penulis lahir di Rantepao, pada tanggal 6 April 1989. Penulis adalah dosen tetap pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Kristen Indonesia Toraja. Menyelesaikan pendidikan S1 pada Program Studi Pendidikan Matematika UKI Toraja pada tahun 2011 dan melanjutkan S2 tahun 2012 pada Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Negeri Makassar. Penulis menyelesaikan studi S2 pada tahun 2015, dan sampai saat ini penulis aktif mengajar pada program studi Pendidikan Matematika Universitas Kristen Indonesia Toraja, mengajarkan mata kuliah Teori Bilangan, Kalkulus Vektor, dan Geometri, dan Kalkulus.

BIODATA PENULIS



Novrianti, S.Si., M.Si., Ph.D.

Dosen Program Studi Teknik Mesin

Sekolah Tinggi Teknologi Nasional (STITEKNAS) Jambi

Penulis lahir di Jambi, 27 November 1989. Penulis merupakan dosen LLDIKTI X yang ditempatkan di STITEKNAS Jambi sejak April 2015. Menyelesaikan pendidikan S1 dan S2 di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Andalas. Kemudian pada tahun 2018 melanjutkan pendidikan S3 di Gifu *University*, Jepang. Kelompok keahlian penulis adalah Matematika Terapan, dan sedang melanjutkan penelitian dalam berbagai bidang terkait.

Disamping sebagai seorang Dosen, penulis juga merupakan guru lepas (*freelance tutor*) pada lembaga bimbingan belajar Nurul Fikri di Padang (2011 – 2015), dan melanjutkan di Jambi (2015 – sekarang). Berpengalaman dalam mengajarkan Matematika mulai dari jenjang pendidikan dasar (SD), hingga persiapan ujian masuk perguruan tinggi.

BIODATA PENULIS



Khairunnisa Fadhillah Ramdhania, S.Si., M.Si.

Dosen Program Studi Informatika, Fakultas Ilmu Komputer
Universitas Bhayangkara Jakarta Raya

Penulis lahir di Jakarta, 28 Maret 1992. Sejak tahun 2007, penulis mulai tertarik pada bidang eksakta khususnya matematika. Kemudian di tahun 2010 penulis diterima sebagai mahasiswa Jurusan Matematika Universitas Padjadjaran dan menekuni bidang matematika analisis khususnya tentang pecahan atau fraksional. Penulis berhasil lulus pada tahun 2014, lalu mengajar beberapa anak sekolah secara berkelompok untuk belajar matematika. Dari sana penulis memiliki ketertarikan dalam pengajaran dan berkeinginan menjadi dosen sehingga memutuskan untuk melanjutkan studi S2 di Prodi Matematika Institut Teknologi Bandung dan menyelesaikannya dalam waktu 2 tahun. Pada tahun 2018 penulis resmi menjadi bagian dari Universitas Bhayangkara Jakarta Raya di Program Studi Informatika, yakni sebagai dosen pengampu bidang matematika yang menjadi ilmu dasar yang harus dikuasai oleh mahasiswa. Menjadi seorang penulis buku merupakan cita-cita yang sejak lama didambakan, dan ini adalah buku pertama penulis. Harapannya, penulis dapat konsisten berkontribusi menghasilkan buku-buku lain yang menarik dan mudah dipahami oleh pembaca.

BIODATA PENULIS



Astuti, M.Pd.

Dosen Program Studi Pendidikan Guru Sekolah Dasar
Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Musamus

Penulis lahir di Kabupaten Semarang pada 23 Mei 1989. Penulis adalah dosen PNS pada Program Studi Pendidikan Guru Sekolah Dasar (PGSD) Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan (FKIP) Universitas Musamus yang terletak di Merauke, Papua Selatan. Menyelesaikan pendidikan S1 pada jurusan PGSD dan melanjutkan S2 pada Jurusan Pendidikan Dasar Konsentrasi Matematika.

BIODATA PENULIS



Mindo H.Sinambela, S.Pd., M.Pd.

Dosen Program Studi Pendidikan Matematika
STKIP Abdi Wacana Wamena

Penulis lahir di Pematang Siantar tanggal 26 Oktober 1985. Penulis adalah dosen tetap pada Program Studi Pendidikan Matematika di STKIP Abdi Wacana Wamena. Menyelesaikan pendidikan S1 Pendidikan Matematika di STKIP Abdi Wacana Wamena dan melanjutkan S2 pada jurusan Pendidikan Matematika di Universitas Cenderawasih.

BIODATA PENULIS



Ulfah Sa'adah, M.Pd.

Dosen Program Studi Tadris Matematika
Fakultas Tarbiyah IAIN Fattahul Muluk Papua

Penulis lahir di Jayapura tanggal 28 Februari 1989. Penulis adalah dosen tetap pada Program Studi Tadris Matematika Fakultas Tarbiyah, IAIN Fattahul Muluk Papua. Menyelesaikan pendidikan S1 pada Program Studi Pendidikan Matematika dan melanjutkan S2 pada Program Studi Pendidikan Matematika di Universitas Cenderawasih. Penulis saat ini menjabat sebagai Ketua Program Studi Tadris Matematika IAIN Fattahul Muluk Papua. Sejak tahun 2016 penulis mengampuh mata kuliah Geometri, Geometri Analitik, dan Geometri Transformasi.

BIODATA PENULIS



Salsabila, S.Stat., M.Si.

Dosen Program Studi Pendidikan Matematika
Fakultas Tarbiyah dan Keguruan Universitas Islam Negeri Raden
Intan Lampung

Penulis lahir di Bandar Lampung pada tanggal 20 Desember 1996. Penulis adalah dosen tetap pada Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Tarbiyah dan Keguruan Universitas Islam Negeri Raden Intan Lampung. Menyelesaikan pendidikan S1 pada jurusan Statistika dan melanjutkan S2 pada jurusan Statistika Terapan. Menulis merupakan sarana penulis untuk selalu dapat mengingat, memperbaharui, serta mendalami materi statistika dan penerapannya khususnya dalam bidang pendidikan. Hasil tulisan ini diharapkan dapat memberikan manfaat bagi pembacanya untuk dapat lebih memahami konsep pengolahan data di tingkat Sekolah Dasar.